

## Дополнительные материалы к главам 1-2

### — Введение —

Вы из тех, кто хотел бы, чтобы в специально кратких описаниях уроков было больше примеров, обсуждений и комментариев? Если да, то вы попали в нужное место! Этот файл содержит бонусные материалы для некоторых заданий из глав 1 и 2.

Для головоломок приводится множество примеров решенных головоломок, а также дополнительные комментарии о том, как их создавать. Программа Early Family Math основана на идее, что ранняя математика - это то, чем семья должна заниматься вместе, и создание головоломок для вашего ребенка является важной частью этого процесса. Как только вы освоите каждую головоломку, вы обнаружите, что большинство, если не все головоломки вам довольно легко создать.

Многие из этих головоломок имеют разные уровни сложности, и на следующих страницах есть много предложений и примеров, как их создавать. Всегда начинайте с самых простых головоломок. Гораздо лучше, чтобы ваш ребенок испытал успех, понимание и развлечение, разгадывая слишком простые головоломки, чем разочаровываться, разочаровываться и усложнять себе задачу решать слишком сложные головоломки. Как только ваш ребенок приобретет уверенность и энтузиазм к математической деятельности, пора постепенно переходить к более сложным задачам. Кроме того, не все головоломки будут интересными для всех, поэтому не разгадывайте головоломки и задания, которые, кажется, не связаны между собой.

Это то, что вы найдете на следующих страницах:

- Глава 1 — Форма sudoku
- Глава 1 — Один из них не похож на другие
- Глава 2 — Прыжки по островам - Подсчет
- Глава 2 — Sudoku с числами с помощью пазлов
- Глава 2 — Ним с числами 1 и 2
- Глава 2 — Вырезание симметричных фигур
- Глава 2 — Соединение точек
- Глава 2 — Больше, чем sudoku
- Глава 2 — Сделай меня лжецом
- Глава 2 — Головоломка из 15

---

### — Юридические вопросы —

Каждая семья должна иметь возможность вместе учиться математике и наслаждаться ею. С этой целью Early Family Math представляет собой сборник материалов, которые семьи и преподаватели могут свободно редактировать, переводить, копировать и распространять, не спрашивая разрешения, только для некоммерческого использования.

© Copyright Early Family Math - Крис Райт 2021, версия 1.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 Международная лицензия

# Глава 1 — Форма sudoku

## — Введение —

Это первая математическая головоломка для вашего ребенка, и это довольно круто! Это также означает, что вы должны делать это очень медленно, чтобы у вашего ребенка было много успехов и удовольствия, и очень мало разочарований.

Правила для этих sudoku 4 на 4 очень просты. Есть четыре разных типа жетонов. В каждой строке, столбце и углах головоломки должно быть по одному жетону каждого вида. Используйте подвижные части, чтобы вашему ребенку было легко экспериментировать в поиске решений.

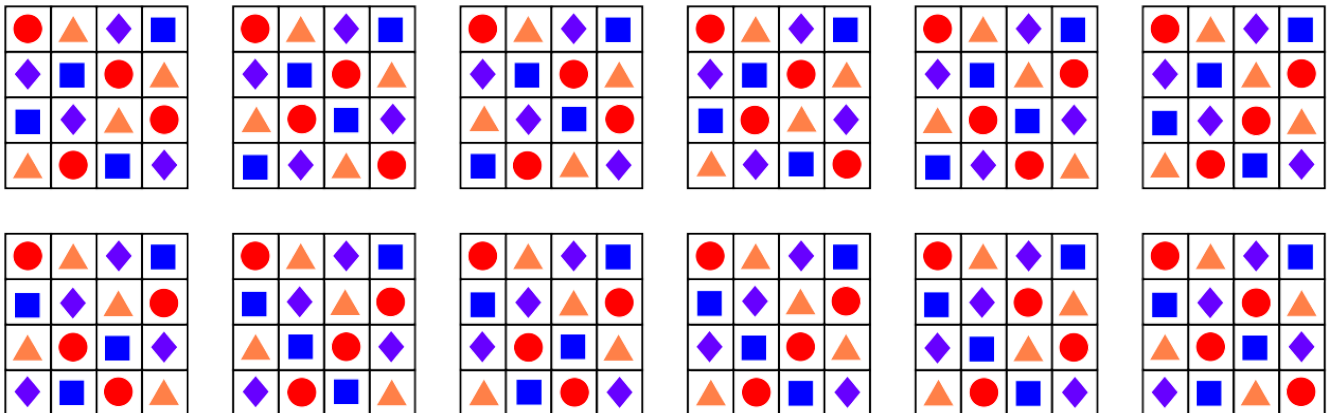
В первых головоломках, которые вы собираете, в каждой строке не должно хватать только одного жетона. Как только ваш ребенок поймет и разгадывает эти головоломки, вы можете переходить к более сложным, но не спешите.

Самый простой способ составить эти головоломки - начать с готовой sudoku и удалить некоторые жетоны. Чтобы помочь вам в этом, ниже представлен ряд готовых sudoku. После этих готовых примеров идет список методов, которые вы можете использовать для создания головоломок из готовой головоломки.

## — Законченные sudoku —

Прежде чем дать вам сборник готовых sudoku, нужно отметить одну вещь. Вы можете взять любой из них и создать еще 23, просто поменяв местами типы жетонов - например, вы можете взять готовую головоломку и создать «новую», поменяв местами круги и треугольники и поменяв местами ромбы и квадраты.

