⚠️ تمت ترجمة هذا الفصل باستخدام الترجمة من Google - الرجاء مساعدتنا في تحسين ذلك!

Early Family Math

الفصل 5 مادة إضافية

- مقدمة -

هل أنت شخص يرغب في وجود المزيد من الأمثلة والمناقشات والتعليقات في الوصف المختصر المتعمد للدروس؟ إذا كان الأمر كذلك ، فقد أتيت إلى المكان الصحيح! يحتوي هذا الملف على مواد إضافية لبعض الأنشطة من الفصل 5.

بالنسبة للألغاز ، يتم تقديم العديد من الأمثلة على الألغاز التي تم حلها ، جنبًا إلى جنب مع تعليق إضافي حول كيفية إنشائها. يعتمد برنامج Early Family Math على فكرة أن الرياضيات المبكرة هي شيء يجب على الأسرة القيام به معًا ، ويعد صنع الألغاز لطفلك معك جزءًا مهمًا من هذه العملية. بمجرد أن تتقن كل لغز ، يجب أن تجد أنه من السهل جدًا إنشاء معظم الألغاز ، إن لم يكن كلها.

العديد من هذه الألغاز لها مستويات مختلفة من الصعوبة ، وهناك العديد من الاقتراحات والأمثلة في الصفحات القادمة لكيفية إنشاء تلك المستويات. ابدأ دائمًا بأسهل الألغاز. من الأفضل بكثير أن يكون لطفلك تجربة النجاح والفهم والمرح مع الألغاز التي تكون سهلة بعض الشيء ، بدلاً من الشعور بالإحباط والإحباط والإفراط في التحدي من خلال الألغاز الصعبة للغاية. بمجرد أن يبني طفلك الثقة والحماس لنشاط رياضي ، فهذا هو الوقت المناسب لدمج تحديات أكبر ببطء. أيضًا ، لن تكون جميع الألغاز ممتعة للجميع ، لذلك لا تضغط على الألغاز والأنشطة التي لا يبدو أنها متصلة.

هذا ما ستجده في الصفحات التالية:

- **الفصل 5 - نيم مع العوامل**
- **الفصل 5 - غربال إراتوستينس**
- **الفصل 5 - الرافعات والهواتف المحمولة**
- **الفصل 5 - قسّم الصندوق**
- **الفصل 5 - ألغاز استبدال الحروف**
- **الفصل 5 - التحقيقات - اللعب بالأشكال**
- **الفصل 5 - لعبة المنتج**
- **الفصل 5 - الآلات الحاسبة المحدودة**
- **الفصل 5 - مزدوج أو لا شيء**

Nim with Factors - 5 الفصل

- مقدمة -

ابدأ بأي رقم ، لنقل 20. دع الطفل يقرر ما إذا كان سيذهب أولاً أم ثانيًا. أثناء دورهم ، يمكن للاعب طرح أي مقسوم على الرقم الحالي من الرقم. اضطر اللاعب إلى 0 يخسر.

- التحليل -

كالعادة ، الإستراتيجية الجيدة للتعلم عن هذه اللعبة هي النظر إلى نسخة أبسط من اللعبة ، وهو ما يعني في هذه الحالة البدء بأرقام صغيرة جدًا. إذا كان دورك وواجهت كل من هذه الأرقام ، فإليك ما سيحدث: 1 - خسر ، 2 - فوز ، 3 - خسر ، 4 - فوز ، 5 - خسر ، 6 - فوز ، 7 خسر ، و 8 يفوز. أصبح النمط الآن واضحًا - إذا كانت حركتك وكان لديك رقم فردي ، فستخسر ؛ إذا كان لديك رقم زوجي ، فستفوز.

يُعد العثور على الإستراتيجية الفائزة خطوة كبيرة ، ولكن دعنا نتعمق أكثر. لماذا هذا العمل؟ ما هي خصائص الأعداد الفردية والزوجية التي تخلق هذا الوضع؟ ضع هذا السؤال أمام طفلك وامنحه الكثير من الوقت للتفكير فيه وتجربته - فلا داعي للعجلة ، وعملية المصارعة مع السؤال هذه لا تقدر بثمن ولا يجب أن تكون قصيرة الدائرة.

تكشف بعض التجارب على أعداد صغيرة بسرعة عما يجري. إذا كان لديك رقم فردي ، فإن جميع المقسومات تكون فردية ، لذلك عندما تطرح أي مقسوم عليه ، تكون النتيجة عددًا زوجيًا. وبالتالي ، فإن الأرقام الفردية عند منعطف واحد تؤدي دائمًا إلى رقم زوجي في المنعطف التالي. تحتوي الأرقام الزوجية دائمًا على أرقام فردية وزوجية للقواسم. لذا ، فإن الوضع ليس هو نفسه تمامًا. ومع ذلك ، إذا كان لديك رقم زوجي ، فإن هدفك هو إعطاء خصمك رقمًا فرديًا ، وهناك طريقة سهلة للقيام بذلك - حدد المقسوم عليه 1 واطرحه!

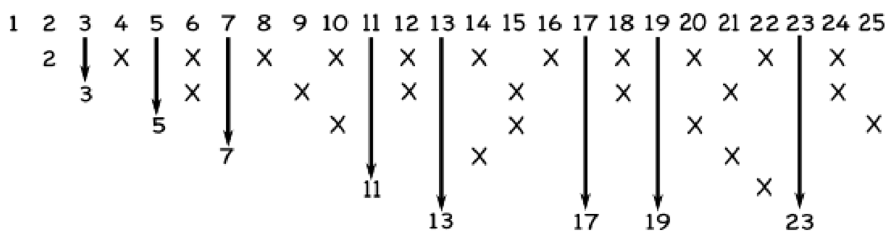
الفصل 5 - منخل إراتوستينس

- مقدمة -

ابدأ بخط أرقام مرقم من 1 إلى 25 - أو نطاق أكبر إذا سمحت المساحة والصبرك بذلك.

اكتب الرقم 2 أسفل نفسه. على السطر حتى مع هذه 2 ، ضع X أسفل كل مضاعف 2.

العدد الآن ، اسحب الرقم الأول مع عدم وجود X تحته (3 في هذه الحالة) وضعه في السطر التالي. اكتب 3 وضع علامة X على هذا السطر لجميع مضاعفاتها. تواصل بهذه الطريقة. في النهاية ، ستكون قد هدمت كل الأعداد الأولية. تذكر أن 1 وحدة وليست عددًا أوليًا!



