



Глава 5 - Я умею считать до 100!

Предпосылка: Может удобно считать до 100 и хорошо понимать эти величины, особенно используя числовую стоимость. Мысленное сложение и вычитание однозначных цифр также твердо.

— ГДЕ БЫЛИ —

Теперь ваш ребенок может считать до 100! Они могут с комфортом мысленно выполнять сложение и вычитание однозначных чисел. Они также могут считать или пропускать счет вверх или вниз по любому числу, и с этим навыком связана их способность складывать или вычитать однозначное число с двузначным числом. Они могут сравнивать два двузначных числа, и у них есть начальное чувство разряда с 10 и 1 и того, что такое развернутая форма.

По мере улучшения их подсчета пропусков они также развивают навыки умножения на 2, 3, 4, 5 и 10. Идея четных и нечетных чисел теперь имеет для них гораздо больше смысла.

Некоторые упражнения из предыдущих глав можно расширить до большего числа здесь. Взгляните на главу 3: «Суммы фигур, мы будем продолжать расти»; Глава 4: Война - Сложение и вычитание двузначных чисел, DiffTriangles и SumTriangles, Fix It, Island Hopping by 1 и 10, Fill in the blanks Comparison, Sum Square, and Addition Pyramid.

— НОВЫЕ ИДЕИ В ЭТОЙ ГЛАВЕ —

- **Счет до 200** — Пора представить 100-е место, посмотрев на числа от 100 до 200.
- **Пропустить счет до 100** — Это не ново, но это важный навык, который нужно закрепить.
- **Расширенная форма и значение места** — это основополагающий навык, поэтому он будет усилен в дальнейшем.
- **Сложение и вычитание двузначных чисел** — подсчет пропусков поможет сделать это легко.
- **Однозначное умножение** — пора заполнить недостающие пробелы для 6, 7, 8 и 9.
- **Площадь прямоугольника равна длине x ширине** — это важная идея сама по себе. Этот факт также предоставит много возможностей для забавных новых игр и головоломок, включающих умножение и разложение на множители.
- **Факторинг** — ваш ребенок научится красоте того, как числа разбиваются на множители. Здесь есть несколько новых слов. 1 - *единица*. Число больше 1, которое делится только на 1 и само является *простым*. Непростое число больше 1 является *составным*. 3 в *квадрате* равно 3×3 . 3 в *кубе* равно $3 \times 3 \times 3$. А 3 в степени, *возведенной в степень*, означает, что 3 умножить на себя столько раз - например, 3 до четвертого равно $3 \times 3 \times 3 \times 3$.
- **Множители, Делители и кратные** — 3 делится равномерно на 12. Таким образом, 3 становится *множителем* или *делителем* делителем 12, а 12 - *кратным* 3. 3 является *общим* 12 и 15, а 12 является *общим кратным* 4 и 6.
- **Однозначное деление** — ваш ребенок научится делению косвенно, в форме поиска недостающего множителя в задаче умножения.
- **Семейства фактов для умножения и деления** — связь между этими двумя операциями будет усилена. Например, $2 \times 5 = 10$, $5 \times 2 = 10$, $10/2 = 5$ и $10/5 = 2$ образуют семейство фактов.

— Юридические вопросы —

Умственного умножения

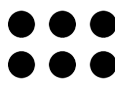
Предпосылка: Комфортное сложение и вычитание однозначных чисел, подсчет пропусков и удвоение

— ВВЕДЕНИЕ —

Эти методы обучения предоставляют структурированные стратегии для обучения умножению однозначных чисел. По мере того, как ваш ребенок практикует эти стратегии, он будет изучать важные числовые отношения, а также в конечном итоге запомнить эти факты. Ваш ребенок уже должен уметь удваивать и пропускать счет по любому числу.