Приведенные ниже примеры существенно отличаются друг от друга и не могут быть составлены друг от друга путем обмена местами. Вы можете создать из них больше примеров, если захотите.



## — Способы создания sudoku из решенных —

Когда вы закончите sudoku, вы можете использовать любую из следующих стратегий, чтобы создать головоломку с уникальным решением. Вообще говоря, чем больше жетонов вы удалите, тем сложнее будет головоломка.

- Удалите по одному жетону из каждой строки или каждого столбца.
- Удалите по одному жетону из каждого угла 2 на 2.
- Удалите все жетоны одного вида из всей головоломки.
- Уберите все жетоны из одного угла 2 на 2.
- Удалите одну целую строку и один весь столбец.
- Удалите все жетоны одного вида и по одному жетона других типов.
- Уберите все жетоны с двух противоположных углов 2 на 2.
- Удалите все жетоны с двух противоположных углов 2 на 2 и по 1 жетону с двух других углов.

Конечно, это не единственные методы, которые вы можете использовать. Они просто представлены здесь как безошибочные общие методы, с помощью которых можно быстро создавать головоломки.

# Глава 1 — Один из них не похож на другие

В этом упражнении ваш ребенок смотрит на четыре вещи и решает, какие из трех имеют свойство, а четвертое - нет. Ниже приводится краткий список примеров с пояснениями. У детей часто есть свежий взгляд на вещи, и их стоит прислушаться, чтобы увидеть, являются ли их рассуждения новыми, но здоровыми.

Есть несколько способов преподнести эти четыре предмета вашему ребенку. Самый простой способ - просто произнести список. Если предметы легко нарисовать, вы можете их нарисовать. Если предметы сложно нарисовать, вы можете найти фотографии или рисунки в рекламе или журналах, которые можно вырезать и выбрать из них. Вы можете использовать одну фотографию с большим количеством контента и выделить четыре вещи на фотографии.

Для подобных заданий, когда ваш ребенок некоторое время попрактикуется в этом и имеет твердое представление о нем, хорошо поменять свои роли - ваш ребенок многому научится, создавая примеры, которые вы должны решать. Как и раньше, их рассуждения могут сильно отличаться от ваших, поэтому слушайте внимательно.

## — Группы из четырех человек —

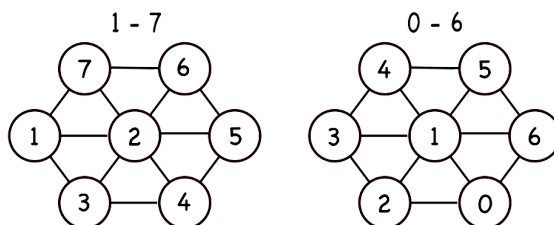
Вот несколько примеров, которые помогут вам начать работу.

- кролик, собака, бабочка, подушка - Первые трое живы, а подушка нет.
- банан, сыр, молоток, морковь - только молоток нельзя есть.
- сыр, обувь, пальто, рубашка - только сыр нельзя носить.
- красный треугольник, красный квадрат с отверстием, зеленый квадрат, красный квадрат без отверстия - Любой из первых трех может быть нечетным. Красный треугольник - единственный, который не является квадратом. Красный квадрат с дыркой - единственный, который не сплошной. Зеленый квадрат - единственный, который не является красным.
- собака, кошка, лев, золотая рыбка - Лев - единственное животное в списке, которое могло бы стать плохим питомцем. Кроме того, он немного больше, чем другие животные. Или у трех из них четыре ноги, и рыба живет в воде.
- куст розы, дуб, клен, сосна - куст розы - единственное, что не является деревом.
- скамейка, стол, кушетка, табурет - стол единственный, на котором вы не сидите. Или только диван мягкий.
- лай, гудок, радуга, щелчок - только радуга не является звуком.
- носки, штаны, зубная щетка, шляпа. Зубная щетка - единственная, которую вы бы не стали носить.
- стул, зонт, диван, табурет - только зонт, на котором вам не захочется сидеть.
- муравьи, свиньи, пауки, кузнечики - только свинья не является маленьким жуком.

Вы также можете сделать это с помощью картинок вместо слов. Возьмите за привычку вырезать картинки из рекламы, журналов и всего остального, что попадется вам на пути, чтобы вы могли играть с картинками в игры.

## Глава 2 — Прыжки по- Подсчет

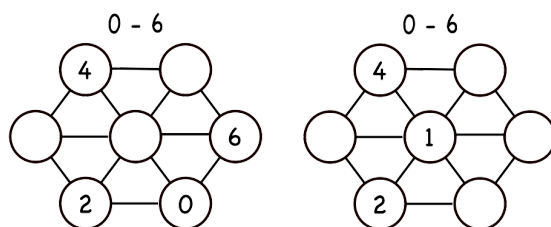
В Островах этих головоломок есть пронумерованные острова (круги), соединенные мостами (линиями), нарисованными на бумаге. Задача состоит в том, чтобы найти путь, соединяющий острова по порядку.



В самых простых версиях все числа заполнены, и цифры идут от 1 до количества островов. Вы можете изменить это действие, начав с некоторого числа, отличного от 1, и пропустив некоторые числа.