- التحليل -

تكشف هذه العملية البسيطة عن بعض الحقائق المثيرة للاهتمام حول الأعداد الأولية. تعرف على ما إذا كان بإمكان طفلك طرح بعض هذه الأسئلة - ومع ذلك ، إذا لم تظهر بشكل طبيعي ، فإليك بعض الأسئلة التي يجب طرحها.

1) لماذا الأرقام المنسدلة الأعداد الأولية؟

افترض أن لديك رقمًا مركبًا. نريد أن نظهر أن هذا الرقم يحتوي على X تحته. كونها مركبة ، فإنها قابلة للقسمة على عدد ما ، n ، بين 1 وهذا الرقم. إذا كان n عددًا أوليًا ، فسيكون للعدد المركب X تحته من n هو عدد أولي سابق. إذا لم يكن n عددًا أوليًا ، فإنه يحتوي على X تحته من عدد أولي سابق ، أطلق عليه p. الآن ، p يقسم n بالتساوي و n يقسم العدد الجديد بالتساوي ، لذلك يجب أن يقسم p الرقم الجديد. وبالتالي ، عند وضع علامة على مضاعفات p ، يتم وضع X تحت رقمنا الجديد.

2) عندما تضع X لمضاعفات عدد أولي ، هناك بعض الأرقام التي تحتوي بالفعل على X من عدد أولي سابق. متى يحدث ذلك ومتى لا يحدث؟

لنلقِ نظرة على مضاعفات العدد 5 في المنخل أعلاه. المضاعفات 5 × 2 و 5 × 3 و 5 × 4 مشطوبة بالفعل. فقط 5 × 5 جديد. يحدث هذا لأن 5 × 2 و 5 × 3 و 5 × 4 كلها مضاعفات 2 و 3 ، الأعداد الأولية السابقة. إذا أردنا وضع X في أماكن جديدة ، فيجب علينا ضرب 5 في الأعداد التي تحتوي فقط على العوامل الأولية التي هي 5 وما فوق. نظرًا لأنه من الممل إلى حد ما تتبع كل ذلك ، فإن ما يفعله بعض الأشخاص هو فقط حذف المضاعفات الفردية وتركها عند هذا الحد.

3) بالنسبة لهذا الغربال ، ما هو آخر عدد أولي يحتوي على X جديد مفيد في صفه؟

في هذا الغربال ، الأعداد الأولية التي تحتوي على X مفيدة هي 2 و 3 و 5. كانت مضاعفات 7 و 11 كلها من X القديمة. إذا نظرت إلى إجابة السؤال الأخير ، فسترى الإجابة هنا. الطريقة الوحيدة للحصول على قيم X جديدة هي ضرب عدد أولي في أعداد أولية أكبر من أو يساوي نفسه. بمجرد أن نصل إلى عدد أولي مثل 7 حيث 7 × 7> 25 ، لا نحتاج إلى التحقق منه. لذلك ، نحتاج فقط إلى التحقق من الأعداد الأولية التي يكون مربعها أصغر من الرقم الأخير أو مساويًا له.

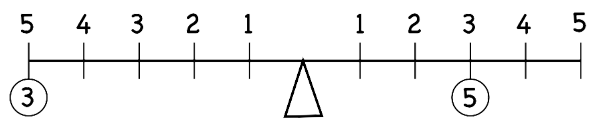
4) إذا أعطيت رقمًا ، لنقل 53 ، فما هي الأعداد الأولية التي ستحتاج إلى تقسيمها لترى أنها عدد أولي؟

من الإجابة على السؤال الأخير ، نحتاج فقط إلى التحقق من الأعداد الأولية التي يكون مربعها أقل من أو يساوي 53. هذه الأعداد الأولية هي 2 و 3 و 5 و 7 - لا يوجد أي من هذه التقسيمات 53 بالتساوي ، لذا يجب أن يكون العدد 53 عددًا أوليًا!

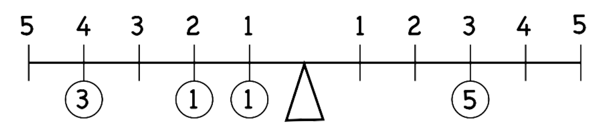
الفصل 5 - العتلات والجوالات

- العتلات -

ينص مبدأ الرافعة على أن القوة التي تمارس على جانب واحد من الرافعة بواسطة كتلة تساوي الكتلة مضروبة في المسافة من نقطة الارتكاز ، نقطة الارتكاز.



في الرافعة أعلاه ، 3 على الجانب الأيسر هي مسافة 5 من نقطة الارتكاز ، وبالتالي فإن قوتها 3 × 5 = 15. 5 على الجانب الأيمن هي مسافة 3 من نقطة ارتكاز ، وبالتالي فإن قوتها هي 5 × 3 = 15. هذه الرافعة في حالة توازن.



إذا كان هناك أكثر من وزن واحد على أحد الجانبين ، ستتراكم القوى.

يوجد في هذه الرافعة 3 × 4 + 1 × 2 + 1 × 1 = 15 على الجانب الأيسر ، و 5 × 3 = 15 على الجانب الأيمن. لذا فهي في حالة توازن.

سنقتصر هذه المشكلات على استخدام الأعداد الصحيحة فقط. يمكنك أن تقرر ما إذا كنت تسمح بتعليق أوزان متعددة من نفس النقطة - سنفترض أنه لا بأس من القيام بأوزان متعددة في المناقشة التالية.

- ليفر الألغاز -

لديك 3 وحدات وزن و 5 وحدات وزن ووضعها على جوانب متقابلة من نقطة ارتكاز. أين يجب أن توزنوا؟ يمكن أن تكون الإجابة على ذلك هي المسافات 5 و 3 ، ولكن يمكن أن تكون أيضًا 10 و 6 ، أو حتى إجابات أكبر مثل 15 و 9. كن منفتحًا لمناقشة أي شيء يأتي به طفلك.

