

Глава 3 Дополнительный материал

— Введение —

Вы из тех, кто хотел бы, чтобы в специально кратких описаниях уроков было больше примеров, обсуждений и комментариев? Если да, то вы попали в нужное место! Этот файл содержит дополнительный материал для некоторых заданий из главы 3.

Для головоломок приводится множество примеров решенных головоломок, а также дополнительные комментарии о том, как их создавать. Программа Early Family Math основана на идее, что ранняя математика - это то, чем семья должна заниматься вместе, и создание головоломок для вашего ребенка является важной частью этого процесса. Как только вы освоите каждую головоломку, вы обнаружите, что большинство, если не все головоломки вам довольно легко создать.

Многие из этих головоломок имеют разные уровни сложности, и на следующих страницах есть много предложений и примеров, как создавать эти уровни. Всегда начинайте с самых простых головоломок. Гораздо лучше, чтобы ваш ребенок испытал успех, понимание и развлечение, разгадывая слишком простые головоломки, чем расстраиваться, разочаровываться и усложнять себе задачу решать слишком сложные головоломки. Как только ваш ребенок приобретет уверенность и увлечется математической деятельностью, пора постепенно переходить к более сложным задачам. Кроме того, не все головоломки будут интересными для всех, поэтому не разгадывайте головоломки и задания, которые, кажется, не связаны между собой.

Это то, что вы найдете на следующих страницах:

- Глава 3 — Суммы фигур
- Глава 3 — Ним удваивает лимит
- Глава 3 — Подсчет звенов и шансов
- Глава 3 — Группы
- Глава 3 — Спасение в зоопарке
- Глава 3 — Общие суммы
- Глава 3 — Варианты sudoku
- Глава 3 — Сколько способов
- Глава 3 — Порядок колоды карт
- Глава 3 — Пирамида различий

— Юридические вопросы —

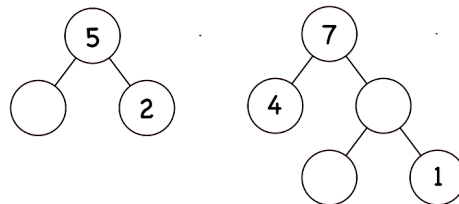
Каждая семья должна иметь возможность учиться математике и наслаждаться ею вместе. С этой целью Early Family Math представляет собой сборник материалов, которые семьи и преподаватели могут свободно редактировать, переводить, копировать и распространять, не спрашивая разрешения, только для некоммерческого использования.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.1 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 Международная лицензия

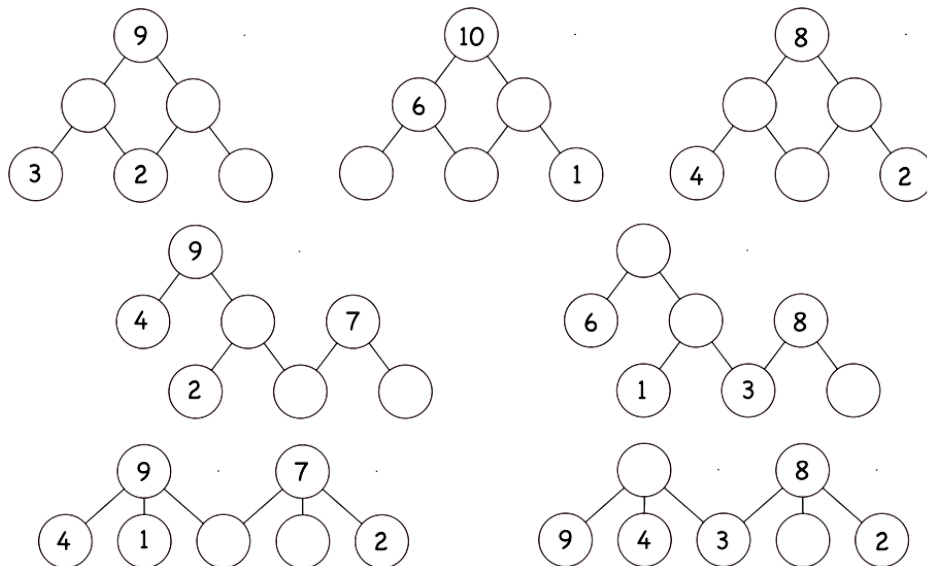
Глава 3 — Суммы фигур

В этих головоломках используются пронумерованные кружки, соединенные восходящим образом, и каждый кружок представляет собой сумму всех кружков, расположенных непосредственно под ним и подключен к нему.

