Early Family Math

Глава 4 Дополнительный материал

— Введение —

Вы из тех, кто хотел бы, чтобы в специально кратких описаниях уроков было больше примеров, обсуждений и комментариев? Если да, то вы попали в нужное место! Этот файл содержит дополнительный материал для некоторых заданий из главы 4.

Для головоломок приводится множество примеров решенных головоломок, а также дополнительные комментарии о том, как их создавать. Программа Early Family Math основана на идее, что ранняя математика - это то, чем семья должна заниматься вместе, и создание головоломок для вашего ребенка является важной частью этого процесса. Как только вы освоите каждую головоломку, вы обнаружите, что большинство, если не все головоломки вам довольно легко создать.

Многие из этих головоломок имеют разные уровни сложности, и на следующих страницах есть много предложений и примеров, как их создавать. Всегда начинайте с самых простых головоломок. Гораздо лучше, чтобы ваш ребенок испытал успех, понимание и развлечение, разгадывая слишком простые головоломки, чем разочаровываться, разочаровываться и усложнять себе задачу решать слишком сложные головоломки. Как только ваш ребенок приобретет уверенность и энтузиазм к математической деятельности, пора постепенно переходить к более сложным задачам. Кроме того, не все головоломки будут интересными для всех, поэтому не разгадывайте головоломки и задания, которые, кажется, не связаны между собой.

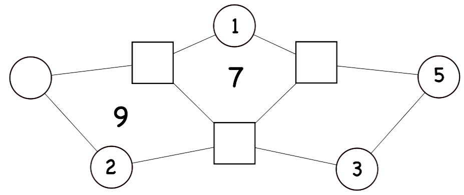
Это то что вы найдете на следующих страницах:

- **Глава 4 — Замкнутые Суммы**
- **Глава 4 — островное — Компенсационный**
- **Глава 4 — DiffTriangles и SumTriangles**
- **Глава 4 — островной — Пропуск Counting**
- **Глава 4 — Исправить**
- **Глава 4 — островная единиц и Десятки**
- **Глава 4 — Головоломки в форме пасьянса**
- **Глава 4 — Квадрат суммы**
- **Глава 4 — Пирамида сложения**
- **Глава 4 — Расследования**

Глава 4 — Вложенные суммы

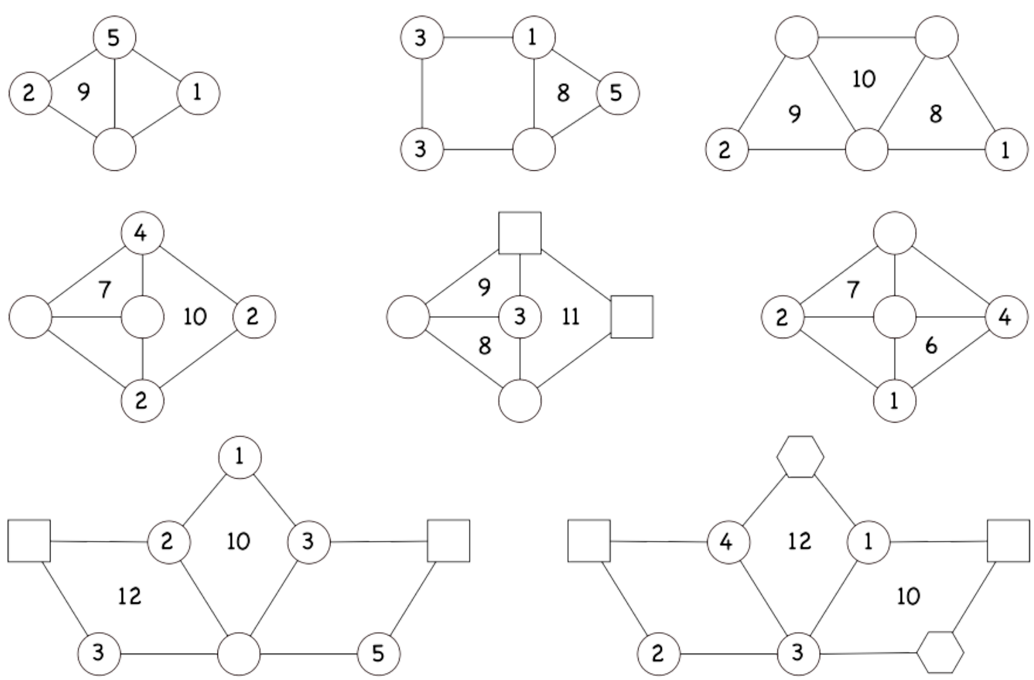
Эти головоломки имеют формы, соединенные линиями. У каждой замкнутой области есть номер, который представляет собой сумму фигур, которые ее граничат. Подобно головоломкам Shape Sums, круги могут иметь любое значение, а значение некруглой формы должно быть таким же, как и у любой другой формы того же типа. Например, все квадраты должны иметь одинаковое значение, а все шестиугольники должны иметь одинаковое значение. При желании вы можете добавить правило, согласно которому разные не круглые формы должны иметь разные значения - например, что квадраты и шестиугольники должны иметь разные значения.

Головоломка для вашего ребенка состоит в том, чтобы вычислить числа в формах и областях, которые не входят в комплект.



Создайте эти пазлы, сделав схему из кругов и, возможно, некоторых других фигур. Затем заполните все фигуры числами и заполните ограниченные области суммой окружающих их фигур. Наконец, удалите некоторые цифры.

Как и в случае с головоломками «Сумма фигур» в главе 3, начните с простых головоломок с одним или двумя пропущенными числами и постепенно переходите к головоломкам с большим количеством пропущенных чисел, большим количеством замкнутых областей рядом друг с другом и большим использованием значений в некруглых областях.