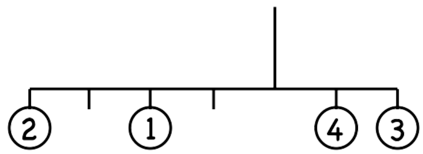
إذا كان لديك 3 وحدات و 5 وحدات من الوزن لتضعها على جانب واحد من الرافعة ، فما هي الأوزان التي يمكنك وضعها على أي مسافات على الجانب الآخر؟ يستمر هذا السؤال في متابعة الأسئلة الموجودة في صفحة Make It Count في نهاية الفصل 4. كما في السابق ، استكشف مجموعات مختلفة من الأوزان. ماذا يحدث إذا تم استبدال 3 و 5 بـ 4 و 5 أو 4 و 9 أو 6 و 9؟

كيف تتغير هذه المسألة الأخيرة إذا وضعنا أوزان 3 و 5 وحدات على جوانب متقابلة من نقطة الارتكاز؟ أصبح من السهل الآن قياس وزن وحدة واحدة باستخدام 3 × 2 = 5 × 1 + 1 × 1. ما الأوزان الأخرى التي يمكنك وزنها بهذه الطريقة؟

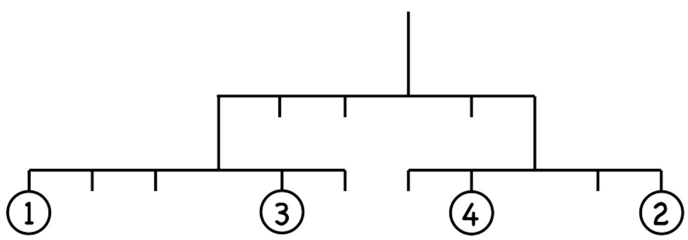
- الجوالات -

يتم إعطاؤه بعض الأوزان وتصميمًا لجهاز محمول به بعض نقاط التثبيت. يتمثل التحدي في وضع وزن واحد على الأكثر لكل نقطة إرفاق حتى يتوازن الهاتف المحمول على طول كل ذراع. من أجل هذه المشاكل ، سنفترض أن الأسلاك التي تصنع الهاتف المحمول عديمة الوزن. كل ذراع في الهاتف عبارة عن رافعة تحتاج إلى موازنة ، لذا فإن هذه الألغاز هي امتداد لميزان الرافعة - تدرب على تلك الألغاز قبل البدء فيها.

ابدأ بأبسط الهواتف المحمولة ، والتي هي مجرد رافعات في الهواء. إليك حل لوضع الأوزان من 1 إلى 4 على هذا الهاتف لموازنتها. يعمل هذا كرافعة مع نقطة الارتكاز عند نقطة التعليق. بالنسبة لهذا الهاتف المحمول ، لدينا $2 \times 4 + 1 \times 2 = 4 \times 1 + 3 \times 2$.

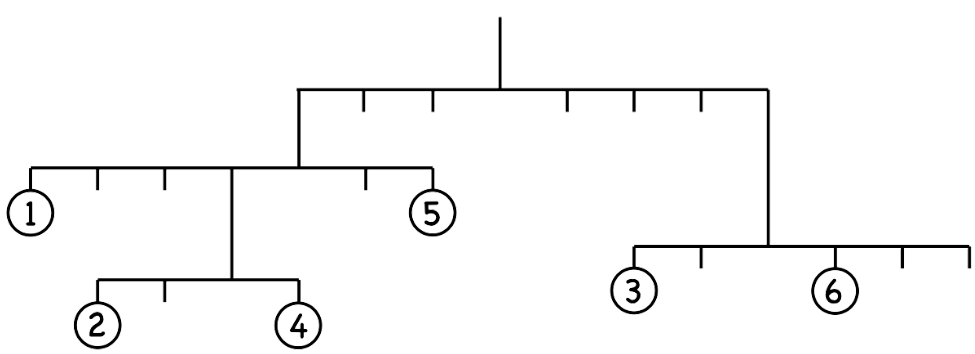


إذا كان هناك أكثر من مستوى للجوال ، فيجب أن يتوازن كل ذراع على كل مستوى كرافعة. بالنسبة إلى هذا الهاتف المحمول التالي ، توازن الذراعين السفليين لأن $1 \times 3 = 3 \times 1$ و $4 \times 1 = 2 \times 2$. للمستوى الأعلى التالي ، يمكنك فقط جمع الأوزان تحته. على سبيل المثال ، الوزن على الجانب الأيسر هو $1 + 3 = 4$ - بقدر ما يتعلق الأمر بالمستوى الأعلى التالي ، لا يهم أين توجد الأوزان في هذا



الذراع السفلي. لذلك ، بالنسبة للمستوى الأعلى التالي ، $(1 + 3) \times 3 = (4 + 2) \times 2 = 12$ ، وبالتالي فإن المستوى الأعلى يتوازن أيضًا.

استمتع بصنع ألغاز متحركة لبعضكما البعض. إليك آخر رقم يمكنك اللعب به باستخدام كل رقم من الأرقام من 1 إلى 6. لا تقلق بشأن كونك خياليًا واستخدام كل رقم مرة واحدة. سيكون أي لغز مكتمل ممتعًا. التحقق من المستويات لدينا: $2 \times 2 = 4 \times 1$ ؛ $1 \times 4 + (2 + 4) \times 1 = 5 \times 2$ ؛ $3 \times 2 = 6 \times 1$ ؛ و $(1 + 2 + 4 + 5) \times 3 = (3 + 6) \times 4$.



الفصل 5 - قسّم الصندوق

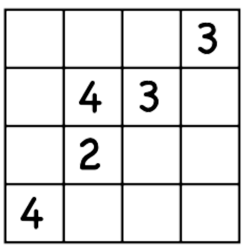
- المقدمة -

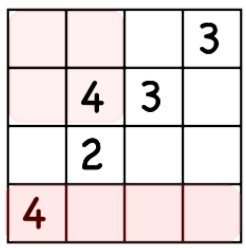
المستطيل ، 4 في 4 أو أكبر ، مع وجود أرقام في بعض مركباته ، هو تقسم إلى مستطيلات أصغر. يجب أن ينتهي كل رقم في مستطيل منفصل مساحته هي هذا الرقم.