— $3 \times 4 = 4 \times 3$ —

К настоящему времени ваш ребенок настолько знаком со сложением, что неудивительно, что $2 + 3$ - это то же самое, что и $3 + 2$. Хотя это не

 так очевидно, то же самое верно и для умножения. На этой иллюстрации легко увидеть, что два ряда по три - это то же самое, что три ряда по два - вы просто меняете свою точку зрения! Неважно, в каком порядке вы умножаете два числа - в любом случае вы получите одинаковый ответ!

Помимо того, что вашему ребенку нужно быть крутым по-ботанистика, это также означает, что вашему ребенку нужно усвоить лишь половину меньше фактов умножения - если ваш ребенок знает 3×4 , он также знает 4×3 .

— ПРОПУСТИТЬ ПОДСЧЕТ — ЭТО УМНОЖЕНИЕ —

Подсчет пропусков отлично подходит для улучшения навыков сложения и вычитания. Это также большое подспорье в начале работы с умножением.

Хотя подсчет пропусков - не самый быстрый способ найти результат, он надежен, и ваш ребенок должен использовать его столько, сколько потребуется. Предположим, вашему ребенку нужно найти 7×3 . Пропустите счет по тройке семь раз или пропустите счет потри раза, чтобы получить 21.

семерки— УМНОЖЕНИЕ НА 5 И 10 —

Эти факты быстро усваиваются, служат основой для других фактов умножения и помогают понять двузначное разрядное значение.

— КВАДРАТЫ —

Точно так же, как сложение близнецов является любимым математическим фактом для сложения, квадраты часто являются фаворитами для умножения. Их изучение дает еще одну основу для изучения других фактов об умножении.

— УДВОЕНИЕ —

Используйте эту стратегию для умножения на четные числа. Например, результат 6×7 - это удвоение 3×7 . Итак, 6×7 - это удвоение 21, что составляет 42.

— НА 1 БОЛЬШЕ ИЛИ НА 1 МЕНЬШЕ —

Эта стратегия эффективна для остальных фактов умножения.

Например, 9×7 на 7 меньше, чем $10 \times 7 = 70$. Итак, это $70 - 7 = 63$. Это можно сделать для всех 9.

Точно так же 3×7 на единицу больше, чем удвоение 7, поэтому это $7 + 14 = 21$. Это можно сделать для всех троек.

— УМНОЖЕНИЕ НА 9 —

Хотя умножение на 9 охватывается последней стратегией, их интересно изучать сами по себе. Если вы выпишете по порядку числа, кратные 9, вы увидите, что цифра десятков всегда на единицу меньше числа, на которое вы умножаете, а цифра единиц плюс цифра десятков всегда дает в сумме 9!

Поместите значение, сложите и вычитите предварительные

условия: Чувство двухзначного разряда и его отношение к сложению и сравнениям.

— СОЗДАНИЕ 100 —

ИГРА

У каждого игрока есть лист бумаги с 7 строками и 3 столбцами. Столбцы отмечены цифрами «10», «1» и «Промежуточный итог». Текущее общее количество каждого игрока начинается с 0. Бросьте кубик или выберите случайную игральную карту от 1 до 9. Каждый игрок решает использовать это число в столбце 1 или 10 в текущей строке. Например, если это 4, это может быть 4 или 40. Выбранное число добавляется к промежуточной сумме. Игрок, превысивший цель в 100, «разоряется» и проигрывает. Если ни один из игроков не разорится, побеждает тот, кто ближе к 100.

Для этой игры есть много вариантов:

- Используйте другое целевое число.
- Используйте меньше или больше рядов.
- Не обанкротитесь, если вы перейдете цель. Побеждает более близкий игрок с обеих сторон.
- Используйте четвертый столбец 100, чтобы практиковаться в трехзначных числах.
- Практикуйте вычитание, начиная с целевого числа и вычитая до 0.

— ПРИНИМАЙТЕ СВОЮ ПРЕТЕНЗИЮ —

ИГРА.