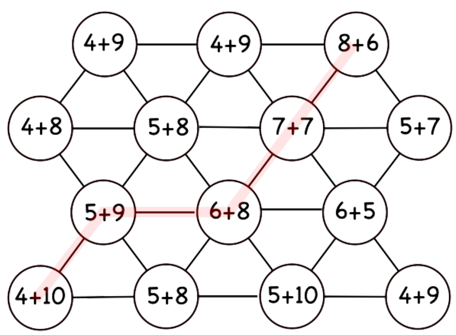
Глава 4 — Переход по островам — Компенсация

Использование компенсации для сложения - способ значительно облегчить проблемы с добавлением. Идея состоит в том, чтобы отнять сумму от одного из добавляемых чисел и передать ее другому другому числу - результат остается тем же, но с одним из чисел становится легче работать.

Например, когда вы складываете 7 + 8, если вы убираете 2 из 7 и отдаете его 8, проблема становится 5 + 10. В качестве альтернативы, если вы убираете 3 из 8 и отдаете 7, проблема становится 10 + 5. Каждый раз, когда вы можете сделать одно из чисел кратным 10, вы столкнетесь с гораздо более простой задачей.

Эти головоломки дают возможность практиковаться в создании новых проблем с помощью компенсации. Задача состоит в том, чтобы найти путь, который соединит все острова одним и тем же ответом. Соединение двух островов разрешено только в том случае, если номера их задач отличаются на 1. Только некоторые острова будут на пути.

Составьте эти головоломки, начав с десяти островов с некоторыми связями. Найдите путь от одного края островов до другого. По этому пути ставьте задачи, которые отличаются друг от друга на одну - возможно, начните с задачи, которая включает добавление 10, а затем внесите в нее вариации. На островах рядом с тропой ставьте задачи с небольшими изменениями, на которые есть разные ответы.

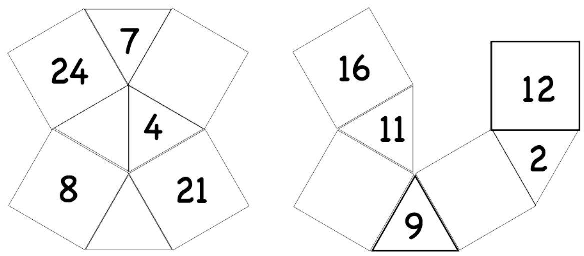


На самом деле мало что можно сделать, чтобы изменить сложность этих головоломок. Введение ложных путей скорее приведет к путанице, чем к вызову, и поэтому обычно это плохая идея.

Глава 4 — DiffTriangles и SumTriangles

— DiffTriangles —

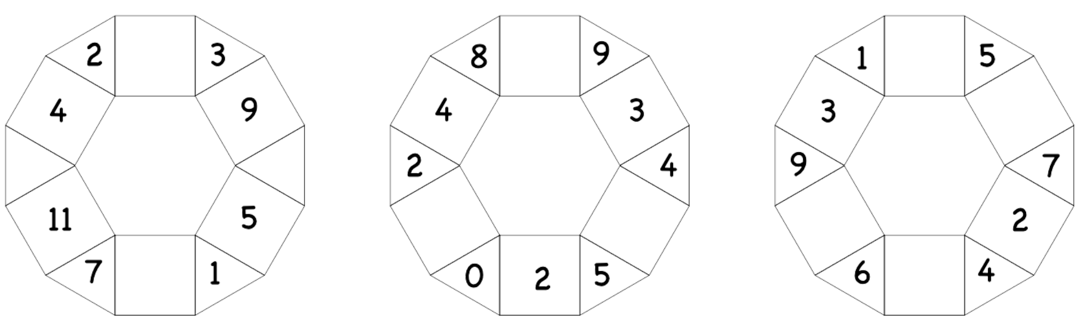
Головоломки DiffTriangles состоят из треугольников и квадратов с общими сторонами. На сторонах треугольника всегда ровно два квадрата, а на оставшейся стороне либо треугольник, либо пусто. Число треугольника - это разница двух соседних квадратов. Задача состоит в том, чтобы предоставить недостающие числа.



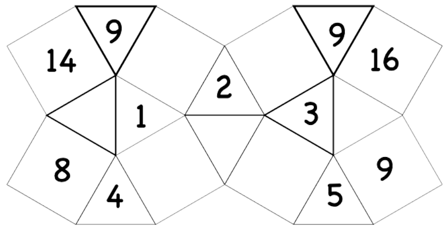
Построение Головоломки:Изготовление головоломки без петель легко. Нарисуйте чередующуюся последовательность квадратов и треугольников, введите числа, начиная с одного конца, а затем продвигайтесь к дальнему концу. Когда вы закончите, удалите некоторые числа. Создавать головоломки с петлями или более сложными взаимодействиями сложнее; однако усилия окупаются с помощью некоторых сложных головоломок!

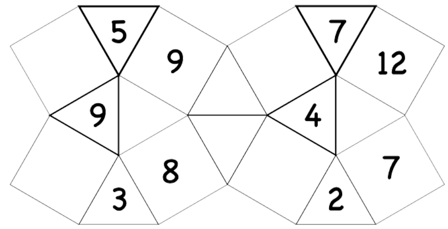
Когда ваш ребенок освоится с ними, он может по очереди сочинить новые головоломки. Им следует повеселиться и многому научиться, выясняя, как числа сочетаются друг с другом.

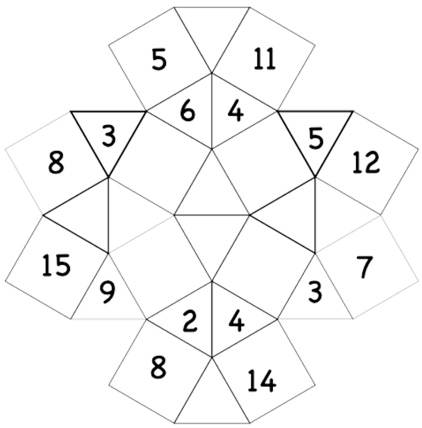
Стратегии решения: сначала нужно сделать треугольник между двумя золотыми квадратами. Другой простой случай - квадрат рядом с закрашенным треугольником, рядом с которым есть закрашенный квадрат меньшего размера - в этом случае, поскольку мы не работаем с отрицательными числами, есть только один вариант заполнения пустого квадрата. Наиболее распространенный случай - это квадрат, у которого есть два возможных значения, смотрящих в одном направлении, и две другие возможности, смотрящие в другом направлении - обычно есть только одно число, которое перекрывается в этих возможностях.