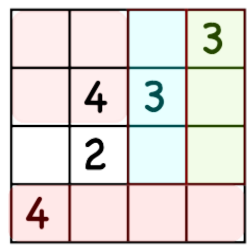
بالنسبة للبالغين ، فإن بناء هذه الألغاز أمر بسيط بما فيه الكفاية. خذ مستطيلاً ، قسّم الجزء الداخلي منه إلى مستطيلات ، ضع أرقامًا للمناطق داخل كل مستطيل داخلي ، ثم أزل أي علامة على المستطيلات الداخلية. الجزء الصعب الوحيد هو وضع الأرقام في أماكن تجعل من السهل حل اللغز بشكل معقول - يمكنك دائمًا إعطاء تلميحات حسب الحاجة إذا انتهى بك الأمر إلى أن يكون اللغز صعبًا للغاية.

- استراتيجيات الحل - فيما

يلي بعض الاستراتيجيات العامة التي يمكن أن تبسط حل هذه الألغاز. ابذل قصارى جهدك للسماح لطفلك باكتشاف هذه القواعد أثناء لعبه مع الألغاز. قم بعمل قائمة بالقواعد التي توصلوا إليها.







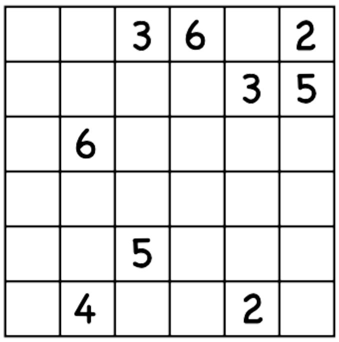
1) انظر إلى الأرقام مع خيار واحد أو خيارين فقط لمستطيلاتها.

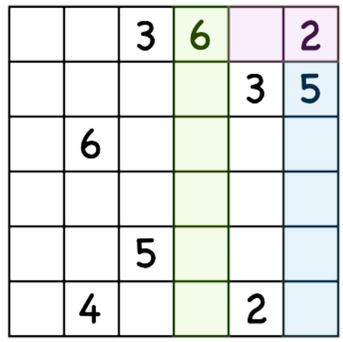
كلا 4 مقيدين للغاية. يمكن أن يكون كل 4 داخل مستطيل 1 × 4 أو 2 × 2 فقط. 4 العلوي مطوق للداخل ، لذا لا يمكن أن يكون داخل 1 × 4. لذلك ، يجب أن يكون هناك مستطيل 2 × 2 في الزاوية اليسرى العليا. هذا يترك 4 السفلي مع احتمال أن يكون مستطيله 1 × 4 ويمتد على طول الجانب السفلي.

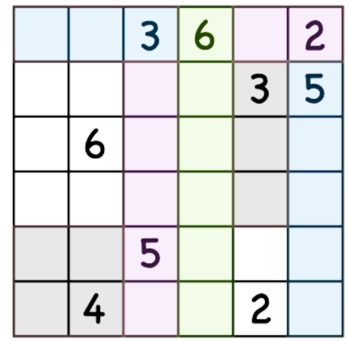
2) انظر إلى الأعداد الأولية - يجب أن تكون داخل مستطيل 1 × n.

يجب تضمين 3 في اللغز أعلاه في مستطيل 1 × 3. يمكن أن يكون الرقم 3 في الزاوية اليمنى العلوية جزءًا من مستطيل 1 × 3 يمتد على طول الحافة العلوية أو على الجانب الأيمن. يتم حظر المربع العلوي الأيسر 2 × 2 لـ 4 مما يجعل من المستحيل الحصول على 1 × 3 على طول الحافة العلوية.

1 في 4 على طول القاع يفرض 1 × 3 على أن يكون الجزء السفلي من الاثنين 3 أعلى من الاحتمالين الرأسيين.







3) غالبًا ما تحتوي الأرقام القريبة من البعد الأقصى على خيارات قليلة.

انظر إلى 6 و 5 في هذا اللغز التالي. يحتاج الجزء العلوي 6 إلى مساحة كبيرة ، والطريقة الوحيدة التي توجد بها مساحة كافية لها تكون رأسيًا لأسفل بشكل مستقيم ، باستخدام العمود بأكمله. لا يمكن أن تكون الـ 6 الأخرى 1 × 6 لأن الصف كان مقطوعًا بعمود الـ 6 الآخر. لذا ، يجب أن يكون الرقم 6 الأدنى هو 2 × 3 ، وهو أمر لم يتم تحديده بعد.

مثال آخر ، إذا كان هناك رقم 8 في هذا اللغز ، فلن يكون 1 × 8 مناسبًا ، لذلك يجب أن يكون جزءًا من مستطيل 2 × 4.

4) المربعات المعبأة بها خيارات قليلة.

الجزء العلوي 5 محاصر ، لذا فإن الخيار الوحيد هو أن تكون في عمود مكون من 5 مربعات. الخمسة الأخرى ، لأنها أيضًا أولية ، يجب أن تتحرك رأسيًا أو أفقيًا. يتم قطعها أفقيًا بواسطة العمود لـ 6 ، لذلك يجب أن تتجه عموديًا إلى أعلى جهة اليمين أسفل 3.

5) غالبًا ما تكون الزوايا مقيدة بشدة.

يجب أن يكون الرقمان الموجودان في الزاوية اليمنى العليا أفقيًا ، لذلك من السهل تعبئتها.

الفصل 5 - ألغاز استبدال الأحرف

- مقدمة -

بمجرد أن يشعر طفلك بالراحة مع ألغاز الأرقام المفقودة من بضع صفحات في وقت سابق من هذا الفصل ، يمكنه البدء اللعب بهذه الألغاز. في هذه الأرقام ، يتم استبدال واحد أو أكثر من الأرقام بأحرف. القواعد الثلاث للحرف هي:

- الحرف المعطى هو دائمًا نفس الرقم الرقم الموجود في
- أقصى اليسار لا يكون أبدًا 0.
- يجب أن تكون الأحرف المختلفة أرقامًا مختلفة

. يمكن أيضًا إنشاء الألغاز لعمل تحديات مثيرة للاهتمام لحل المشكلات لطفلك. لاحظ أن قيم الحروف لا تنتقل من اللغز إلى اللغز.

- أمثلة -

يوضح هذا المثال الأول كيف يمكنك أن تأخذ مسألة الجمع أو الطرح القياسية وتصنع منها لغز استبدال الحرف. استبدلت النسخة الأولى جميع الـ 6 بـ A ، واستمرت النسخة الثانية لتحل محل الـ 2 بـ B.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \dashrightarrow \begin{array}{r} 23 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array} \quad \begin{array}{r} B3 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array}$$

تم إنشاء بقية هذه الأمثلة بعناية للسماح بحل باستخدام خصائص موقف معين. إحدى الخصائص التي يجب ملاحظتها هي أنه عند إضافة رقمين ، يكون الحمل في العمود التالي دائمًا إما 0 أو 1. لذلك ، على سبيل المثال ، في المسألة A + A = C4 ، يجب أن يكون C 1 لأنه غير مسموح به 0.