Имейте листок с цифрами от 0 до 99 и поделитесь им. В свой ход игрок использует две случайные карты от 0 до 9, выбирая порядок этих двух цифр, чтобы сгенерировать число от 00 до 99, а затем кладет это число на свою сторону числовой линии. Побеждает тот игрок, который первым наберет четыре числа в регионе без каких-либо номеров соперника. В игру также можно играть от 000 до 999, если хотите.

— СВЯЗАННЫЕ ГРУППЫ —

ЗАГАДКА

Есть две версии этого. Первый такой же, как и головоломка «Группы сумм» в главе 3, только теперь целевые суммы могут быть больше.

20

7	9	7	4
8	4	4	16
12	5	9	6
13	7	7	7

Другая версия использует доску 4 на 4 с целевым числом, скажем 20. Как и в Sum Groups, доска заполнена парами и тройками чисел, которые складываются в цель. Однако теперь будет один квадрат, не участвующий ни в одной из этих групп. Задача состоит в том, чтобы найти это число.

— ОТСУТСТВУЮЩИЕ НОМЕРА —

ЗАГАДКА

Создайте их, взяв простое уравнение сложения или вычитания и опуская некоторые цифры. Например, следующие две задачи превращаются в головоломки с пропущенными числами, если пропустить пару цифр.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \\ -46 \\ \hline 27 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} _3 \quad 7_ \\ +46 \\ \hline 6_ \quad 27 \end{array}$$

Освоившись с ними, вашему ребенку может понравиться решать некоторые головоломки с заменой букв, которые описаны на более поздней странице сложения и вычитания в этой главе.

Карты и таблицы умножения

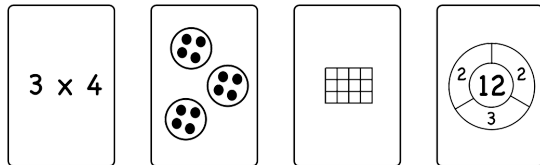
Предварительные требования: Повышение комфорта благодаря однозначному умножению всех чисел

— СОЗДАНИЕ КАРТОЧЕК УМНОЖЕНИЯ — ЗАДАНИЕ

Сделайте набор карточек умножения, чтобы практиковать эти математические факты, играя в игры-соответствия, в которые ваша семья играла ранее: Глава 1 - Иди на рыбалку, испытание памяти; Глава 2 - Бинго; Глава 3 - Горячий картофель; и Глава 4 - Джин Рамми.

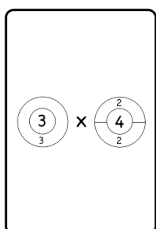
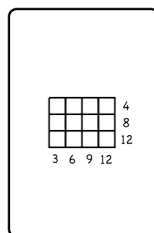
Нарисуйте четыре карточки с каждым математическим фактом: 1) выражение, 2) группы объектов, 3) массив и 4) разложение на простые множители. Если вы сделаете их размером с игральные карты ($2\frac{1}{2}$ на $3\frac{1}{2}$ дюйма), воспользуйтесь шаблоном из файла Printables, если хотите.

Возьмем, к примеру, 3×4 . Четыре карты будут следующими:



У вас есть несколько вариантов для этих карт. Один из вариантов - включить 3×4 , а не 4×3 . Хотя это означает, что вы делаете примерно вдвое меньше карт, у него есть недостаток, заключающийся в том, что просмотр 3 групп по 4 отличается от просмотра 4 групп по 3.

Для карт массива положите числа с пропуском счета вдоль одной или обеих сторон, чтобы помочь ребенку научиться пропускать счет.



Для карточек с выражениями замените каждое число символом разложения на простой множитель для числа. Это упрощает просмотр того, как простые факторизации сочетаются друг с другом при умножении двух чисел.

— ОБНАРУЖЕНИЕ ПРОДУКТОВ — ЗАГАДКА

Начните с пустой таблицы умножения, в которой есть 4 строки продукта и 4 столбца продукта. Также есть группы из четырех пропущенных чисел вверху и слева - они будут иметь некоторые числа от 2 до 9, и эти числа могут быть продублированы.