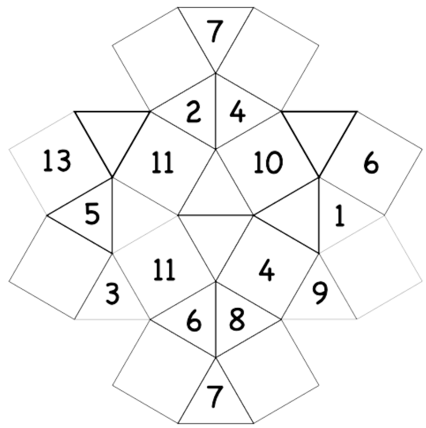


Вот несколько примеров с множеством взаимосвязей.



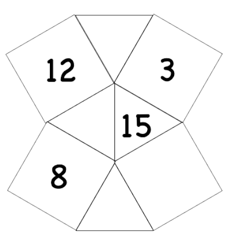


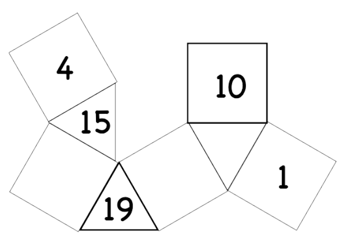


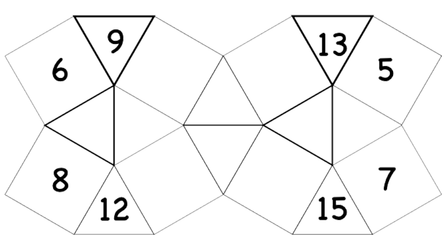


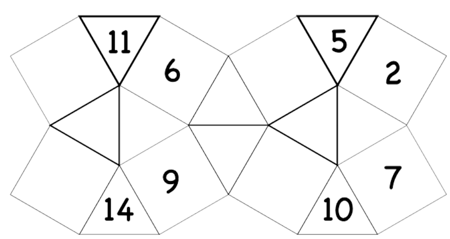
— SumTriangles —

Головоломки SumTriangles похожи на DiffTriangles, только они используют сложение вместо вычитания. Стоимость треугольника - это сумма двух или трех соседних квадратов. Составьте эти головоломки, используя методы, аналогичные DiffTriangles. Головоломки SumTriangles обычно проще решать, чем DiffTriangles.



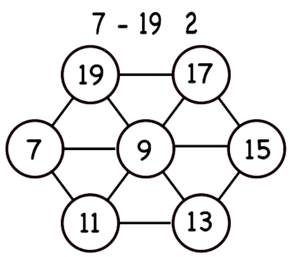


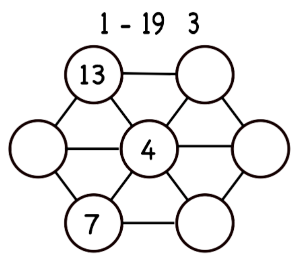




Глава 4 — Прыжки по- подсчет пропусков В

островам этих головоломках есть острова (круги), соединенные мостами (линиями). В этой версии Island Hopping соединения выполняются путем подсчета пропусков. На некоторых островах написаны числа, а некоторые начинаются с нуля. Над головоломкой находится начальный номер, конечный номер и сумма пропуска. Задача состоит в том, чтобы заполнить недостающие числа и найти путь. Вы также можете разместить числа и пробелы на листах бумаги на полу, чтобы составить головоломку с шагом.



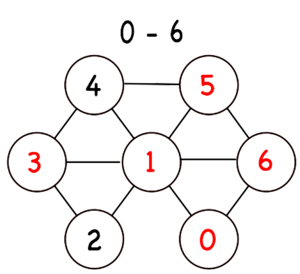


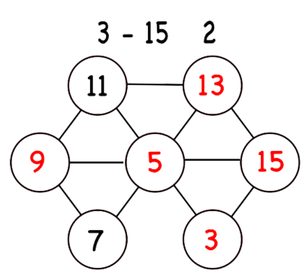
Как и в случае с упражнением «Подсчет пропусков», создавайте головоломки, чтобы попрактиковаться в движении вперед или назад, начиная с различных чисел, а не только чисел, кратных количеству пропуска.

Создание этих головоломок аналогично созданию головоломок «Прыжок по островам - подсчет» из начала главы 2. Сначала сделайте острова, заполните числа для подсчета пропусков, соедините эти острова в правильном порядке, а затем добавьте несколько дополнительных соединений, чтобы помочь сделать головоломка из этого. В версии, которую вы даете своему ребенку, удалите некоторые числа, оставив достаточно чисел, чтобы их все еще можно было вычислить.

Вы можете вернуться к стратегиям построения головоломок, описанным в бонусном материале к главе 2 для прыжков по островам - счет. Кроме того, если у вас все еще есть какая-либо из этих головоломок, очень легко преобразовать одну из этих головоломок в одну из них. Возьмите следующую головоломку из главы 2. Она включает в себя счет от 0 до 6. Красные числа - это те числа, которые обычно не учитываются, когда головоломка дается вашему ребенку. Чтобы превратить это в головоломку, которая начинается с 3 и пропускает счет на 2, просто умножьте все числа на 2, а затем прибавьте к ним 3, как в таблице ниже. После этого замените исходные числа на новые (без красных, конечно).