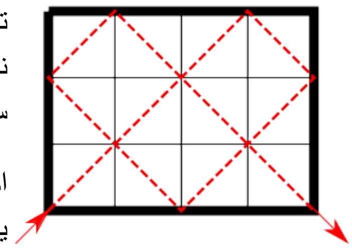
$$\begin{array}{r} B \\ +8 \\ \hline C \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +B \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +A \\ \hline C4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +2 \\ \hline BC \end{array} \quad \begin{array}{r} D \\ +2 \\ \hline EE \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline AC \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \\ A \\ +A \\ \hline B2 \end{array} \quad \begin{array}{r} C \\ C \\ +C \\ \hline D4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ A \\ +7 \\ \hline B \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ A \\ +B \\ \hline B0 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +BB \\ \hline A7 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +AB \\ \hline BA \end{array}$$

$$\begin{array}{r} BA \\ +BB \\ \hline CAB \end{array} \quad \begin{array}{r} AD \\ +BD \\ \hline BCC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +BA \\ \hline BBC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +CB \\ \hline BBC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +AB \\ \hline CAC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +AA \\ \hline BBC \end{array}$$

الفصل الخامس - اللعب بالأشكال

- كرة البليياردو المرتدة - المقدمة -



تخيل طاولة بلياردو بها جيب في كل زاوية. عندما ترتد الكرة عن جانب الطاولة ، فإنها ترتد بعيدًا في نفس الزاوية التي جاءت فيها. إذا أطلقنا كرة بزاوية 45 درجة من الزاوية اليسرى السفلية ، فأين ستنتهي؟ الجواب يعتمد على حجم الجدول. في الصورة على اليمين ما يحدث على طاولة 3 × 4.

امنح طفلك رسمًا لطاولة وتحدي طفلك أن يتنبأ بالركن الذي سيتم ضربه أولاً وعدد الارتدادات التي يستغرقها قبل الوصول إلى تلك الزاوية.

- كرة البليياردو المرتدة - التحليل -

ابدأ بالسماح لطفلك باللعب بهذه اللعبة ولا تتعجل في اكتشاف النتائج. كما سترى ، تتضمن هذه المشكلة بعض الأفكار المعقدة لشاب. حسب الحاجة ، اطرح سؤالاً أو اثنين لمنح تفكيرهم هيكلاً أكثر قليلاً. أنت تعرف ما هو قادم - انظر إلى الجداول الأبسط أولاً للبحث عن الأنماط - عندما تصبح هذه الفكرة تلقائية لطفلك ، فإن هذا سيخدمهم جيدًا لبقية حياتهم!

أبسط الجداول هي 1 في n ، وهي سهلة الفهم. من خلال اللعب بقيم قليلة لـ n ، يظهر النمط بسرعة. من السهل التقليل من قيمة نتيجة بسيطة كهذه ؛ ومع ذلك ، يجب الاحتفال بأي نتيجة مفهومة تمامًا ، و ستؤدي هذه النتيجة إلى نتائج أخرى.

<u>النتيجة</u>: جدول 1 في n: ستأخذ الكرة n-1 في الارتداد. ستنتهي الكرة في الزاوية اليمنى السفلية إذا كان n متساويًا وفي الزاوية اليمنى العليا إذا كان n فرديًا.

أبسط الجداول التالية هي 2 في n. الأنماط هنا أكثر تعقيدًا. يمكن أن يحدث حفظ السجلات الجيد فرقًا كبيرًا في شيء كهذا. سيلاحظ المجرب الملاحظ أن الجدول 2 × 4 يتصرف تمامًا مثل الجدول 1 × 2 ، والجدول 2 × 6 تمامًا مثل 1 × 3. وهذا يعمم بسرعة على النتيجة التالية.

<u>النتيجة</u>: يتصرف الجدول 2x2xn تمامًا مثل جدول 1 × n.

لماذا هذا؟ ما الذي يجري؟ هذه عملية رياضية يجب غرسها في طفلك - ابحث عن الأنماط ثم اسع لفهمها ، وبهذا الفهم الجديد وسع نتائجك السابقة.

ما يحدث هو أن الارتدادات على الطاولة لا تتغير إذا قمت بتكبير كلا البعدين بنفس العامل. عندما يتم ذلك ، يكون الجدول أكبر ولكن الهندسة هي نفسها. من الناحية الهندسية ، يُقال إن الجدولين "متشابهان".

<u>النتيجة</u>: يتصرف جدول kxm في kxn تمامًا مثل جدول m في n.

لقد وصلنا إلى هنا في خطوات صغيرة ، لكن هذه نتيجة كبيرة. هذا يعني أنه يمكننا بدء تحليلنا على أي جدول عن طريق إزالة أي عامل مشترك أولاً.

استئناف من حيث توقفنا لـ 2 × n من الجداول. نحن نفهم ما يحدث عندما يكون n زوجيًا ، ولكن ماذا يحدث عندما يكون n عددًا فرديًا؟ ماذا يحدث لـ 2 في n لـ 7 ، 5 ، 3 ، 1 = n ، وهكذا؟ سرعان ما يصبح من السهل رؤية النمط.

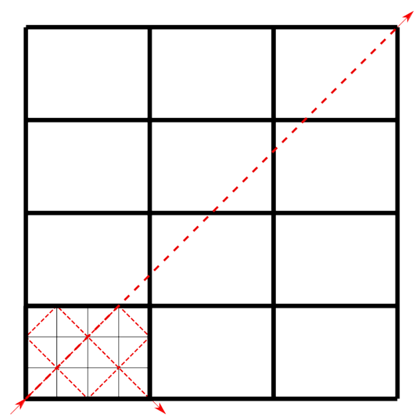
<u>النتيجة</u>: عندما يكون n عددًا فرديًا ، فإن الجدول 2 × n به عدد n من الارتداد وينتهي في الزاوية اليسرى العليا.

يتم إحراز الكثير من التقدم. اللعب بمزيد من الأمثلة يؤدي إلى المزيد من الأنماط.