В самых простых головоломках большинство кружков закрашено. Вот два примера, которые легко решить.



Эти головоломки можно усложнить, если использовать один круг в нескольких направлениях. Все следующие семь головоломок являются прямыми вычислениями, кроме самой правой в первом ряду. Это сложнее, потому что один круг в центре разделяют два неизвестных круга над ним. Эта головоломка включает в себя достаточно маленькие числа, поэтому ее можно легко решить с помощью небольшого количества проб и ошибок.

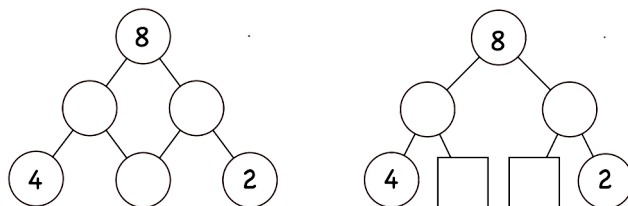


Еще один способ усложнить эти головоломки - использовать не круглые формы. Хотя значение в круге может или не может дублировать значение в каком-либо другом круге или форме, значение в некруглой форме должно совпадать со значением во всех других местах с той же формой. Например, все квадраты имеют одинаковое значение. Используйте подходящие формы, чтобы попрактиковаться в добавлении близнецов, близнецов и делении пополам.

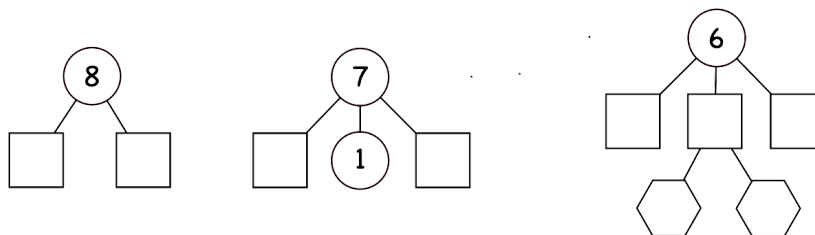
Если хотите, вы можете добавить правило, согласно которому две круглые формы, имеющие разные формы, должны иметь разные значения - например, квадрат и шестиугольник должны иметь разные значения.

Составьте любую из этих головоломок, начав с полностью заполненной диаграммы, а затем удалив несколько цифр. Если в головоломке есть несколько повторяющихся чисел, используйте квадрат или другую форму вместо круга для этого повторяющегося числа.

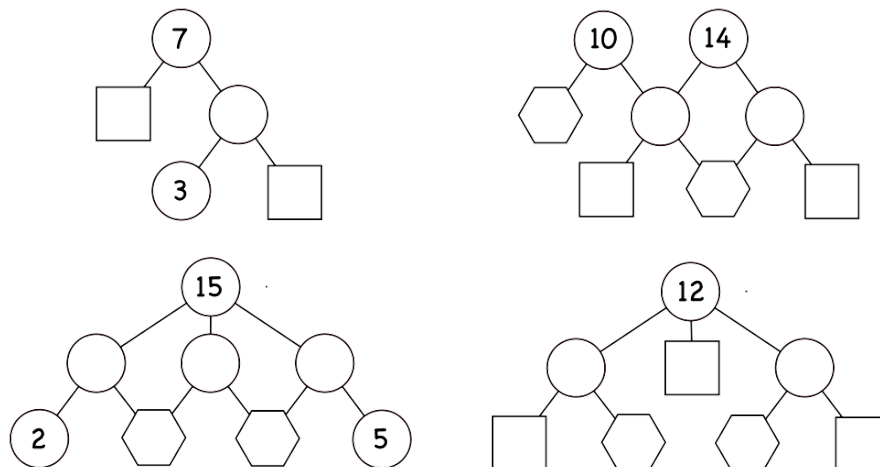
Следующие две головоломки иллюстрируют психологическую разницу между использованием круга с двух сторон и заменой круга двумя квадратами. Эти две головоломки по сути одинаковы, но маленькому ребенку будет намного легче понять первую и работать с ней. Пожалуйста, дайте вашему ребенку много практики с головоломками, состоящими только из круга, прежде чем решаться на более сложные головоломки некруглой формы.