	0	1	2	3	4	5	6
Мног. на 2	0	2	4	6	8	10	12
Сложить 3	3	5	7	9	11	13	15





Глава 4 — Исправить

Начните с сетки чисел 4 на 4 с целевой суммой. Задача состоит в том, чтобы найти записи для удаления, чтобы сумма оставшихся чисел в каждой строке и столбце была целью. В альтернативной версии используются индивидуальные целевые суммы для каждой строки и столбца.

Составьте эти головоломки, складывая пары или тройки чисел, которые в сумме равны целевой сумме. Затем заполните оставшиеся поля номерами-приманками. Вы можете сделать это сложнее, используя альтернативные пары или тройки чисел, которые частично работают. Если вашему ребенку они нравятся, но он находит их слишком легкими, вы всегда можете сделать более крупные, размером 4 на 5, 5 на 5 или даже больше.

Красные звезды были добавлены сюда, чтобы показать, какие записи будут удалены, чтобы головоломки работали.

8

6	3	5	2
2	1	4	5
3	4	1	3
6	4	2	5

9

7	4	5	2
2	1	4	6
3	4	4	1
6	4	5	3

10

3	3	6	4
7	1	2	6
4	6	1	4
6	4	8	2

11

8	3	5	4
1	1	4	7
3	8	1	3
7	5	7	4

Вот две головоломки, использующие индивидуальные целевые суммы для строк и столбцов.

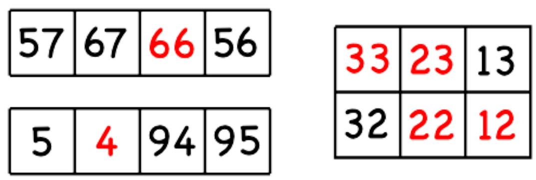
6	3	7	8	16
2	1	4	5	9
3	4	7	3	10
5	6	3	5	11
11	9	18	8	

0	6	5	2	8
7	8	5	4	12
2	7	1	4	9
3	1	9	8	17
9	13	14	12	

Глава 4 — Переход по острову единицами и десятками Дана

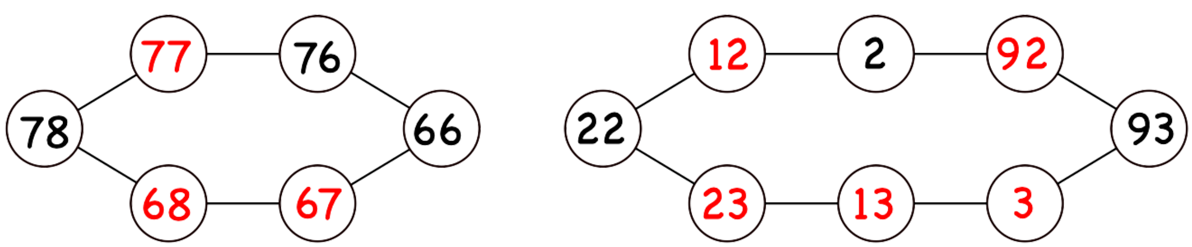
прямоугольная сетка чисел с заполненными некоторыми числами. Задача состоит в том, чтобы заполнить оставшиеся числа так, чтобы любые два числа, имеющие одну сторону, отличались только в одном месте, и разница цифр в этом месте равна 1 (включая переход от 0 до 9). Ни один номер не может использоваться более одного раза во всей сетке. Ссылка на 100-диаграмму может быть полезна для начинающих решателей.

Составьте эту головоломку, взяв пустую сетку и заполнив ее числами без повторения чисел. Затем удалите часть цифр, убедившись, что вашему ребенку это не слишком сложно. В этих примерах отсутствуют красные числа.



Используя только однозначные и двузначные числа, можно не так уж много хитростей. Тем не менее, это отличная практика для размышлений о возмещаемой стоимости. Одна морщина, которая может удивить вашего ребенка, - это переходы, такие как 95 к 5 к 15 или от 11 к 10 к 0 к 9 - они могут не осознавать, что у однозначных чисел есть 0 в разряде десятков, и они могут быть удивлены 0 и 9 подключается.

Сетки - естественный способ представить эти проблемы. Тем не менее, головоломки могут быть представлены таким же образом, как и другие головоломки с островами, с использованием кругов, и это представление дает некоторую дополнительную свободу при создании головоломок.



Глава 4 — Пазлы в форме пасьянса

— Волшебные треугольники —

Составьте треугольник из шести кругов с тремя кругами на стороне. В кругах используйте каждое из чисел от 1 до 6 один раз, чтобы на каждой стороне треугольника была одинаковая сумма. Это связано с двумя проблемами: выяснить, какие суммы будут работать, а затем выяснить, как их получить. Лучше позволить вашему ребенку поиграть с этим, чтобы выяснить, какие суммы возможны, но если разочарование побеждает, возможные суммы - 9, 10, 11 и 12.

Если вашему ребенку нравится это выяснять, это можно сделать для также большие треугольники. Для треугольника с девятью кругами с четырьмя кругами на стороне возможные суммы равны 17, 19, 20, 21 и 23.

Как и во многих головоломках для этой возрастной группы, основная причина, по которой ваш ребенок играет с этим состоит в том, чтобы побудить весело исследовать, как числа взаимодействуют друг с другом, и попрактиковаться в числовых фактах. У них еще нет математических навыков или навыков рассуждений, чтобы проводить систематические исследования. Тем не менее, эти головоломки можно разобрать более глубоко, и вот несколько идей, которые стоит разобрать, если вам или детям постарше интересно.

Пусть СУММ представляет собой сумму одной стороны треугольника. Если сложить три стороны треугольника, получится 3 x СУММ. Однако сумма трех сторон также будет суммой всех чисел плюс одна дополнительная копия для каждого угла треугольника. Пусть C-SUM будет суммой значений в трех углах. В итоге мы получаем соотношение, что 3 x СУММ = (Всего всех чисел) + С-СУММ.