Заполните таблицу так, чтобы ребенок не видел ее, а затем переверните или закройте все числа. Ваш ребенок может попросить показать по одной до 10 из 16 описаний продуктов. Цель состоит в том, чтобы выяснить входы для верхней и левой сторон, прежде чем выходить из очереди.

x	5	3	7	8
2	10	6	14	16
9	45	27	63	72
8	40	24	56	64
5	25	15	35	40

Представьте, что в этом примере все карточки перевернуты. Если ваш ребенок решит перевернуть карточку, на которой оказалось 63, то он

будет знать, что это была 7 и 9. Перевернув любую другую карточку в том же ряду или столбце, что и 63, можно было бы указать, где 7 и 9 соток. Предположим, что вторая карта, которую они перевернули, была на месте 56. Они не только будут знать, что третий столбец предназначен для 7, они также будут знать, что вторая строка предназначена для 9, а третья строка - для 8.

Большие размеры также работают. Например, хорошо подойдет таблица с 5 пустыми строками и столбцами, допускающая до 12 переворотов.

Выберите числа для верхней и левой сторон, с которыми вы хотите, чтобы ваш ребенок попрактиковался.

Факторы, кратные и простые числа

Предварительные требования: Повышение комфорта благодаря однозначному умножению всех чисел

— КОЭФФИЦИЕНТЫ И УМНОЖЕНИЯ —

ИГРА.

Имейте доску чисел от 1 до 30. Есть два вида жетонов - один жетон, зарезервированный для «последнего хода», и стопка других жетонов.

Первый игрок может выбрать любое число и накрыть его последним жетоном хода. После этого игрок заменяет жетон последнего хода жетоном другого типа и перемещает жетон последнего хода на любое число, кратное или кратному числу последнего хода. Проигравший игрок - тот, кто вынужден закрывать номер 1.

По мере того, как дети становятся лучше в этой игре, они обнаруживают правила, которым они должны следовать, определяя разумные первые шаги. Самое основное правило состоит в том, что первый ход не может быть на простом числе в верхней половине чисел.

Отрегулируйте диапазон чисел для уровня навыков игроков - вы можете использовать от 1 до 24, от 1 до 48 или даже от 1 до 60.

— НИМ С ФАКТОРАМИ —

ИГРА

Начните с любого числа, скажем 20. Пусть ваш ребенок решит, ехать ли первым или вторым. Во время своего хода игрок может вычесть из числа любой делитель текущего числа. Игрок вынужден 0 проигрывает.

После того, как ваш ребенок познакомится с игрой, предложите ему найти удивительно простую стратегию игры - как только он ее обнаружит, посмотрите, смогут ли они объяснить, почему она работает.

— СИТО ИЗ ЭРАТОСТЕНОВ —

ЗАДАНИЕ

Дети весело вставляют крестики и смотрят, как простые числа падают через сито. Эта деятельность создает возможности для

открытия многих интересных свойств делимости и простых чисел.

Начните с числовой строки, пронумерованной



от 1 до 25 - или большего диапазона, если позволяет пространство и терпение.

Напишите цифру 2 под собой. В строке, даже с этой 2, поместите X под каждым кратным 2.

числом, Теперь потяните вниз наименьшее число без X под ним (в данном случае 3) и поместите его на следующую строку.

Напишите 3 и поставьте крестики в этой строке для всех ее кратных. Продолжайте опускать числа и отмечать их кратные. Когда вы закончите, вы удалите все *простые числа*. Помните, что 1 - это *единица*, а не простое число!

Вот несколько хороших вопросов, которые стоит обсудить с вашим ребенком, пока он играет с этим решетом:

- Почему числа опущены на простые числа?
- Какое последнее простое число, кратные которого вам нужно вычеркнуть? Почему другие простые числа не пригодились?
- Для всех простых чисел, которые были полезны, какие из их кратных давали новые ограничения, а какие - бесполезны?
- Если бы у вас было число, скажем 53, на какие простые числа вам нужно было бы разделить его, чтобы подтвердить, что это простое число?