Головоломки, подобные следующим трем, полезны для отработки сложения близнецов, близнецов и троек.



Вот несколько примеров использования некруглых фигур для создания более сложных головоломок. Если вашему ребенку это нравится, есть еще много вариантов, которые стоит изучить. Удачной головоломки!



Глава 3 — Ним удваивает лимит

— Одна стопка —

Установите начальную сумму, скажем 20. Пусть ваш ребенок сам выбирает, ехать ли первым или вторым. Во время первого хода игрок выбирает вычесть 1 или 2 из текущего результата. После первого хода игрок может вычесть любое число от 1 до удвоенного числа, использованного в последний ход. Побеждает тот, кто первым наберет 0 очков.

Есть много альтернативных версий этой игры. Вот некоторые из них:

- Первый, кто достиг цели, проигрывает.
- Вместо использования диапазона от 1 до 2 начальный диапазон на 1–1 меньше (или на два меньше) целевого числа.
- Практикуйте сложение, а не вычитание, начиная с 0 и имея первого человека, который достигнет целевой победы (или проигрыша).
- Начальный предел на один (или два) меньше целевого числа, и вместо удвоения значения, использованного для последнего поворота, используйте значение последнего поворота в качестве ограничения.
- Начальный предел на один (или два) меньше целевого числа, и вместо удвоения значения, использованного на последнем повороте, используйте тройное значение последнего поворота.

Как видите, существует множество вариаций. Установите свои собственные семейные правила, если вам нравится игра.

По большей части эти игры намного сложнее анализировать, чем версии Nim, которые используют фиксированный набор вариантов для каждого хода.

— Более одной стопки —

Еще один способ сделать новые версии этой игры - использовать более одного числа. Представьте, что в этой версии есть несколько стопок жетонов (камешков, кусочков еды). Например, у вас может быть две стопки по 12 жетонов в одной и 8 - в другой. Стандартное правило - брать любое количество жетонов, но все они должны быть из одной стопки.

Альтернативные версии этой игры:

- Есть более двух стопок.
- У вас есть возможность взять одинаковое количество жетонов из всех стопок.
- У вас есть возможность взять такое же количество жетонов из выбранных вами стопок.
- Вы можете брать жетоны только из самой большой стопки.

Как вы понимаете, версий этой игры еще больше; однако, возможно, на данный момент этого более чем достаточно!

Глава 3 — Подсчет эвенов и шансов

— Основная настройка —

Используйте небольшую коллекцию карточек с цифрами, включающую небольшое количество. Начните с трех карточек, а позже используйте больше карточек, если вашему ребенку нравится расследование.

Предположим, это числа 1, 2 и 3. Вопрос в следующем: если вы случайным образом выберете две карточки и сложите их, вы с большей вероятностью получите четное или нечетное число?

Есть два способа разобраться в этом. Один из способов - проводить эксперименты. Перемешайте карты, случайным образом выберите две карты и посмотрите, четная или нечетная сумма. После каждого эксперимента ставьте галочку в соответствующем столбце на листе бумаги для подсчета четных и нечетных результатов.

Второй способ - подсчитать, сколько существует способов получить нечетное число по сравнению с четным. Например, в случае использования 1, 2 и 3 существует один способ получить четное число ($1 + 3$) и два способа получить нечетное число ($1 + 2$, $2 + 3$). Таким образом, для чисел 1, 2 и 3 сумма нечетных чисел в два раза выше.

После того, как вы некоторое время поиграете с 1, 2 и 3, попробуйте другие группы из трех карт. 2, 3 и 4 ведут себя по-разному? Группы 1, 3, 5 и 2, 4, 6 производят только четные числа - почему так? Поиграв какое-то время с тремя картами, посмотрите, что происходит с 4 или более картами.

Чтобы сделать из этого игру, пусть один игрок будет четным, а другой - нечетным. Посмотрите, у кого больше всего успехов после десятка пробных запусков.

— Анализ расследования —

Самое интересное в расследовании состоит в том, что оно предлагает человеку поиграть с числами и стать математиком. Как упоминалось выше, поиграйте с разными группами из трех чисел.

Поэкспериментировав, ваш ребенок может заметить, что любая группа из трех чисел, в которой есть хотя бы одно четное и одно нечетное число, ведет себя одинаково. Однако, если все числа - нечетные или все четные, то все суммы четные. Возникает обычный вопрос: почему это происходит?