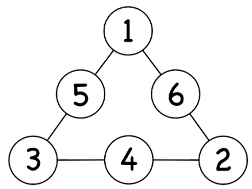
Головоломка из 6 кругов. Примените это к треугольнику с шестью кругами. Сумма всех чисел - это сумма чисел от одного до шести, что составляет 21. Таким образом, уравнение принимает вид 3 x СУММ = 21 + С-СУММ. Наименьшее значение С-СУММ может быть равно 1 + 2 + 3 = 6, и самое большое это может быть 4 + 5 + 6 = 15. Итак, 3 x SUM находится между 21 + 6 = 27 и 21 + 15 = 36. Это заставляет SUM быть 9, 10, 11, 12. Также обратите внимание, что C-SUM = 3 x SUM - 21, что удобно для поиска углов.

Еще одна вещь, на которую следует обратить внимание, - это симметрия возможных значений. Причина этой симметрии заключается в том, что для каждого решения существует другое решение, полученное путем вычитания всех чисел из 7 (или из 10 для головоломки с девятью кругами). Небольшой расчет покажет, что эта симметрия берет головоломку с суммой СУММ и создает новую с суммой (21 - СУММ) (или 40 - СУММ для головоломки с девятью кругами).

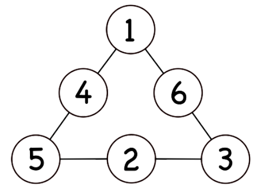
Последнее, на что следует обратить внимание, прежде чем мы углубимся в фактические числа, - это то, что для любого решения для трех углов мы можем предположить, что они расположены в порядке возрастания по часовой стрелке, с наименьшим числом вверху. Если они изначально не находятся в той конфигурации, вы можете вращать или переворачивать диаграмму, пока они не будут.

Все эти наблюдения позволяют сэкономить колоссальный объем работы. Нам нужно только посмотреть на СУММ, равную 9 и 10, и нам нужно только расположить углы в порядке возрастания. Если СУММ равно 9, тогда С-СУММ = 3 x 9 - 21 = 6, поэтому трио равно 1, 2 и 3. Если СУММ равно 10, то a + b + c = 3 x 10 - 21 = 9. Это оставляет две возможности - либо угловые значения 1, 2 и 6, либо 1, 3 и 5. Быстрая проба исключает возможность 1, 2 и 6.

После долгой работы у нас есть решения для СУММ, равной 9 и 10 для головоломки с шестью кругами. Помните, что вы можете получить решения для СУММ, равной 11 и 12, вычитая все значения из 7.



СУММА = 9



СУММА = 10

<u>9 круговой головоломки</u>. Используйте тот же подход для загадки с 9 кругами. Сумма чисел от 1 до 9 равна 45. Следовательно, 3 x СУММ = 45 + C-СУММ. Наименьшее значение C-SUM может быть 1 + 2 + 3 = 6, а наибольшее - 7 + 8 + 9 = 24. Таким образом, 3 x SUM находится между 45 + 6 = 51 и 45 + 24 = 69, что заставляет СУММ быть между 17 и 23. Принимая решение и вычитая все записи из 10, получаем следующие пары СУММ: 17–23, 18–22, 19–21 и 20–20. Таким образом, решения необходимы только для 17 , 18, 19 и 20. Соответствующие значения для C-SUM: 6, 9, 12 и 15.

SUM = 17 и C-SUM = 6. Для этого углы должны быть 1, 2, 3 и работает.

SUM = 18 и C-SUM = 9. Для этого углы должны быть 1, 2, 6 или 1, 3, 5. Ни то, ни другое не работает.

SUM = 19 и C-SUM = 12. Существует довольно много возможностей для углов, но работают только комбинации 1, 4, 7 и 2, 3, 7.

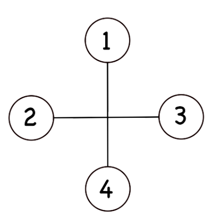
SUM = 20 и C-SUM = 15. Там слишком много комбинаций углов, и многие из них работают. Два из них работают: 1, 5, 9 и 2, 5, 8.

— Magic Designs —

Similar к магии Треугольники, эти круги имеют соединенные с геометрическим рисунком и ассоциированной группы чисел. Поместите числа в кружки так, чтобы каждая прямая линия соединенных кружков имела одинаковую сумму.

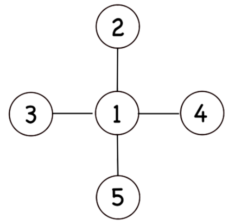
Анализ этих головоломок аналогичен тому, что было сделано для Magic Triangles. Пусть SUM будет общей суммой, которую разделяют все строки. Пусть c будет значением среднего круга для головоломок, в которых он есть. Общая стратегия состоит в том, чтобы сложить все строки и исследовать обнаруженную взаимосвязь. Также обратите внимание, что, как и для Magic Triangles, новое решение может быть создано путем вычитания всех записей из числа, которое на единицу больше наибольшего.

1. Цифры от 1 до 4 расположены в форме знака «плюс» без общих кругов. Цифры от 1 до 4 в сумме дают 10, и это делится поровну между двумя направлениями. Итак, СУММ = 5, и ответ прост.

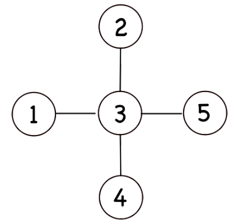


СУММА = 5

2. Цифры от 1 до 5 помещены в знак плюса с одним общим кружком посередине. В сумме от 1 до 5 получается 15. Сумма двух направлений дает 2 х СУММ = 15 + с. Поскольку 15 + с должно быть четным, с может быть 1, 3 и 5. Получите решение для с = 5 (SUM = 10) из решения с = 1, вычтя все числа из 6.