Смешанных операций

Необходимые условия для: *Комфортное сложение и вычитание двух цифр и умножение одной цифры*

— MIX IT UP —

ИГРА.

Имейте коллекцию пронумерованных карточек от 1 до 25 или любого другого диапазона, который удобен вашему ребенку. Карта выбирается случайным образом и используется в качестве целевого числа для всех. Карта возвращается в колоду. Каждому игроку раздают по пять карт, которые можно использовать в любом порядке и с любыми операциями, чтобы максимально приблизиться к целевому числу. Ближайший игрок побеждает в раунде.

Другой способ подсчета очков дает игроку вдвое больше очков, чем количество карт, которые он использует для достижения цели; игрок получает 5 очков за попадание в цель с помощью; и игрок получает 6 очков за то, что помог кому-то поразить цель.

— СЕКРЕТНЫЕ ОПЕРАЦИИ —

ЗАДАНИЕ

Ближе к концу главы 4 в упражнении «Сумма разницы» один человек придумал два числа, а затем попросил другого найти числа, сообщив им сумму и разность чисел. Secret Ops использует ту же идею, только теперь претендент может использовать любые две операции, такие как умножение и вычитание.

Например, претендент может сказать: «У каких двух чисел произведение 12 и разность 4?» Вы можете расширить это число до трех, если хотите: «Какие три числа имеют произведение 12 и сумму 8?»

— ЗАГАДКИ СКОБКАМИ —

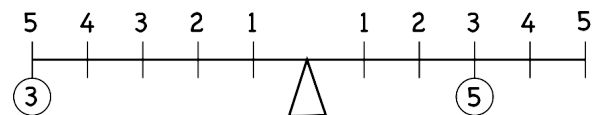
ЗАГАДКА

Эти головоломки очень легко создавать взрослым. Возьмите любое уравнение, например $9 = (2 + 7) \times (5 - 2 \times 2)$, и удалите скобки. Задача для вашего ребенка состоит в том, как взять $2 + 7 \times 5 - 2 \times 2$ и добавить к нему круглые скобки, чтобы результат был 9.

— РЫЧАГ БАЛАНСА —

ИССЛЕДОВАНИЕ

Используйте принцип рычага, чтобы практиковать умножение и сложение. Принцип гласит, что сила, прилагаемая массой на одной стороне рычага, равна массе, умноженной на ее расстояние от точки поворота, точки опоры. Силы на одной стороне от нескольких масс складываются, чтобы получить общую силу. Суммарные силы на двух сторонах должны быть равны, чтобы рычаг находился в равновесии.



У вас есть 3-х единичный вес и 5-ти единичный вес, которые нужно приложить к противоположным сторонам точки опоры. Где их нужно сбалансировать? Ответом на этот вопрос могут быть расстояния 5 и 3, но также могут быть 10 и 6 или даже более крупные ответы, например 15 и 9.

Если у вас есть 3-х и 5-ти весовые гири, которые нужно положить на одну сторону рычага, какие гири на какие расстояния можно поставить на другую сторону? Что делать, если два груза находятся по разные стороны рычага? Этот вопрос является продолжением вопросов на странице Make It Count в конце главы 4.

Умножения и таблиц

Необходимые условия для: *Комфорт с однозначным умножением*

— WAR — MULTIPLICATION —

ИГРА

Удалите карточки с картинками из колоды и поровну разделите ее между двумя игроками. Чтобы практиковаться более целенаправленно, уберите также А и 10.

Каждый игрок переворачивает две карты, умножает их, и игрок с большим продуктом выигрывает эти четыре карты. Если продукты равны, переворачиваются еще две карты, и победитель получает все восемь карт. Игрок с наибольшим количеством карт после игры в течение установленного времени становится победителем.