После некоторых экспериментов даже маленький ребенок может наткнуться на прекрасное правило теории чисел, которое гласит: четное + четное = четное

- четное + плюс
- плюс нечетное = нечетное
- Нечетное + плюс нечетное = четное

Почему это правило работает? Используйте действие Number Shapes для представления четных и нечетных чисел двумя рядами токенов - когда сложение этих чисел приведет к двум разным рядам?

Как только это правило будет обнаружено, ваш ребенок может понять, что конкретные числа не имеют большого значения. Наличие чисел 1, 2, 3 на самом деле ничем не отличается от числа 3, 4, 5 (или 3, 12, 17, если на то пошло). Анализ действительно зависит от того, сколько чисел четное и сколько нечетное.

Имея это в виду, вот таблица возможных результатов для групп третьего и четвертого размера.

3 числа:

- 3 эвена, 0 шансов - 3 четных суммы
- 2 эвена, 1 нечетное - 1 четная сумма, 2 нечетных суммы
- 1 четное, 2 шансов - 1 четная сумма, 2 нечетные суммы
- 0 эвенов, 3 шанса - 3 четные суммы

4 числа:

- 4 эвена, 0 шансов - 6 четных сумм
- 3 эвенов, 1 нечетных - 3 четных суммы, 3 нечетных суммы
- 2 эвенов, 2 шансов - 2 четных суммы, 4 нечетных суммы
- 1 четных, 3 шансов - 3 четных суммы, 3 нечетных суммы
- 0 эвенов, 4 Шансы - 6 Четные суммы

Результаты удивительны и оставляют много вещей для исследования, если кому-то интересно! Что происходит с 5 числами, 6 числами или более? Почему замена четных и нечетных чисел местами не меняет результатов? Например, если у вас 3 эвена и 1 нечет, вы получите те же результаты, что и 1 четный и 3 шанса. Для таких обстоятельств, как 3 эвена и 1 нечет, почему результаты получаются сбалансированными, если четные и нечетные счета начинаются несбалансированными?

Это классная математика, с которой может поиграть даже маленький ребенок!

Глава 3 — Группы

сумм В этих головоломках используется числовая сетка с целевой суммой. Найдите группы из двух, трех или четырех чисел, которые в сумме дают цель. Члены группы должны иметь общие стороны. Используйте жетоны, например, различные типы продуктов питания, чтобы идентифицировать каждую группу в головоломке. По завершении вся головоломка будет состоять из определенных групп.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

Эти головоломки представляют собой особенно полезную практику с числовыми связями. Используя жетоны вместо карандаша, вы можете использовать листы головоломки снова и снова.

Создавайте эти головоломки, начав с пустой сетки и расставляя числа по ней, используя пары и тройки, которые в сумме дают целевую сумму. Будет веселее, если у головоломки есть только одно решение, но не беспокойтесь об этом.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8	5	1	7
	1	2	3
	6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9	1	0	9
	4	6	5
	4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9	5	4	3	6
	7	4	2	3
	2	5	3	6
	8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10	8	2	3
	5	3	4
	5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10	1	5	3	2
	4	3	7	4
	5	3	5	6
	3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5

Глава 3 — Спасение в зоопарке

— Описание игры —

В этой игре используйте два кубика или два набора числовых карточек от 1 до 6. У каждого игрока есть 6 жетонов - жетоны животных идеально подходят для этой игры, если они у вас есть. У каждого игрока также есть лист бумаги с ячейками, пронумерованными от 0 до 5. Каждый игрок решает, куда положить свои 6 жетонов - это нормально, если положить более одного жетона в коробку.

Во время хода игрока создаются два числа путем броска кубиков или взятия двух карт, и используется разница этих чисел. Игрок может освободить один из своих жетонов, если он у него в коробке. Побеждает тот игрок, который первым спасет все свои жетоны.

— Стратегия размещения токенов —

Как игроку следует разместить 6 жетонов? Как это часто бывает, давайте начнем с более простого вопроса: где лучше всего разместить 1 токен. Это явно будет в поле, которое наиболее вероятно. Вместо того, чтобы проводить какой-либо сложный анализ, мы можем просто перечислить возможности и посмотреть, какие различия возникают больше всего.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Подсчитывая результаты, мы имеем 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Итак, 1, безусловно, лучший выбор, и это произойдет в 10/36 случаях. Мы можем расположить их в порядке частоты: 1, 2, 3, 0, 4 и 5.