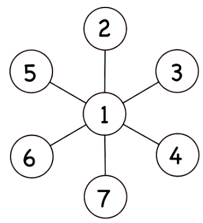


c = 1 СУММА = 8

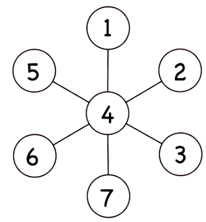


c = 3 СУММА = 9

3. Числа из 1 до 7 находятся в линиях по 3 круга с одним общим кругом посередине. Сложение трех направлений дает 3 х СУММ = 28 + 2 х с. Поскольку 3 равномерно делит 28 + 2 хс, это заставляет с быть 1, 4 или 7. Решения для с = 1 и 4 даны.

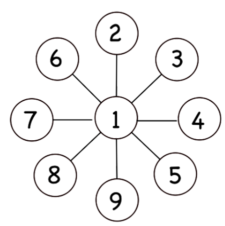


c = 1 СУММА = 10

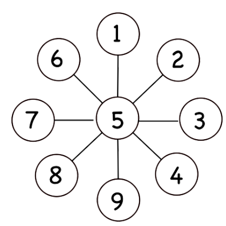


c = 4 СУММА = 12

4. Цифры от 1 до 9 выстроены в ряды из 3 кружков с одним общим кружком посередине. Сложение четырех направлений дает 4 х СУММ = 45 + 3 х с. Поскольку 4 равномерно делит 45 + 3 хс, это вынуждает с = 1, 5 или 9.



c = 1 СУММА = 12

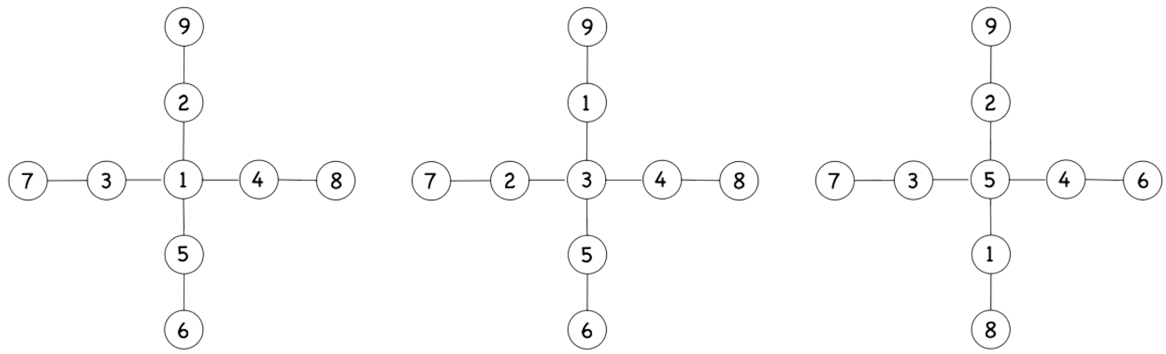


c = 5 СУММА = 15

5. Числа от 1 до 5 расположены в форме буквы L с одним общим кругом в углу. Это действительно то же самое, что и проблема №2, поэтому решения по существу те же.

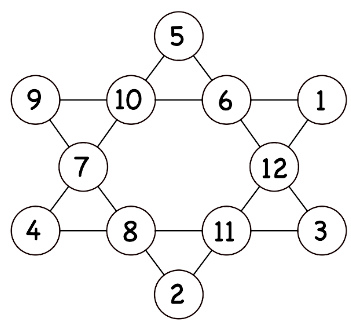
6. Цифры от 1 до 8 находятся в знаке плюс, без общих кружков. Два направления равномерно разделяют 36, сумму всех чисел, поэтому СУММ = 18. Есть много способов решить эту проблему, разделив набор чисел на две группы, которые в сумме составляют 18. Одно решение - 1, 2, 7, 8 и 3, 4, 5, 6, а еще один - 1, 3, 6, 8 и 2, 4, 5, 7.

7. Цифры от 1 до 9 находятся в знаке плюс с одним общим кругом в середине. . Сложение двух направлений дает 2 X СУММ = 45 + с, поэтому с = 1, 3, 5, 7 и 9. Приведены решения для с = 1, 3 и 5.

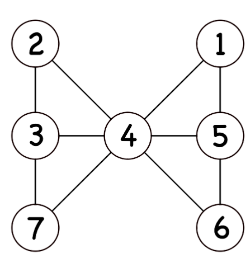


c = 1 СУММА = 23 c = 3 СУММА = 24 c = 5 СУММА = 25

8. Цифры от 1 до 12 в форме звезды. У этого есть 6 направлений линий 4 кругов. Этот намного сложнее других. Если сложить все направления, каждое число будет задействовано дважды. Числа от 1 до 12 в сумме дают 78. Таким образом, мы имеем 6 x СУММ = 2 x 78, что означает СУММ = 26 (как указано в подсказке). Решение дано ниже. Как всегда, другое решение может быть получено путем вычитания всех записей из 13.



9. Числа от 1 до 7 имеют H-образную форму - 3 по вертикали слева, 1 в центре, 3 по вертикали справа. Есть 5 возможных линий 3 связанных окружностей. Если сложить 5 направлений, все круги будут использованы дважды, за исключением центра, который используется трижды. Сложение пяти направлений дает 5 x СУММ = 2 x 28 + с. Поскольку 5 равномерно делит 56 + с, это вынуждает с = 4, и в этом случае SUM = 12 (как указано в подсказке). Обратите внимание, что ни 2, ни 3 не могут быть на той же стороне, что и 1, и это приводит к следующему решению.



Глава 4 — Квадрат суммы

Начните с сетки 3 на 3, в которой указаны целевые суммы для каждой строки и столбца. Некоторые числа от 1 до 9 уже помещены в сетку. Для чисел, которые еще не помещены, задача состоит в том, чтобы расположить их так, чтобы суммы строк и столбцов были целевыми значениями.

Чтобы сделать одну из этих головоломок, начните с размещения листов бумаги с числами от 1 до 9 на сетке 3 x 3. Для каждой строки и столбца запишите сумму справа или ниже. Затем удалите некоторые числа из сетки. Наконец, передайте ребенку снятые листы бумаги и спросите: «Где они были?» Поскольку их так легко создавать, это отличные головоломки, которые ваш ребенок может придумать, а вы сами решите.