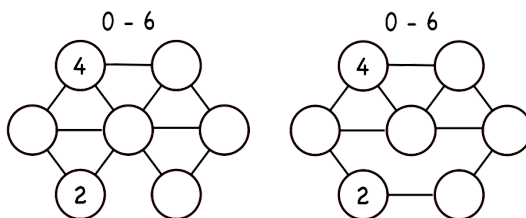
Пазлы со всеми числами станут простыми, если ваш ребенок научится считать. Эти начальные головоломки являются хорошей практикой счета, а также помогают укрепить уверенность в решении головоломок. Более сложные головоломки - это те, в которых не указаны числа.

Помогите своему ребенку разгадывать эти более сложные головоломки, опустив всего несколько цифр и постепенно переходите к тому, чтобы опустить больше.



В первой из этих двух головоломок все остальные числа не указаны. Это позволяет относительно легко заполнить недостающие числа. 1 должен присоединяться к 0 и 2, и для этого есть только одно место. 3 должно быть прикреплено к 2 и 4, а при заполнении 1 остается только одно место для 3. 5 должно быть на оставшемся месте между 4 и 6.

Вторая головоломка немного сложнее. 3 должен присоединяться к 2 и 4, поэтому для него есть только одно место. 5 должен быть прикреплен к 4, так что теперь для него осталось только одно место. 6 должно быть прикреплено к 5-му. Наконец, 0 должен войти в оставшееся место.



Чтобы еще больше усложнить задачу, мы можем удалить 1 и поиграть с удалением некоторых мостов. Получайте удовольствие от вариаций и позвольте вашему ребенку разработать некоторые из них.

## Глава 2 — Судоку с числами с головоломками

Это похоже на головоломку «Судоку по форме», только теперь в ней используются числа. Если ваш ребенок еще не готов распознавать цифры, вы можете вместо этого использовать несколько точек. Чтобы избежать стирания, используйте пронумерованные (или пунктирные) листы бумаги для решения головоломок.

В головоломке 4 на 4 каждая строка и столбец имеют номера от 1 до 4 один раз. Также каждая отмеченная подобласть имеет один раз номера от 1 до 4.

Создайте эти пазлы для своего ребенка, начав с готовой головоломки с подвижными кусочками пронумерованной бумаги, а затем убрав некоторые кусочки бумаги.

### — Пазлы 4 на 4 —

Головоломки 4 на 4 с частями, представляющими собой углы 2 на 2, в точности такие же, как и приведенные ранее головоломки Судоку по форме. Вы можете вернуться на эту страницу в этих ресурсах, чтобы увидеть решенные версии этих головоломок. Чтобы создать их пронумерованную версию, замените каждую цветную фигуру номером. Например, красные круги могут быть 1, оранжевые треугольники 2, фиолетовые ромбы 3 и синие квадраты 4.

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

### — Головоломки 5 на 5 —

Таких головоломок слишком много, чтобы хоть как-то приблизиться к отображению всех возможных геометрических форм головоломки. Они здесь только для того, чтобы предложить возможные варианты. Вашему ребенку может понравиться находить разные способы разделить квадрат 5 на 5 на части, состоящие из 5 маленьких квадратов.

Фигуры, состоящие из 5 маленьких квадратов, называются «пентамино». Создание фигур из пентамино может быть очень увлекательным занятием. Может быть, вырежьте фигурки пентамино из плотной плотной цветной бумаги и посмотрите, какие рисунки вы сможете сделать!

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
2	3	1	5	4
5	1	4	2	3
4	5	2	3	1

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4

### — Пазлы 6 на 6 —

Хорошо, вы уловили идею. Их очень много! Вот всего несколько головоломок 6 на 6, которые подскажут вам, что возможно. Как всегда, поиграйте с ребенком с этими кусочками пазла и числами. Возможно, разработайте несколько из них вместе.

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
2	3	4	5	6	1
5	6	1	2	3	4
3	4	5	6	1	2
6	1	2	3	4	5

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
6	3	2	5	4	1
3	4	1	2	6	5
2	6	5	3	1	4
5	1	4	6	3	2

1	2	3	4	5	6
2	5	1	6	3	4
5	6	4	2	1	3
3	4	2	5	6	1
4	3	6	1	2	5
6	1	5	3	4	2

## Глава 2 — Ним с 1 и 2

### — Правила игры —

Выбирается целевое число, скажем 10. Позвольте ребенку выбрать, ехать ли первым или вторым. Общая сумма начинается с 0. Во время хода человек выбирает прибавить 1 или 2 к текущей сумме. Побеждает тот, кто первым достигнет цели.

В эту игру также можно играть с вычитанием. В этой версии начальная сумма начинается с цели, которая в этом примере равна 10. В конкретный ход игрок выбирает, вычесть ли 1 или 2. Побеждает тот, кто первым наберет 0.

Другой вариант состоит в том, что вместо победы игрок, вынужденный ударить или выйти за пределы заданного числа, проигрывает. Вы также можете поэкспериментировать с тем, что произойдет, если вы позволите игроку прибавлять (или вычитать) 1, 2 или 3 за каждый ход.

### — Понимание игры —

Ничего не анализируя, в эту игру приятно играть, и она дает хорошую практику сложения или вычитания 1 и 2. На этом мы могли бы остановиться. Однако это также отличный пример двух техник решения проблем, которые вы можете показать своему ребенку, когда он будет готов: 1) обучение на более простых примерах и 2) поиск шаблонов.