Гораздо сложнее вопрос, что делать с более чем одним токеном. Увидев эти числа, старший ребенок может спросить: почему бы вам просто не поставить все свои жетоны на единицу? Чтобы увидеть ответ на этот вопрос, представьте более простую ситуацию, когда у вас было только два токена, и вы проигнорировали все результаты, отличные от 1 или 2. Тогда 1 будет происходить в 10/18 случаях, а 2 - в 8/18 случаях. . Если вы положите оба жетона на 1, вам нужно будет получить 1, а затем 1, чтобы выиграть после двух бросков. Однако, если вы положите жетон на 1 и жетон на 2, вы добьетесь успеха после двух бросков с 1, а затем 2 или 2 и затем 1 - вероятность того, что произойдет, примерно на 60% выше!

Вместо того, чтобы вдаваться в подробный и подробный анализ, давайте просто оставим его на чем-то довольно простом, который обращается к нашей интуиции - поместите большинство ваших жетонов на 1, второе - на 2 и, возможно, один на 0 или 3. Нет никаких гарантий, что вы Выиграете, но в долгосрочной перспективе у вас все должно получиться хорошо!

Глава 3 — Общие суммы

— Введение в исследование —

Сделайте лист бумаги с 12 рядами. В каждый ряд кладем по 8 квадратов. В крайнем левом столбце квадратов записаны числа от 1 до 12. Положите по 1 жетону на каждое из 12 номеров. Начните бросать пару кубиков. После каждого броска перемещайте жетон суммы кубов на один квадрат вправо. Цель каждого токена - первым пройти вправо по странице.

Пусть ваш ребенок задаст несколько вопросов для исследования. Возникают естественные вопросы:

- какой жетон выиграет и почему?
- Какие жетоны работают хорошо, а какие плохо?
- Какой жетон худший?
- Как изменятся победители, если в рядах будет меньше или больше квадратов?

Попросите ребенка объяснить свои идеи относительно ответов на эти вопросы, а затем исследовать их идеи, проводя эксперименты.

Добавьте к этому элемент соревнования, угадав, какой жетон выигрывает до начала раунда.

— Анализ -

Как и в случае с анализом предыдущей игры, самый простой способ проанализировать это - перечислить все возможности.

1 + 1	2		2 + 1	3		3 + 1	4		4 + 1	5		5 + 1	6		6 + 1	7
1 + 2	3		2 + 2	4		3 + 2	5		4 + 2	6		5 + 2	7		6 + 2	8
1 + 3	4		2 + 3	5		3 + 3	6		4 + 3	7		5 + 3	8		6 + 3	9
1 + 4	5		2 + 4	6		3 + 4	7		4 + 4	8		5 + 4	9		6 + 4	10
1 + 5	6		2 + 5	7		3 + 5	8		4 + 5	9		5 + 5	10		6 + 5	11
1 + 6	7		2 + 6	8		3 + 6	9		4 + 6	10		5 + 6	11		6 + 6	12

Суммируя частоту, мы имеем: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. По Кстати, это хорошие числа, которые следует запомнить для любой игры в кости, в которой необходимо суммировать два кубика!

Таким образом, 1 всегда будет проигрывать, а 7 с наибольшей вероятностью выиграет. Однако разница в частоте между 7 и 6 или 8 не очень велика. Если вы просто сделаете несколько бросков, будет очень трудно с уверенностью предсказать, какой из них выиграет. Только когда вы сделаете много бросков, вы можете гарантировать, что 7 в конечном итоге выиграет.

Глава 3 — Варианты sudoku

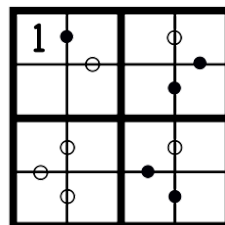
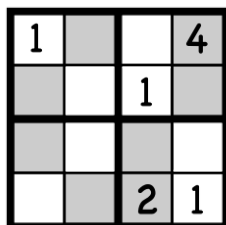
В мире существует очень много разновидностей sudoku, и есть еще больше других головоломок, похожих на эти варианты sudoku. В этом разделе мы рассмотрим пять вариантов sudoku. Все они следуют правилу «латинского квадрата» - каждое число встречается ровно один раз в каждой строке и столбце.