Один из вариантов, позволяющий сохранить суммы немного меньше, - это использовать вместо них числа от 0 до 8. Более сложный вариант - проделать то же самое с числами от 1 до 12 в сетке 3 на 4 или даже с числами от 1 до 16 в сетке 4 на 4.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Сделать оригинальный заполненный пазл достаточно просто. Как упоминалось выше, просто введите все числа и запишите суммы. Задача создателя головоломки состоит в том, чтобы удалить только необходимое количество информации, чтобы головоломка была сложной, но не слишком сложной.

<u>Стратегии решения и создания</u>: начните с заполнения квадратов, которые являются единственными пропущенными числами в строке или столбце. Крайнюю левую из этих трех головоломок довольно легко решить, потому что после заполнения 5 и 7 легко решить 3 и 2, а затем, наконец, будет легко решить 8 - каждый синглтон создает новые синглтоны, которые легко рассчитать.

Легко вычисляемые головоломки - хорошая практика для вашего ребенка, поэтому не беспокойтесь о том, чтобы все головоломки были сложными.

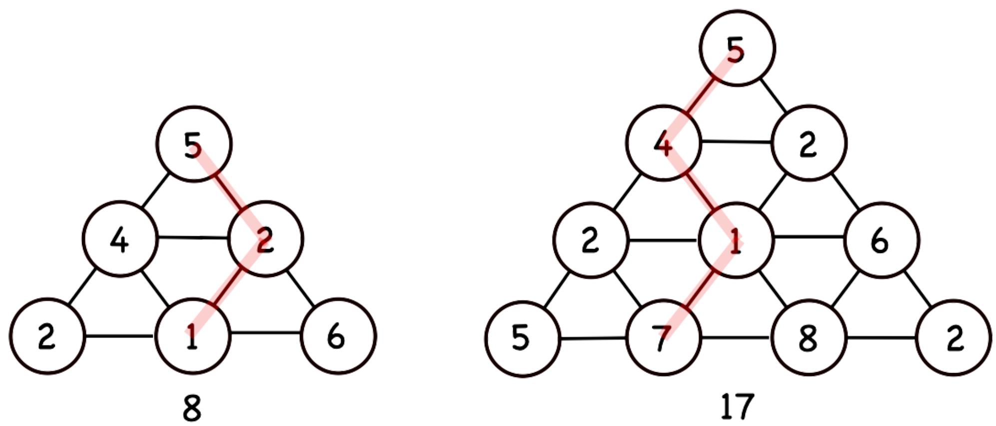
Средняя загадка немного сложнее. Синглтонов нет. Хорошая стратегия для них - искать строки или столбцы с особенно большими или маленькими пропущенными суммами - у них будет относительно мало вариантов выбора. Нижний ряд и крайний правый столбец - хорошие места для начала этой головоломки. Сумма недостающих чисел в нижнем ряду составляет 16, поэтому они должны быть 7 и 9. Число 9 не может попасть в столбец с 6 (сумма будет слишком большой для этого столбца), поэтому помещаются 7 и 9. Остальное следует, как в предыдущей головоломке.

В самой правой загадке два боковых числа не указаны. Как только ваш ребенок поймет, что в сумме боковые числа равны 45, что является суммой чисел от 1 до 9, легко заполнить единственное отсутствующее число.

Глава 4 — Пирамида

сложения Пирамида из 10 чисел, размещенных в 4 ряда, дается с целевым числом. Задача состоит в том, чтобы найти путь через пирамиду, используя одно число из каждой строки, чтобы сумма чисел была целевым числом. Цифры на пути должны касаться друг друга.

Составьте одну из этих головоломок, заполнив числами, которые вы хотите сформировать путь, и запишите сумму этих чисел. Затем заполните оставшиеся числа-приманки в пирамиде. Количество возможных путей через пирамиду удваивается с добавлением каждого ряда, поэтому создание пирамид большего размера - это способ бросить вызов ребенку, которому легко решить головоломку из 10 чисел. Если ребенок считает, что головоломка с 10 числами трудна, начните с головоломки с 6 числами, пока она не станет легкой и быстрой.



Для более крупных головоломок создателю головоломки может быть непросто убедиться, что есть только один правильный путь через пирамиду. Не беспокойтесь об этом слишком сильно. Хотя это хорошо, если есть только один путь, вашему ребенку понравится показывать вам, что существует более одного способа его решить.

Глава 4 — Расследования

— ЛЕПЕСТКИ ЦВЕТОВ —

ИССЛЕДОВАНИЕ

В волшебном саду есть два вида цветов. У одного 4 лепестка, а у другого 7 лепестков. Ребенка попросили сорвать несколько цветов так, чтобы всего лепестков было 13. Можно ли это сделать? Как насчет 15 лепестков? Для какого количества лепестков это возможно? Можно ли сделать это более чем одним способом для возможных чисел? Например, 32 лепестка - это четыре семерки и одна четверка, а также восемь четверок.

Пробуя много пар чисел, можно поиграть с множеством примеров. Для некоторых пар чисел наступает точка, в которой возможны все числа лепестков, а для других пар чисел такой точки нет. Для 4 и 7 возможны любые числа начиная с 18. Для 3 и 6 нет точки, после которой встречаются все числа.

Каков узор и что создает этот узор? Часто возникают такие вопросы, и именно здесь происходит много интересного.

Проще всего увидеть, что происходит, когда какое-то число делит оба числа без остатка. Возьмем, к примеру, 3 и 6. Думайте об этих числах как о 1 х 3 и 2 х 3. Когда вы складываете эти числа вместе, вы всегда получите некоторое количество троек. Невозможно сложить 3 и 6 вместе, чтобы получить 10, потому что 10 нена 3.