Таким образом можно изучить любую из версий. Давайте посмотрим на один: вычитание, начиная с 10, и тот, кто получит 0, выигрывает. Сложность этой игры заключается в том, что 10 - это так далеко от 0. Итак, давайте посмотрим на более простую версию. Когда детей просят сделать это, они часто предлагают начинать с 5 или 6 лет - им кажется абсурдным начинать с 1, но на самом деле они должны это делать! Часто лучше начать как можно проще - это означает, что нужно начинать с 1. Если это ваш ход и счет равен 1, вы выигрываете. Сделайте следующие несколько. Если счет равен 2, вы выигрываете. Если счет равен 3, вы должны проиграть - считаете ли вы 1 или 2, вы дадите своему противнику выигрышную позицию. Если счет равен 4, вы выиграете, потому что вы вычитите 1 и поставите вашего оппонента в проигрышную позицию. Продолжая таким же образом, составьте таблицу результатов:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W	W	L	W	W	L	W	W	L	W

Эта таблица показывает, что существует повторяющийся образец 3. Начиная с 10, вы должны сначала пойти и вычесть 1. Что радует в этом, так это то, что, как только вы решите взглянуть на более простые версии проблемы, анализ будет быстрым и легким - сложный анализ не требуется. Теперь вы Мастер этой игры и знаете, что делать, начиная с любого числа! Любую версию этой базовой игры так же легко проанализировать.

Но подождите, есть последний вопрос. Почему повторяется 3? Как только один игрок застревает на проигрышном числе, кратном трем, каждая пара ходов после этого может быть добавлена к 3 - если проигравший игрок вычитает 1, другой игрок вычитает 2, а если проигравший игрок вычитает 2 другой игрок вычитает 1.

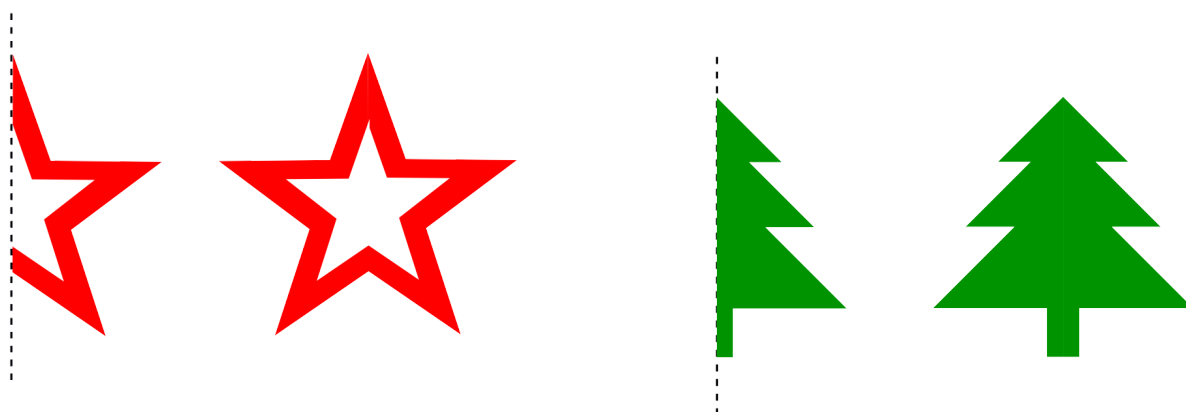


## Глава 2 — Вырезание симметричных форм

Создавайте дизайны, складывая лист бумаги и вырезая бумагу, пока она складывается. Это называется Киригами.

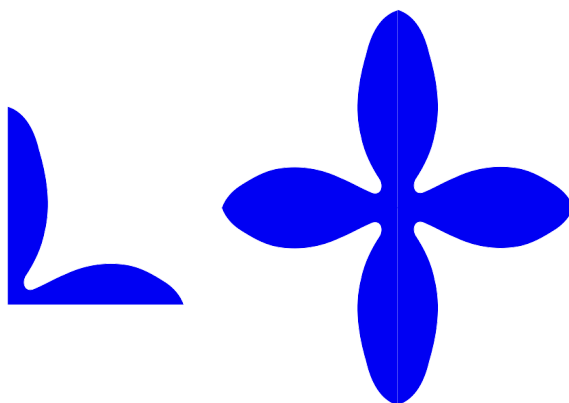
### — Один раз —

Сложите бумагу один раз и разрежьте ее, чтобы создать рисунок, одна сторона которого будет зеркальным отражением другой. Поэкспериментируйте с вырезанием лиц, ламп или геометрических фигур. Звезда и дерево были изготовлены с одинарным сгибом, который показан слева, а развернутый лист бумаги показан справа.



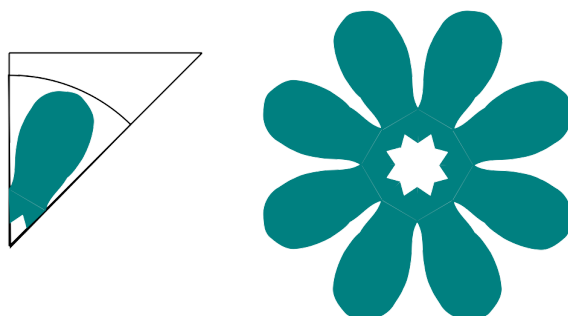
### — Две складки —

Если сложить бумагу один раз, а затем еще раз в противоположном направлении, получатся фигуры с двумя линиями зеркального отображения. Это упрощает создание рисунков, например цветов. Фигура слева - это бумага, сложенная вдвое и вырезанная, чтобы оставить синюю область, а рисунок справа показывает развернутую бумагу.