— ВЕЕР —

ИГРА

Начните с определения группы чисел, которые будут использоваться в раунде. Это могут быть нечетные числа или числа, кратные 3, вместе с числами, в которых есть 3, или любая группа, которая обеспечивает хорошую практику.

Т И или больше игроков по очереди произносят номерами начиная с 1. Когда игрок имеет номер в группе, они должны сказать «звуковой сигнал.» Если им не удастся подать звуковой сигнал или подать звуковой сигнал при неправильном номере, они отключаются. Побеждает последний игрок!

— 3 РЯДА —

ИГРА

Используйте колоду карт с Q (как 0), A (как 1) и 2-9, или используйте четыре набора числовых карточек от 0 до 9. Используйте сетку 4 на 5 на бумаге с 20 случайными заполненными ячейками. с кратными 5 и 10. Имейте набор жетонов для каждого игрока. Выберите случайную карту и поместите свой жетон на это число, умноженное на 5 или 10 - на ваш выбор. Будучи занятым, другой игрок не может туда двигаться. Побеждает тот, кто первым наберет 3 подряд.

Числа 5 и 10 можно заменить другими парами, такими как 2 и 4 или 3 и 6. Эти пары помогают практиковать стратегии удвоения для умножения. Например, если игрок не знает 6×7 , он может удвоить 3×7 .

— ПОВОРОТ СТОЛОВ —

ЗАГАДКА

Заполнение стандартной таблицы умножения утомительно, и дети быстро понимают, что могут заполнить ее, используя сложение, а не умножение. Чтобы действительно попрактиковаться в умножении, а также в решении задач и факторинге, создайте для своего ребенка смешанную таблицу умножения.

Составьте эти таблицы, перемещая строки и столбцы, оставляя большую часть заголовков и записей посередине. Вот пример использования заголовков от 2 до 9:

X	5				6			
2								
		40						
				49				
	20					36		
		72						
			9					12
					48			

Решите эту проблему, начав с отличительных записей. 20 заставляет свою строку умножаться на 4, а затем 36 делает ее столбец равным 9. 49 заставляет свой столбец и строку умножаться на 7. 9 заставляет свой столбец и строку умножаться на 3. Теперь 12 должен быть в столбце 4. Продолжайте детективную работу таким образом и заполняйте записи по мере обнаружения заголовков.

Условие для прямоугольной области

Необходимое: Комфорт с однозначным умножением и двузначным сложением

— ВВЕДЕНИЕ —

Площадь прямоугольника равна его длине, умноженной на ширину. Это сухое заявление можно сделать ощутимым для вашего ребенка по крайней мере двумя способами. Первый - показать прямоугольник, разбитый на набор квадратов. Второй - использовать числовые формы, чтобы показать, как количество, такое как 12, может быть помещено в массив - 3 на 4, 2 на 6 или 1 на 12. Игра с прямоугольными областями дает нам забавную арену для игры. вокруг умножения и факторинга!

— НОМЕР ФОРМЫ ПЕРЕСМОТРЕН — ИССЛЕДОВАНИЕ

Начните с большой коллекции мелких предметов, таких как изюм. Для каждого числа исследуйте, какие прямоугольники вы можете составить с таким количеством объектов. 1 можно сделать только из прямоугольника 1 на 1, а 1 называется *единицей*. Числа, такие как 5, в которых есть только прямоугольники 1 на 5 и 5 на 1, называются *простыми числами*. Числа, которые не являются единицей или простым числом, называются *составными* - они называются так, потому что они состоят из простых чисел, которые умножаются вместе, например, $12 = 2 \times 2 \times 3$.

Размеры каждого прямоугольника состоят из значений, которые равномерно делят число и умножьте вместе, чтобы получить число. Создание прямоугольников - прямой способ испытать делимость. Такие числа, как 16, называются *квадратами*, потому что один из их прямоугольников является квадратом: один прямоугольник вместо 16 - это квадрат 4 на 4.