Вы можете составить любой из этих sudoku, начав с заполненной головоломки соответствующего типа - латинского квадрата или головоломки-sudoku. Все решения sudoku, приведенные в дополнительных материалах к главам 1-2, должны быть вам в этом полезны. Когда у вас будет решение, добавьте дополнительную информацию, необходимую для этого особого вида головоломки, и удалите некоторые или все числа.

— Пазл Судоку с дополнительной информацией —

Эти два типа головоломок представляют собой латинские квадраты с дополнительным ограничением, заключающимся в том, что в каждой подобласти каждое число встречается в ней ровно один раз. Помимо того, что они представляют собой головоломку-sudoku, они обладают дополнительными свойствами.

Четно-нечетные sudoku. В этих головоломках четные числа выделены серым цветом. Эта дополнительная информация, как правило, делает эти головоломки очень легкими, и обычно можно удалить почти все числа.



Кнопки Судоку. Это то же самое, что и в обычном sudoku, за исключением того, что между ячейками добавляются точки двух типов. Если точка пустая, то два числа разделены на единицу. Если точка заполнена, то одно число равно половине другого числа. Подобно головоломкам «Четно-Нечетные», эта дополнительная информация делает эти головоломки довольно простыми, а это означает, что почти все числа можно удалить.

— Судоку с сложением и вычитанием —

THESE головоломки разбиты на подобласти которые имеют целевой номер присвоенный им. В отличие от стандартного sudoku, разрешено повторение числа в субрегионе, если головоломка все еще представляет собой латинский квадрат. Если в подобласти есть только один квадрат, то целевым числом будет значение этого квадрата.

В головоломке Sumdoku Sudoku сумма всех чисел в подобласти является заданным целевым числом. В головоломке Diffdoku Sudoku все подобласти состоят из одного или двух квадратов. Если в подобласти есть два квадрата, то разность двух чисел является заданным целевым числом.

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

В головоломке Sumdiffdoku Sudoku используются как сложение, так и вычитание. Субрегионы отмечены знаком «+» или «-», чтобы указать, следует ли брать сумму или разницу.

Пазлы трех типов обычно состоят без каких-либо цифр. Конечно, подобласти с одним квадратом по сути являются квадратами с заполненными числами. Маленькому ребенку вы можете указать несколько чисел, чтобы собрать головоломку в пределах их уровня сложности.

Чтобы изменить математические вычисления, используйте разные группы чисел вместо обычных от 1 до 4 для 4 на 4. Например, используйте числа 1, 3, 5 и 7. Если вы это сделаете, перечислите числа над головоломкой, чтобы ваш ребенок знал, что использовать.

Глава 3 — Сколько способов

Подсчет количества способов сделать выбор может привести к интересным результатам. Большинство таких ситуаций подсчета выигрывают от систематического рассмотрения. Ребенку это сложно сделать, и это нормально - пусть он поиграет с этим и получит удовольствие от исследования. Систематичность может подождать, пока они не станут старше.

— Исследование 1 —

Рисуя только красным и синим, сколькими способами вы можете нарисовать монстра в шляпе, глазах и плаще? Как это изменится, если вы раскрасили только шляпу и плащ? Как бы это изменилось, если бы вы использовали три цвета или если бы вы могли использовать каждый цвет только один раз?

Изоощренное исследование требует умножения, а для этого еще рано. Тем не менее, ваш ребенок может поиграть с этими идеями и начать развивать чувство того, как вести такой счет.

Давайте займемся этими вопросами по очереди. Шляпа может быть красной или синей, глаза могут быть красными или синими, а накидка может быть красной или синей. Каждый объект, который нужно раскрасить, удваивает количество возможностей. Таким образом, удвоение 2, а затем повторное удвоение дает 8 возможностей. Перечисление их - хороший способ увидеть это. Пусть R будет красным, а B - синим, и перечислите цвета в порядке шляпы, глаз и накидки. Возможные варианты: RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB.

Раскрашивание только шляпы и накидки дает 2 двойных, что составляет 4 возможности. Список для этого: RR, RB, BR, BB.

Если бы у вас было три цвета для трех вещей, которые нужно раскрасить, у вас было бы $3 \times 3 \times 3 = 27$ возможностей (длинный список).