### — Три складки —

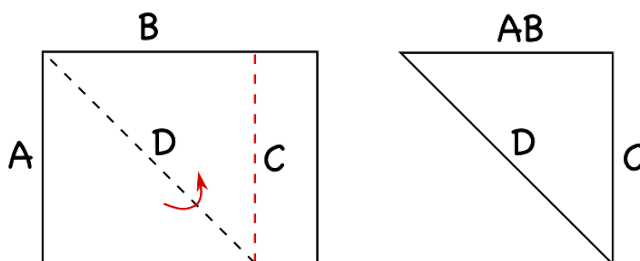
Поэкспериментируйте с различными складками и разрезами. Эта фигура была создана путем взятия дважды сложенного листа бумаги, а затем еще одного сгиба его по диагонали через угол предыдущих сгибов.



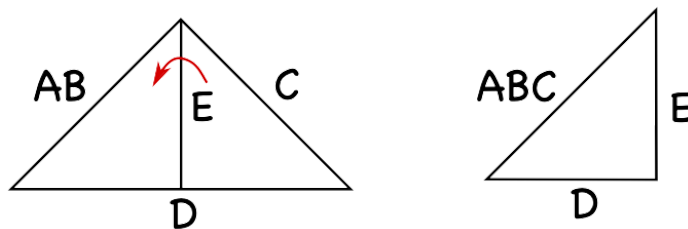
### — Снежинки —

Это последовательность складок для создания 6-точечных снежинок. Хотя это и требует нескольких шагов, не откладывайте их - после небольшой практики они станут быстрыми и легкими.

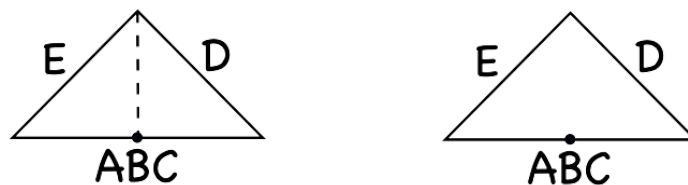
Начните с того, что возьмите стандартный лист бумаги и согните его в одном из углов так, чтобы стороны, отмеченные A и B, встретились. Оставьте сгиб на месте и разрежьте его по линии, обозначенной C.



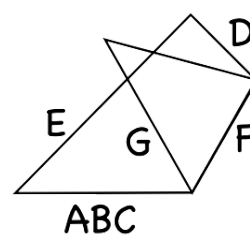
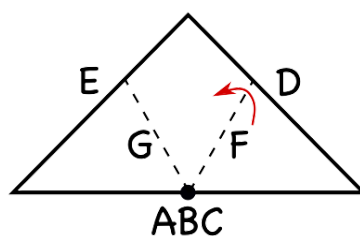
Возьмите полученный треугольник и сложите его пополам так, чтобы стороны AB и C перекрывали друг друга.



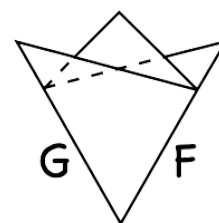
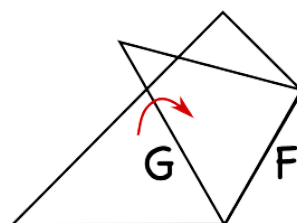
Сделайте временный сгиб в этом треугольнике и отметьте им середину стороны ABC. Расстегните временную складку.



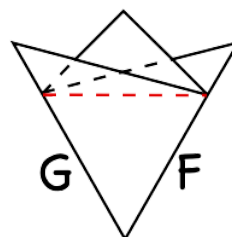
Сделайте сгиб над F. Когда вы сложите F, вы увидите, что G поместится так, чтобы G сломала угол пополам.



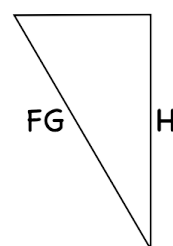
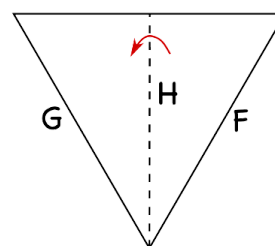
Сложите вдоль буквы G - сделайте этот сгиб снизу, чтобы новый сложенный кусок оказался под другой бумагой.



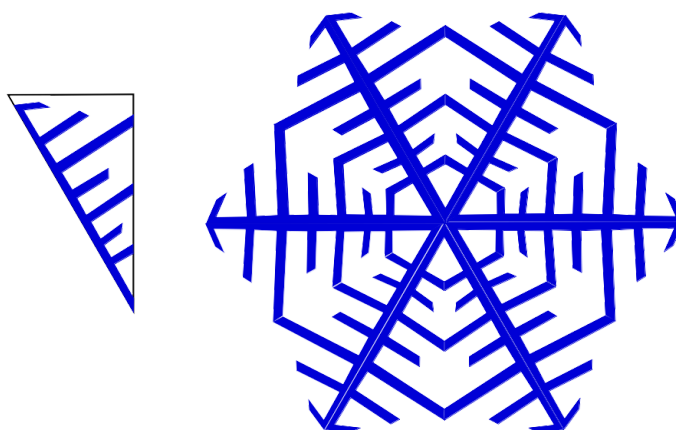
Хотя это и не обязательно, лучше всего отрезать верхнюю часть этой фигуры. В противном случае у вас может возникнуть соблазн использовать область над красной пунктирной линией, не осознавая, что бумаги нет на всех уровнях.