<u>النتيجة</u>: إذا لم يكن n مضاعفًا للعدد 3 ، فإن الجدول 3 × n به n + 1 يرتد وينتهي في الزاوية اليمنى العليا إذا كان لـ n الباقي 1 عند القسمة على 3 ، وفي الزاوية اليمنى السفلى إذا كان n لديه a باقي 2 عند القسمة على 3. إذا كان n فرديًا ، فإن جدول 4 × n به n + 2 يرتد وينتهي في الزاوية اليسرى العليا. إذا لم يكن n مضاعفًا للعدد 5 ، فإن الجدول 5 × n به n + 3 ارتداد وينتهي في الزاوية اليمنى العليا عندما يكون n فرديًا الزاوية اليمنى السفلية عندما يكون n زوجيًا.

في هذه المرحلة ، نميل إلى إلقاء نظرة على البيانات ، ورؤية بعض الأنماط ، وإجراء بعض التخمينات.

<u>التخمين</u>: افترض أن k و n لا يوجد بينها عوامل مشتركة. ثم يحتوي جدول ak by n على k + n - 2 ارتداد. سينتهي في الزاوية اليسرى العليا إذا كان k زوجيًا. ينتهي في الركن الأيمن العلوي إذا كانت k فردية و n فردية ، وفي الركن الأيمن السفلي إذا كانت k فردية و n زوجية.



واو - إذا كان هذا التخمين صحيحًا ، فقد حللنا هذه المشكلة تمامًا! أنت تعرف ما سيحدث ... دعنا نرى ما إذا كان بإمكاننا شرح لماذا يجب أن يكون هذا التخمين صحيحًا (أو اكتشف أنه خاطئ).

على الرغم من وجود طرق أخرى لفهم هذا الموقف ، كما يحدث أحيانًا ، فإن ما يجعل فهم هذه المشكلة أسهل كثيرًا هو فكرة جديدة. قد لا يحدث لك ذلك ، ولكن بمجرد رؤيته ستندهش على الأرجح. الفكرة هي فتح الطاولة بحيث يمكن للكرة أن تسير في خط مستقيم! هذا ما يحدث إذا فتحنا الجدول الأصلي 3 × 4 وجعلنا مسار الكرة في خط مستقيم.

أصبحت رؤية أن التخمين صحيحًا أسهل كثيرًا الآن. الارتدادات تتوافق مع خطوط العبور - هناك (ك - 1) منها للعبور في اتجاه واحد و (ن - 1) للعبور في الاتجاه الآخر ، بحيث يكون مجموع (ك - 1) + (ن - 1) = ك + ن - 2 خط للعبور. إن معرفة الزاوية التي ينتهي بها الأمر هي مسألة تتبع كيفية تطور الأمور. لقد انتهينا جميعًا الآن من رحلة ممتعة للغاية.

- تعبئة المناطق بالأشكال - مقدمة -

افترض أن لديك رقعة شطرنج 8 × 8 ولديك مجموعة من البلاط 1 × 2. إن العثور على طريقة لتغطية رقعة الشطرنج بالضبط بـ 32 قطعة من هذه القطع 1 × 2 أمر بسيط بما فيه الكفاية.

لنبدأ بإزالة بعض المربعات من رقعة الشطرنج ونرى ما سيحدث. إذا قمت بإزالة أحد أركان رقعة الشطرنج ، فأنت تعلم على الفور أنه لم يعد بإمكانك تغطية رقعة الشطرنج بالبلاط لأن البلاط سيغطي دائمًا عددًا زوجيًا من المربعات ، وهناك الآن 63 مربعًا يجب تغطيتها. حسنًا ، أزل زاويتين لعمل عدد زوجي من المربعات المتبقية - هل يمكنك تغطيتها الآن؟ تعتمد الإجابة على الركنين اللذين تنزيلهما. لماذا ا؟ ماذا لو لم تعد تقيد نفسك بإزالة الزوايا ، ماذا سيحدث بعد ذلك؟

- تعبئة المناطق بالأشكال - التحليل -

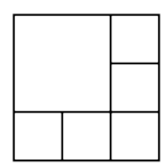
دع طفلك يلعب بهذا قبل الكشف عن فكرة التلوين. إذا لعبوا بألواح صغيرة ، فقد يكتشفون القاعدة بمفردهم ، وهذا دائمًا أفضل.

الملاحظة التي تساعد كثيرًا في حل هذا السؤال هي استخدام تلوين مربعات رقعة الشطرنج. إذا أخذت البلاط 1 × 2 ولون مربعًا واحدًا باللون الأبيض والآخر باللون الأسود ، فسترى شيئًا مثيرًا للاهتمام يحدث. يجب أن تغطي كل قطعة مربعًا من كل لون. لن تغطي البلاط k مربعات 2xk فحسب ، بل ستغطي مربعات k البيضاء و k مربعات سوداء - نفس عدد المربعات لكل لون. باستخدام هذه الفكرة ، يصبح من الواضح أنك إذا قمت بإزالة المزيد من المربعات من لون أكثر من لون آخر ، فسيكون من المستحيل تغطية اللوحة.

إذا كان طفلك يستمتع بهذه الأسئلة ، فابدأ في التفرع لاستخدام أشكال أخرى لملء اللوحة. تلاعب بملئها ببلاط 1 × 3 أو بثلاثة مربعات على شكل L. ما هي الأنماط والقواعد التي تكتشفها بهذه؟ ما هي الأشكال الأخرى التي قد تكون ممتعة للعب بها؟

- تعبئة المربعات المربعات - مقدمة -

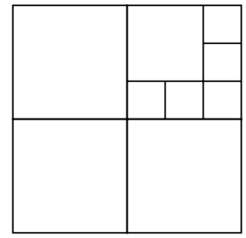
ما هي الطرق التي يمكنك بها ملء مربع مربعات أخرى ، حيث لا يلزم أن تكون المربعات الأخرى كلها بنفس الحجم؟ ومع ذلك ، لا يمكن أن تكون الأطوال أرقامًا عشوائية تمامًا - يجب أن يكون طول ضلع كل مربع عددًا صحيحًا مضاعفًا الطول ثابت. السؤال الذي يجب التحقيق فيه هو: ما هي كل أعداد المربعات الممكنة؟ أيضًا ، إذا كنت تعلم أن الرقم ممكن ، فهل هناك طريقة سهلة لوصف كيفية القيام بذلك؟



دع طفلك يلعب بها على مدار عدة أيام ولا تستعجل للوصول إلى الإجابة. هناك العديد من الطرق المختلفة للتوصل إلى أفكار لهذا التحقيق ، لذا كن مرنًا واعمل على أفكار طفلك. فيما يلي رسم تخطيطي يوضح كيف يكون الرقم 6 ممكنًا.