В общем, если у вас есть события, которые не влияют друг на друга, умножьте возможности. Если вам разрешено использовать каждый цвет только один раз, события ограничивают друг друга и влияют друг на друга. Давайте перечислим их, используя G (зеленый) для третьего цвета: RGB, RGB, BGR, BRG, GRB, GBR.

— Исследование 2 —

У вас есть ряд из 5 одинаковых конфет. Сколько способов их раскрасить, чтобы получить 2 красных и 3 синих?

Отметьте 2 листа бумаги знаком R и 3 листа бумаги знаком B. Ваш ребенок может поиграть с десятью способами их разложить. Список следующий: RBBBB, RBRBB, RBBBR, BRRBB, BRBRB, BRBBR, BBRRB, BBRBR, BBBRR. Один из способов взглянуть на это состоит в том, что, как только вы выберете 2 точки для красного, у синего не будет выбора и он должен перейти на другие 3 точки. Интересно, что вы также можете посмотреть на это с другой стороны, разместив 3 синих части первыми.

Если вам весело, измените это расследование, изменив три числа - просто убедитесь, что два меньших числа в сумме дают общее количество конфет.

— Исследование 3 —

Найдите все способы получить сумму, сложив числа 1 и 2. Делайте это с учетом и без учета порядка.

Не думайте о порядке. Посмотрите на пример сложения до 4. Возможные варианты: $1 + 1 + 1 + 1$, $2 + 1 + 1$ и $2 + 2$. Сделать это можно тремя способами. Попробовав еще несколько примеров, вы понимаете, что подсчитываете количество способов использования двоек для суммирования чисел, меньших или равных 4. У вас может быть от 0 до 2 из 2, поэтому есть 3 способа сделать это. . В общем, ответ будет на единицу больше половины числа для четных чисел и на единицу больше половины числа на единицу меньше числа для нечетных чисел.

Учитывайте порядок. В примере 4 возможны следующие варианты: $1 + 1 + 1 + 1$, $2 + 1 + 1$, $1 + 2 + 1$, $1 + 1 + 2$ и $2 + 2$. Итак, есть 5 способов сделать это. Поиграйте с множеством примеров и составьте таблицу результатов. Вот что вы должны получить (ладно, вы, вероятно, не дошли до 10):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Посмотрев на эти числа, ваш ребенок может заметить что каждая пара чисел складывается до следующего числа. Почему это происходит? Эти числа называются числами Фибоначчи, и они появляются на удивление часто.

Чтобы понять, почему эти числа встречаются в этом исследовании, посмотрите на пример с числом 4 и посмотрите на последнее число, использованное в сумме. Последнее число - либо 1, либо 2. Если это 1, то предыдущие числа указывают все способы сложения до 3. Если последнее число - 2, то предыдущие числа указывают все способы сложения до 2. Итак, количество способов сложения до 4 - это сумма способов сложения до 3 плюс способов сложения до 2.

Большие числа. Если вам это нравится, вы можете поиграть с количеством способов получения сумм, включающих числа от 1 до 3 или даже от 1 до 4. Искать закономерности в этих случаях намного сложнее, но играть с числами будет просто как весело.

Глава 3 — Порядок колоды карт

— Введение —

Задача состоит в том, чтобы сложить колоду пронумерованных карт, скажем от 1 до 5, так, чтобы выполнялось следующее:

Верхняя карта равна 1. Отложите эту верхнюю карту. Переместите следующую карту в нижнюю часть колоды. Следующая карта - 2 и откладывается. Переместите следующую карту в нижнюю часть колоды. Продолжайте, пока все карты не будут разложены по порядку.

Как только ваш ребенок научится легко вводить числа от 1 до 5, предложите ему сделать это для большего диапазона чисел.

— Будьте систематичны —

Сложность этой головоломки заключается в систематичности. Для колоды карт любого размера вы можете поиграть с ней и в конечном итоге придумать ответ. Давайте поищем интересные шаблоны, которые упростят задачу.

Допустим, вы по порядку раскладываете карты на столе. Вот решения для первых нескольких случаев. Цифры, перечисленные после стрелки, показывают порядок оставшихся карт после первого прохода карт.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Если количество карточек четное (скажем, 6), то нечетные позиции заполняются первой половиной карточек по порядку (в данном случае 3), а остальные места заполняются раствором на половину меньшего числа карты только выросли в цене. В примере для 6 нечетные места заполнены цифрами 1, 2, 3, а четные места заполнены цифрами 4, 6, 5 - значения 1, 3, 2 (решение для колоды из трех карт) увеличиваются каждое. на 3.