Наконец, сложите этот треугольник пополам. Наконец-то вы готовы к обрезке вашего дизайна!



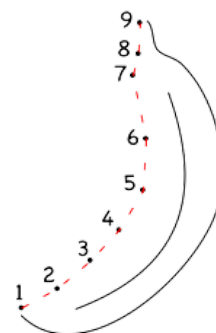
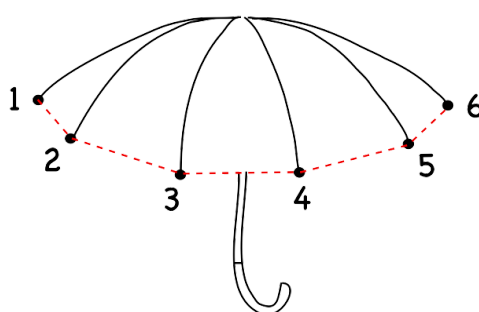
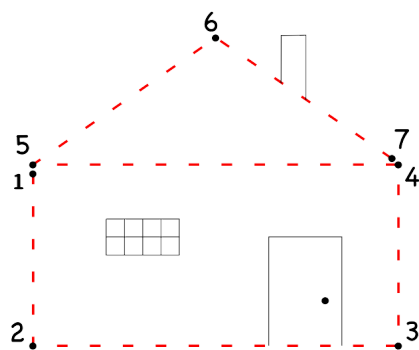
Получайте удовольствие, экспериментируя с множеством различных комбинаций фасонов и цветов!



## Глава 2 — Соединение точек

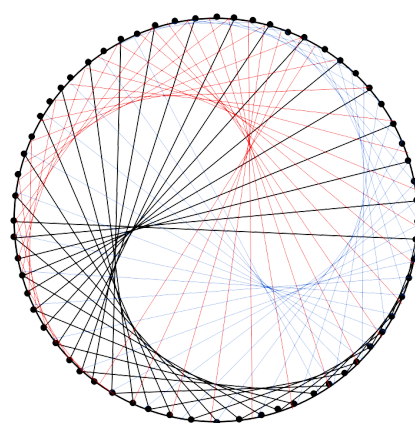
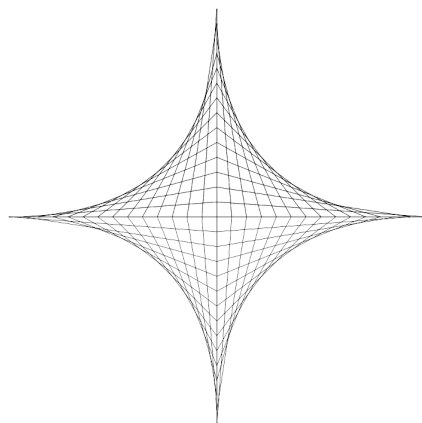
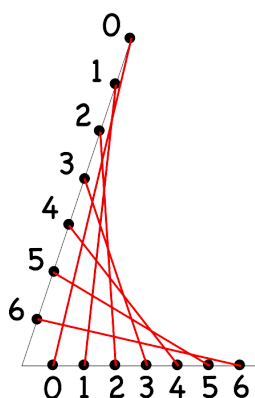
### — Создание повседневных сцен из точек —

Собирайте забавные рисунки, соединяя пронумерованные точки. Один из способов - взять простой рисунок, скажем, дома, удалить несколько прямых линий и заменить их пронумерованными точками, которые при соединении воссоздают исходный рисунок.



### — Создание геометрических узоров с углами —

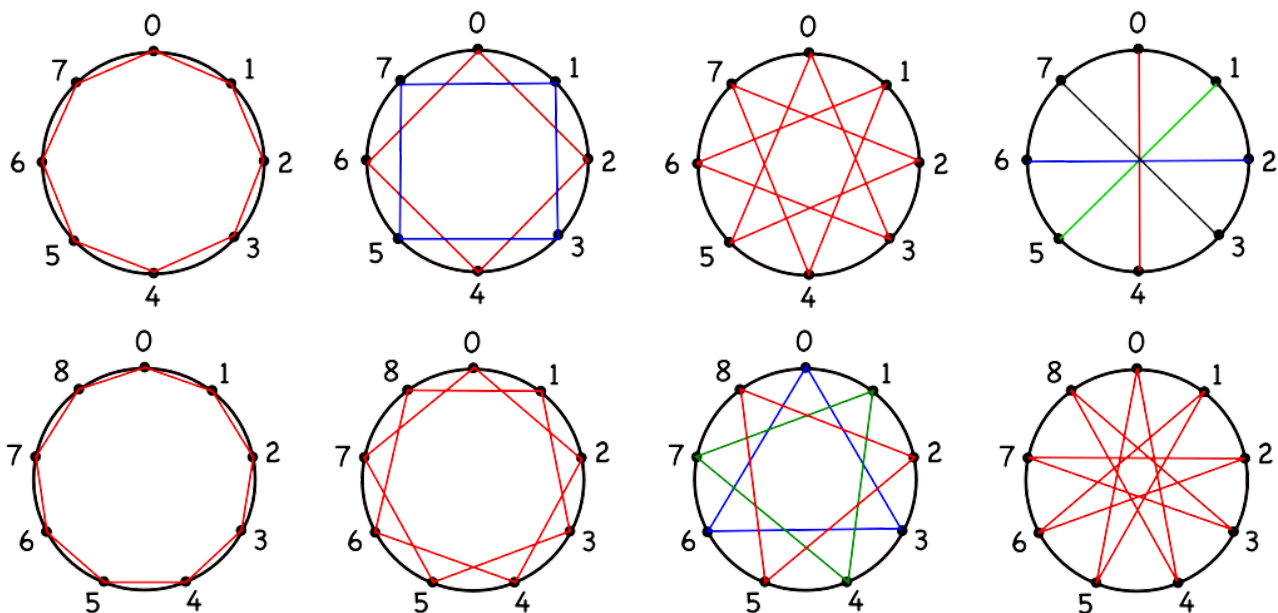
Сделайте абстрактные рисунки, соединив точки с одинаковыми номерами на противоположных сторонах угла. Цифры могут не понадобиться - в таком случае не стесняйтесь их опускать - это сделает готовый дизайн немного менее загроможденным. Вы можете разнообразить их, предложив ребенку рисовать красками. В Интернете можно найти множество удивительных примеров в категории «Струнное искусство». Этот круговой рисунок был сделан путем перемещения вперед на одну точку с одной стороны отрезка линии и на две точки с другой стороны.