دائمًا ما يكون الخروج ببعض الأمثلة السريعة فكرة جيدة. تقسيم المربع الكبير إلى مربعات متساوية الحجم كبداية سهلة. من ذلك تعلم أن الأعداد المربعة (1 ، 4 ، 9 ، 16 ، 25 ، ...) كلها تعمل.

باستخدام مثال المربعات 6 ، يمكننا استخدام مربع كبير من أي حجم ووضع مربعات 1 × 1 على جانبين من ضلعه. القيام بذلك للمربعات الأكبر (1 × 1 ، 2 × 2 ، 3 × 3 ، ...) نحصل على 1 + 3 = 4 ، 1 + 5 = 6 (كما في الصورة) ، 1 + 7 = 8 ، 1 + 9 = 10 ، وما إلى ذلك وهلم جرا. لذلك ، يمكن عمل جميع الأرقام الزوجية التي تبدأ بالرقم 4 بهذه الطريقة.



الفكرة القوية التي تلخص هذا الأمر بسرعة هي أن نرى أنه يمكننا أخذ مخطط يعمل ، واستبدال أحد مربعات برسم تخطيطي آخر يعمل. على سبيل المثال ، إذا أخذت 2 × 2 مملوءة مربعات 4 1 × 1 ، وقمت باستبدال أحد تلك المربعات 1 × 1 بمثال 6 مربعات ، ستحصل على المخطط الموضح على اليمين مع 9 مربعات.

نظرًا لأنه يتم استبدال مربع واحد بمخطط n-square ، فإن صافي التغيير في عدد المربعات هو إضافة n-1 منها. هذا يعني أنه يمكننا أخذ رقم واحد يعمل ، وإضافة مضاعفات أقل منه إلى أي رقم آخر يعمل. على وجه الخصوص ، يمكننا إضافة مضاعفات 4-1 = 3 إلى أي رقم آخر يعمل - في الأرقام السهلة لإضافة 3 هي جميع الأرقام الزوجية التي تبدأ بالرقم 4. إذا

وضعنا ذلك معًا ، فهذا يعني أن الأرقام 1 ، 4 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، ... كل الأعمال ، ومن السهل أن ترى على الأقل طريقة واحدة بسيطة لتكوينها. من السهل أيضًا إقناع نفسك بأن 2 و 3 و 5 مستحيلة.

إذا كان طفلك يستمتع باستكشاف هذا السؤال ، فاكتشف الاختلافات في هذا الموضوع. لنفترض أنك تسمح فقط مربعات ذات أحجام معينة - مثل 1 × 1 ، 2 × 2 ، 3 × 3. أو ربما تسمح فقط مربعات 2 × 2 و 3 × 3. تعرف على الأسئلة التي تؤدي إلى نتائج مثيرة للاهتمام وأيها ليس مثيرًا للاهتمام .

هناك اتجاه آخر يجب النظر إليه وهو ملء الأشكال الأخرى بأشكال لها نفس الشكل. على سبيل المثال ، اطرح نفس السؤال عن المثلثات العادية (مثلثات بجميع جوانبها بنفس الطول). بعض الأرقام مثيرة للاهتمام للتحقيق فيها بهذه الطريقة ، والبعض الآخر ليس مثيرًا للاهتمام على الإطلاق - أي منها؟

الفصل 5 - لعبة المنتج

- مقدمة -

استخدم قطعة ورق مشتركة مملوءة على النحو التالي:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9

ينقل اللاعب الأول رمزًا مميزًا على أي رقم من 1 إلى 9 في المربعات 1-9 في الصف السفلي. يضع اللاعب الثاني رمزًا مميزًا آخر على أحد المربعات 1-9 في الصف السفلي ويدعي المنتج في شبكة 6 × 6. من ذلك الحين فصاعدًا ، يختار كل لاعب نقل أحد الرمزين المميزين والمطالبة بالمنتج (إن أمكن). يفوز أول لاعب يحصل على 3 مربعات متتالية. اخلط أرقام المنتجات في شبكة 6 × 6 لمنح طفلك ممارسة أفضل لتحديد المنتجات.

يمكن جعل ألواح اللعب هذه كبيرة كما تريد ، على الرغم من أنها تصبح كبيرة جدًا بسرعة كبيرة. فيما يلي عدد قليل من الألواح الكبيرة ذات النطاقات الأكبر المقابلة تحتها.

★	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	★	12	14	15
16	18	20	21	22	24	25	27
★	28	30	32	33	35	36	40
42	44	45	48	★	49	50	54
55	56	60	63	64	66	70	72
★	77	80	81	84	88	90	96
99	100	108	110	120	121	132	144

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

★	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	14
15	16	18	20	★	21	22
24	25	27	28	30	32	33
35	36	40	42	44	45	48
49	★	50	54	55	56	60
63	64	66	70	72	77	80
81	88	90	99	100	110	121

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
50	54	56	60	63	64
70	72	80	81	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

المربعات ذات النجوم الحمراء هي مربعات "حرة" ويمكن استخدامها من قبل أي من الجانبين حسب الحاجة.

الفصل 5 - حاسبات محدودة

- مقدمة -

افترض أن لديك آلة حاسبة معطلة بشكل سيئ وأنك تواجه تحديًا في الحصول على بعض النتائج على الآلة الحاسبة. يمكنك التوصل إلى مجموعة متنوعة من السيناريوهات التي يمكن أن توفر تحديات مثيرة للاهتمام مع وصف سريع للألغاز. من السهل لعب هذا النشاط شفهيًا كلما كان لديك وقت فراغ. إليك بعض الأمثلة لتبدأ بها.

على الرغم من وجود بعض اللحظات التي تحدث فيها الرياضيات الأعمق في هذه الأسئلة ، إلا أن هذه المشكلات في الغالب مخصصة بالكامل لمتعة اللعب بها.