Схема для нечетного количества карт немного сложнее. Как и раньше, нечетные места заполняются первой примерно половиной чисел (от 1 до 4 в случае 7). Если вы посмотрите на примеры, первая карта после стрелки будет перемещена в конец, поэтому она должна быть последней картой в этой последовательности. После этого наблюдения ответ продолжается как в четном случае.

Глава 3 — Пирамида разностей

— Введение —

Задача состоит в том, чтобы расположить числа от 1 до 6 в пирамиде с одной картой в верхнем ряду, двумя карточками во втором ряду и тремя карточками в третьем ряду, где каждое число представляет собой разность двух чисел под ним.

Если у вас возникли проблемы, вот два совета, которые помогут. Цифра 6 должна быть в нижнем ряду, потому что она не может быть разницей какой-либо пары чисел. Аналогично, 5 должны быть либо в нижнем ряду, либо в среднем ряду над 6 и 1.

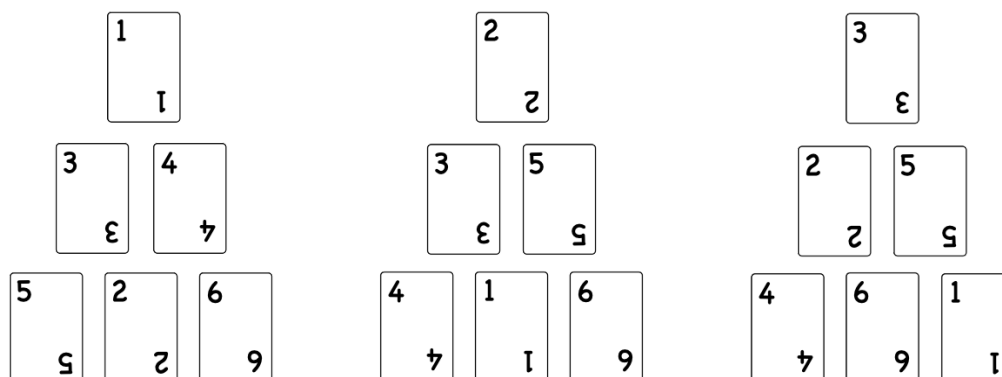
— Что такое «разные» решения? —

Если ваш ребенок находит эту головоломку простой, предложите ему найти все способы ее решения. Обсудите, что означает различие двух решений - если одно решение является зеркальным отображением другого, следует ли считать его различным?

Ответить на вопрос о том, что отличает решения от других, полезно с самого начала. Поскольку зеркальное отображение любого решения легко сделать, и оно также является решением, имеет смысл игнорировать их. Игнорирование зеркальных отображений сократит количество решений для рассмотрения вдвое.

Например, мы можем предположить, что цифра 6 находится не только в нижнем ряду, но и в средней или правой части нижнего ряда. Продолжая думать с 5, нижний ряд может иметь только четыре возможных раскладки: 5 а 6, b 5 6, с 1 6 или d 6 1.

На этом этапе нужно проработать различные возможные значения а. , б, в и г. После некоторых проб и ошибок вы обнаружите, что а равно 2, b никогда не сработает, с должно быть 4, а d должно быть 4. Итак, игнорируя зеркальные изображения, есть ровно три решения:



— Большие пирамиды —

Давайте воспользуемся карточками с 1 по 10, чтобы составить пирамиду из четырех рядов. Это намного сложнее. Можно разместить несколько карт, но после этого потребуются определенная решимость. Поскольку 10 не может быть разницей двух карт, она должна быть в нижнем ряду. Точно так же либо 9 находится в нижнем ряду, либо в нижнем ряду над 1 и 10. Карты 8 и 7 также являются хорошими картами, чтобы избавиться от возможностей.

Это означает, что нижний ряд выглядит следующим образом (без учета зеркальных отображений):

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

Это много возможностей для рассмотрения!

К счастью, если вы подумаете, куда могут пойти 8 и 7, возможности сводятся к следующему списку (при условии, что ошибок нет!). После того, как у вас будет нижний ряд, легко закончить каждый из них.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

Пирамиды размером 15, 21 или выше оставлены на усмотрение истинно посвященных. Удачи и наслаждайтесь!