## — Создание узоров с кругами —

Это частный случай последней идеи. Поставьте точки, скажем 8 или 9, равномерно по кругу. Ваш ребенок может играть, создавая разные узоры, соединяя точки по порядку, или соединяя каждую вторую точку или каждую третью точку. Чтобы упростить проведение различных экспериментов, вставьте булавки в кусок картона или дерева, а затем протяните веревку между ними.

Если ваш ребенок заинтригован образующимися узорами, вы можете посмотреть на такие вопросы, как: Для круга с 8 точками, почему нужна только одна строка, чтобы пропустить 1, 3, 5 или 7, а 2 или 4 строки необходимы для пропуска 2, 4 или 6. Аналогично, для круга с 9 точками, почему требуется только одна строка, чтобы пропустить 1, 2, 4, 5, 7 или 8, а 3 строки необходимы для 3 и 6? Еще слишком рано, чтобы понимать идею о том, что 2, 4 и 6 имеют общий фактор с 8, а 3 и 6 имеют общий фактор с 9 - однако, видение закономерностей может посеять семена для более поздних идей.

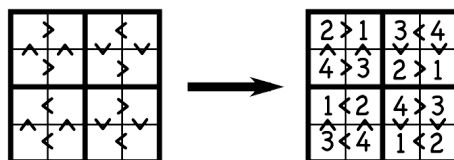


## Глава 2 — Больше, чем sudoku

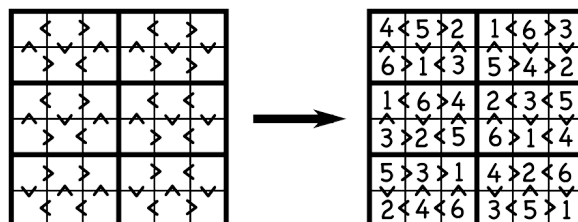
Головоломки «Больше, чем sudoku» начинаются с тех же правил, что и обычные sudoku - каждое число появляется ровно один раз в каждой строке, столбце и подобласти. Кроме того, если между двумя ячейками находится символ «меньше или больше», тогда числа в ячейках должны подчиняться этой взаимосвязи.

Составьте эти головоломки, используя готовую головоломку sudoku - все примеры головоломок Sudoku с числами, приведенные в начале этих материалов, будут полезны при создании этих головоломок.

Поместите знаки больше и меньше на пустую сетку той же геометрии. Если вы опустите все числа и поставите все неравенства (меньше или больше), то, как правило, довольно легко решить головоломку. Полезная стратегия для вашего ребенка - сначала найти, где должны быть самые маленькие и самые большие числа.



Когда ваш ребенок только учится решать эти головоломки, вставьте все неравенства и некоторые числа. Постепенно начните опускать больше цифр и некоторые неравенства.



## Глава 2 — Сделай меня лжецом.

Кто-то делает абсолютное заявление, а другие игроки пытаются показать, что этот человек лжет. Это делается путем поиска примера, который нарушает утверждение.

### — Простые утверждения, которые почти всегда верны —

Один из типов утверждений, которые можно использовать, - это сказать, что что-то всегда верно. Вот несколько примеров с кратким обсуждением того, почему это ложь.

- Все грузовики четырехколесные. - Большие грузовики часто имеют 6, 10 и более колес.
- Все прямоугольники квадраты. - Прямоугольники не обязательно должны иметь одинаковую длину со всех сторон.
- Все птицы умеют летать. - Страусы, эму и киви - птицы, которые не умеют летать.
- Луна видна только ночью. - Луна часто видна днем.
- У всех форм есть прямые стороны. - У круга нет прямой стороны.
- На всех детских площадках установлены качели. - На некоторых детских площадках нет качелей.
- Во всех комнатах есть стулья. В спальнях и ванных комнатах часто нет стула.

### — Если — тогда утверждения, которые почти всегда верны —

Другой тип утверждения имеет форму «если \_\_, то \_\_». Вот несколько примеров с кратким обсуждением того, почему это ложь.