делитсяКогда 1 - единственное число, которое равномерно делит оба числа, всегда наступает момент, когда может быть достигнуто любое число. Для 4 и 7 это число равно 18. Чтобы найти это число, вычтите 1 из каждого числа в паре и умножьте эти новые числа вместе. В данном случае это дает 3 х 6 = 18. Другой интересный аспект этой ситуации заключается в том, что будет достижима ровно половина чисел ниже 18. Почему это работает, математика слишком сложна для маленького ребенка; тем не менее, с этими вычислениями весело играть, и опыт вашего ребенка с этими шаблонами может внезапно встать на свои места намного позже.

— СТУПЕНЕЙ — СКОЛЬКО СПОСОБОВ —

ИССЛЕДОВАНИЕ

Предположим, вашему ребенку нравится иногда делать два шага за раз, а иногда по одному. Если ваш ребенок хочет подняться на несколько ступенек вверх, возникает естественный вопрос: сколькими способами это можно сделать?

Например, на 0 шагов есть только один путь - вы просто стоите там. Для 1 шага есть один способ - вы делаете один шаг. Для двух шагов вы можете сделать один двойной шаг или два одинарных шага.

Ваш ребенок должен тщательно подсчитать множество случаев этого и составить таблицу результатов. Когда информации много, таблица часто помогает организовать информацию и выделить шаблоны. Таблица будет выглядеть так (ладно, для выхода за пределы 6 может потребоваться слишком много терпения, но вот цифры):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

После просмотра этих чисел , ваш ребенок может заметить, что каждая пара последовательных чисел дает в сумме следующее число. Почему это происходит? Эти числа называются числами Фибоначчи. Правило создания официальных чисел Фибоначчи состоит в том, что каждое число является суммой двух предыдущих. То же самое происходит и со ступенями. Хммм ...

Давайте внимательно рассмотрим один пример - скажем, 5 шагов. 8 вариантов: 1 + 1 + 1 + 1 + 1, 1 + 1 + 2 + 1, 1 + 2 + 1 + 1, 2 + 1 + 1 + 1, 2 + 2 + 1, 1 + 1 + 1. +2, 1 + 2 + 2 и 2 + 1 + 2. Первые 5 возможностей используют 1 для последнего хода, а последние 3 возможности используют 2 для последнего хода. Это объясняет это - вы можете подняться на 5 шагов, поднявшись на 4 шага и сделав еще 1 шаг, или поднявшись на 3 шага и поднявшись еще на 2 шага. Количество способов подъема на 5 ступеней в точности равно сумме количества способов подъема на 4 ступени плюс количество способов подъема на 3 ступени.

Шаблоны часто можно понять, если терпеливо просматривать примеры, систематизировать данные, внимательно изучать данные и искать объяснения, почему все происходит именно так. Это хорошая привычка, которую нужно развить у вашего ребенка.

— ШКАЛА БАЛАНСА —

ИССЛЕДОВАНИЕ

Весы - это простое устройство, позволяющее определить, когда две вещи имеют одинаковый вес. Весы обычно поставляются с набором гирь, которые используются для измерения веса других объектов. Вы можете провести много интересных исследований, если ограничите допустимые веса.

Один вид веса: предположим, у вас много весов, но все они одинаковые - скажем, 5 единиц. Тогда единственное, что вы можете точно взвесить, - это предметы, кратные 5 (точно так же, как пропускать счет на 5).

Два типа весов - одна сторона: предположим, что у вас есть много весов, которые составляют либо 4 единицы, либо 7 единиц, и вы используете их только на одной стороне баланса. Вещи, которые вы можете взвесить, - это те же числа, которые вы нашли в исследовании лепестков цветов. Для 4 и 7, начиная с 18 единиц, вы можете все точно взвесить. Если веса составляют 4 единицы и 6 единиц, вы можете взвешивать только четные числа, начинающиеся с 4.

Два вида веса - обе стороны: после проведения исследования с двумя видами гирь на одной стороне, ваш ребенок может быть удивлен, если вы спросите их. чтобы взвесить предмет из 3-х или даже 1-единиц, используя 4 и 7. Хитрость заключается в том, чтобы положить несколько гирь на одну сторону, а другие - на другую. Например, проверьте, что предмет весит 3 единицы, положив на него 4 единицы веса, и убедитесь, что он уравновешен с 7 единицами веса. Точно так же проверьте, что предмет весит 1 единицу, положив на него 7-ю единицу веса, и убедитесь, что он уравновешен двумя 4-ю весами.

В этом исследовании скрыта важная математическая теорема, называемая теоремой Безу. На данный момент вашему ребенку не нужно знать об этой теореме, но разве не здорово, что маленький ребенок может играть с продвинутой математикой!

Удвоение веса: что произойдет, если у вас будет по одному весу для каждого веса в прогрессии удвоения 1, 2, 4, 8 и 16? Сколько способов вы можете взвесить то, что весит 13 человек? Какой самый большой вес вы можете измерить?

После некоторого исследования вы обнаружите, что вы можете взвесить все, что на единицу меньше, чем удвоение максимального веса - в данном случае это 31. Кроме того, каждый предмет, который вы можете взвесить, можно взвесить только одним способом - например, 13 = 1 + 4 + 8, и другого выхода нет. Довольно круто! Эта ситуация связана с двоичной системой счисления.

Веса Фибоначчи: что произойдет, если веса указаны в числах Фибоначчи? Есть ли несколько способов взвесить какие-то гири? Найдите ограничение, при котором для каждого веса будет только один путь.

Предположим, у вас есть по одному весу 1, 1, 2, 3, 5, 8 и 13. Таким образом, 10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 +. 8. Причиной дублирования является то, что правило Фибоначчи создает более одного способа записать числа Фибоначчи в терминах самих себя - например, 2 = 1 + 1 и 8 = 5 + 3. Способ решить эту проблему - это настаивайте на том, что вы не можете использовать два числа Фибоначчи, которые являются соседями друг друга в последовательности. Когда вы добавляете это ограничение, единственный способ получить 10 - это 2 + 8.