1 أ) افترض أن لديك آلة حاسبة بها + و- و x و / ، ولكن مفتاح رقم واحد يعمل فقط ، وهو 4. هل يمكنك الحصول على النتيجة 21؟ إذا كان الأمر كذلك ، فما أقل عدد من الخطوات التي ستحتاجها؟

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4/4 = 21 هي طريقة واحدة ، ولكن هناك العديد من الطرق الأخرى للقيام بذلك. والآخر هو 4 + (4/4 + 4) x 4/4. الهدف هو اللعب والاستمتاع بالاستكشاف.

1 ب) افترض أنه يمكنك استخدام 4 أربع مرات على الأكثر - ما هي الأرقام التي يمكنك إنتاجها؟ افترض أنه كان عليك استخدام 4 أربع مرات بالضبط.

مع زيادة موارد الرياضيات لدى الطفل ، تصبح مشكلة الأربعة لغزًا ممتعًا. في هذه المرحلة ، تكون خيارات طفلك محدودة للغاية ، ولكن لا يزال اللعب بها ممتعًا. سيكون من الصعب بشكل خاص عمل العديد من الأرقام بدون قسمة أو استخدام الكسور العشرية. لا تهتم بإخراج كل الأرقام بالترتيب - فقط ابتكر أكبر عدد ممكن من الأرقام المختلفة.

فيما يلي بعض الأمثلة فقط لتبدأ.

44/44 = (4/4) × (4/4) = 1

(4 / (4 + 4)) / 4 = 2

4 / (4 + 4 + 4) = 3

4 + 4 × (4-4) = 4

4 / (4 + 4) + 4 = 6

4 - 44/4 = 7

4 - 4 + 4 + 4 = (4/4) × (4 + 4) = 8

4 × 4 + 4 × 4 = 32

1 ج) العب مع وجود أرقام مفردة أخرى وخلق نتائج أخرى.

2 أ) افترض أن الآلة الحاسبة يمكنها جمع 4 أو 7. ما هي الأرقام التي يمكنك إنتاجها؟

هذه هي النتيجة التي رأيناها عدة مرات حتى الآن. بدءًا من (4-1) (7-1) x ، يمكنك تحقيق جميع الأرقام عن طريق إضافة مضاعفات 4 و 7. 18 = 2 × 7 + 4 ، 19 = 3 × 4 + 7 ، 20 = 5 × 4 ، 21 = 3 × 7 ، وهكذا.

2 ب) افترض أن لديها 4 أو 7 ، لكن يمكنها الجمع والطرح. ما هي الأرقام التي يمكن أن تنتجها؟

يمكنك إنتاج جميع الأرقام بهذه الطريقة.

2 ج) استبدل 4 و 7 بأزواج أخرى من الأرقام. ماذا يحدث لهذه الأزواج؟

في نظرية الأعداد ، هذه تسمى نظرية بيروت. تشير النتيجة إلى أنه من خلال الجمع بين مضاعفات عددين ، يمكنك إنتاج أي مضاعف أكبر قاسم مشترك للرقمين.

3) افترض أن لديك مفتاحًا واحدًا فقط ويمكنك فقط إضافة أو مضاعفة. على سبيل المثال ، 2 × (2 × 1) + 1 يساوي 5. ما هي الأرقام الأخرى التي يمكنك إنشاؤها؟

هذا سؤال حول الأعداد الثنائية المقنعة. ليس من المهم لطفلك أن يدرك هذا أو يفهمه ، إنه فقط للعب به. يمكن كتابة أي رقم بالثنائي ، بحيث يمكن تحقيق جميع الأرقام من خلال الجمع بين المضاعفة مع إضافة 1. على سبيل المثال ، 21 هي 16 + 4 + 1. لذا ، 21 = 2 x (2 x (2 x (2 x 1) + 0) + 1) + 0) + 1.

الفصل 5 - مزدوج أو لا شيء

- مقدمة -

يبدأ اللاعبون اللعبة باختيار 5 أرقام مميزة أكبر من 20 وليس أكبر من 120. بعد أن يتم تحديدهم ، تتم كتابتها حيث يمكن للجميع يراهم. باستخدام بطاقات الأرقام أو أي جهاز آخر ، يتم إنشاء رقم عشوائي من 1 إلى 20. يتضاعف هذا الرقم بشكل متكرر حتى يتم ضرب رقم شخص ما لأول مرة أو يصبح الرقم أكبر من 120. أول لاعب يحصل على جميع الأرقام الخمسة هو الفائز.

- تحليل -

السؤال هو: ما هي أفضل خمسة أرقام لاختيار؟ فيما يلي بعض الأفكار للتفكير فيها.

القاعدة: اختر دائمًا عددًا مضاعفًا لقوة من 1 إلى 20.

إذا اخترت رقمًا مثل 23 أو 46 ، فلن يتم ضربهم مطلقًا ، ويضمن لك الخسارة.

القاعدة: لا تختر أبدًا رقمًا يمثل ضعف رقم آخر كان من الممكن أن تختاره ولكنك لم تختره.

إذا اخترت 44 ، فلماذا لا تختار 22 بدلاً من ذلك؟ إذا اختار الشخص الآخر 22 ، فسوف تفوتك جولة.

مزيد من التحليل: من المرجح أن يتم اختيار الأرقام من 1 إلى 20. ومع ذلك ، نظرًا لأن الرقم 9 يؤدي إلى 18 ، فإن احتمال 18 هو ضعف نقطة البداية مقارنةً بـ 11. إذا جمعت طرقًا للحصول على بدايات مختلفة ، فإن نقاط البداية لها الاحتمالات التالية:

11 - 1/20 (من 11)

12 - 3/20 (من 3 ، 6 ، و 12)

13 - 1/20 (من 13)

14 - 2/20 (من 7 و 14)

15 - 1/20 (من 15)

16 - 5/20 (من 1 و 2 و 4 و 8 و 16)

17 - 1/20 (من 17)

18-2 / 20 (من 9 و 18)

19 - 1/20 (من 19)

20 - 3/20 (من 5 و 10 و 20) من

الواضح أن أفضل الأرقام لاستخدامها هي مضاعفات 16 و 12 و 20. استراتيجية بسيطة هو استخدام الأرقام الخمسة: 32 ، 64 ، 24 ، 48 ، 40. هذه الأرقام لن تفوز دائمًا ، لكنها ستفيدك كثيرًا بمرور الوقت.