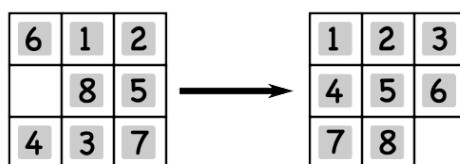
- Если сегодня понедельник, значит, это школьный день. - Некоторые понедельники - праздничные дни, а некоторые - летом.
- Если я не ем три часа, значит, я голоден. - Большинство людей могут спать более трех часов и не просыпаться голодными.
- Если человек выше кого-то, значит, он старше. - Дети часто вырастают выше родителей.
- Если светит солнышко, день теплый. - Зимние дни могут быть солнечными и холодными.
- Если кто-то опаздывает, должно быть, с ним случилось что-то плохое. - Иногда люди опаздывают по неосторожности или по независящим от них причинам (движение, плохая погода, проблемы с автомобилем).

# Глава 2 — Головоломка с 15 сдвигами

## — Описание головоломки —

Классическая версия этой головоломки начинается с пустой сетки квадратов 4 x 4, образованной 5 горизонтальными и 5 вертикальными линиями. Возьмите набор из 15 листов бумаги размером с квадраты сетки и пронумеруйте их от 1 до 15. Головоломка начинается с того, что кто-то кладет листы бумаги на сетку. Цель головоломки - привести листы в порядок, оставив пустым только нижний правый угол сетки. Для этого лист бумаги можно переместить, если он находится рядом с пустым квадратом - и в этом случае его можно сдвинуть в это пространство. В зависимости от того, как человек собирает головоломку, головоломка может быть или не решаемой.

Сетка 4 x 4 слишком сложна для новичка, поэтому начните с чего-нибудь меньшего. Сетка может быть размером 2 x 2 или настолько большой, насколько хочет ребенок. Количество пронумерованных листов всегда будет на единицу меньше размера сетки. Например, на сетке 2 x 3 используйте карточки от 1 до 5.



Чтобы создать эти головоломки, у вас есть два варианта. Первый - разместить квадраты случайным образом, и в этом случае у вас есть 50/50 шансов, что позиция будет решена. В качестве альтернативы вы можете начать с размещения листов бумаги в окончательном положении, а затем сделать серию разрешенных движений, чтобы переместить бумагу. Когда вы все сделаете, вы гарантированно решите головоломку.

## — Решение головоломки —

Основная причина, по которой ребенок играет с этой головоломкой, - это весело перемещать части, пока они случайно не решат ее, а также попрактиковаться в расстановке чисел. Несмотря на эту простую цель, вы можете начать задумываться о более глубоких идеях головоломки.

Частая тема решения проблем - учиться на более простых задачах или примерах. Итак, давайте сделаем это.

Самый маленький пример - 2 на 2. Очевидно, что для этого размера строки будут иметь размер 1 2; 3 0 или 1 3; 2 0.

Следующее наименьшее - 2 на 3. Начните с получения 1 и 4 в левом столбце. Как только это будет сделано, ваша головоломка будет выглядеть как 1 \_\_; 4 \_\_. Завершите последние четыре квадрата так же, как и в случае 2 на 2.

Пазл 2 на 4 делается аналогично. Начните с ввода 1 и 5 в левый столбец. Затем поместите 2 и 6 во второй левый столбец, не трогая 1 и 4. Наконец, завершите последние 2 на 2.



На этом этапе шаблон для решения головоломок с 2 рядами ясен. Что делать с более чем 2-мя рядами? Допустим, у вас 3 ряда. Начните решение с правильной разметки верхнего ряда. После этого не трогайте верхний ряд и используйте свои способности, чтобы решить головоломку с двумя рядами.

Точно так же, если есть 4 ряда, сделайте сначала верхний ряд, затем второй ряд (не нарушая верхний ряд) и завершите последние 2 ряда, как и раньше.

### — Решаема ли эта головоломка? —

Хорошо, у вас есть простой метод решения головоломки. Следующий вопрос: как я могу просто взглянуть на загадку и узнать, разрешима она или нет?

Чтобы максимально упростить описание ответа, при необходимости сделайте несколько быстрых ходов, чтобы поместить пустой квадрат в нижний ряд. Затем составьте список строк в один длинный список - первая строка указывается первой, вторая строка - второй и так далее, последняя строка указывается последней. Пропускайте пустой квадрат при перечислении последней строки.

Возьмите этот длинный список и посчитайте количество переворотов в нем. Когда число в начале списка больше, чем число позже в списке, это называется инверсией. Если количество инверсий - четное число, то загадка разрешима. Если это нечетное число, это не так.

В качестве примера возьмем загадку 3 на 3 в начале этого обсуждения. Начните с перемещения 4 во второй ряд. Тогда список: 6 1 2 4 8 5 3 7. В этом списке 10 инверсий: 6 1, 6 2, 6 4, 6 5, 6 3, 4 3, 8 5, 8 3, 8 7 и 5 3. Число инверсий четное, поэтому головоломка разрешима.

Почему это правило работает? Я не буду тащить вас через подробный анализ. Ключевая идея - отслеживать количество переворотов каждый раз, когда вы делаете ход. Оказывается, если вы сделаете поправку на то, что отверстие находится в последнем ряду, количество инверсий всегда должно меняться на четное число после любого хода. Следовательно, если количество инверсий начинается с нечетного числа, оно никогда не может снизиться до 0 инверсий.