— ИГРА В ПАДДОК —

ИГРА

Каждый игрок получает лист миллиметровой бумаги. Для своего хода используйте две игральные карты от 1 до 10, чтобы определить размеры прямоугольника. Если на бумаге игрока есть место, прямоугольник можно разместить в любом месте, где его внутренняя часть не перекрывается с существующим прямоугольником. После размещения его внутренняя часть слегка затемняется, и на нем написаны его площадь и размеры. Если места нет, ход пропускается. Побеждает игрок с наибольшей суммой. Для обычного миллиметрового листа это может быть долгая игра - сократите время, используя половину бумаги или ограничив количество поворотов.

— РАЗДЕЛИТЬ КОРОБКУ — ЗАГАДКА

Прямоугольник размером 4 на 4 или больше с числами в некоторых квадратах должен быть разделен на меньшие прямоугольники. Каждое число должно оказаться в отдельном прямоугольнике, площадь которого соответствует этому числу.

Создавайте эти головоломки вне поля зрения вашего ребенка, сначала заполняя большой прямоугольник прямоугольниками меньшего размера. Затем поместите область в каждый прямоугольник. Наконец,

дайте вашему ребенку большой прямоугольник, содержащий только цифры.

Чтобы решить эту проблему, сначала посмотрите на области с простыми числами. Кроме того, иногда

область заключена в рамку - в этой головоломке верхняя цифра «4» должна соотноситься с верхним левым квадратом 2 на 2. Затем верхний правый угол должен быть использован в вертикальном прямоугольнике 3 на 1. Продолжать идти!

			3
	4	3	
	2		
4			

Почувствуйте силу

. Комфортное умножение однозначных чисел

— ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ПРАВИЛО —

Как 4×2 - это быстрый способ написать $2 + 2 + 2 + 2$, так и 2^4 - это быстрый способ написать $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Гораздо проще произнести и понять фразу «от двух до четвертого», чем сказать «два раза по два раза...». Есть два особых имени, связанных с силами. Вторую степень, например 4^2 , можно назвать *четырьмя в квадрате*, а третью степень, 4^3 , например, можно назвать *четырьмя кубами*.

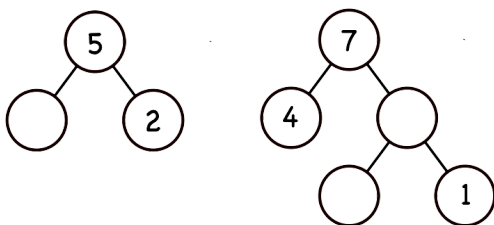
Когда две степени одного и того же числа умножаются, простое правило определяет, как упростить результат - *степени складываются*.

Например, если вы сделаете $4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5$, мы получим две четверки, умноженные на три четверки, так что в результате получится умножение пяти четверок. Обратите внимание, что это правило сложения показателей работает только тогда, когда в степень возлагается то же самое число.

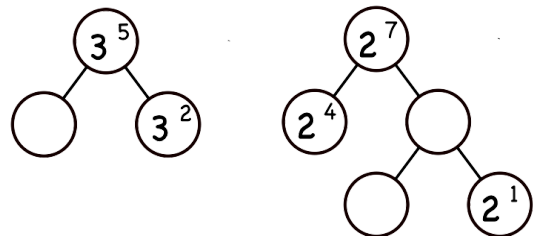
— ПОВТОРНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАРЫХ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ —

Поскольку силы складываются, когда умножаются силы, любую из наших старых игр и головоломок, включающих сложение, можно использовать для отработки умножения чисел, которые являются полномочиями. Вот несколько примеров этого: Глава 3 - Фигурные суммы и группы сумм; Глава 4 - Вложенные суммы, SumTriangles и исправление.

Вот два примера, которые используются в главе 3 для сумм форм.



Вот те же два примера для продуктов формы, где мы используем умножение, объединяющее круги вместо сложения.



По мере практики это становится рутинным и таким же простым, как и первоначальные задачи сложения.

Если вашему ребенку нравятся эти проблемы и он хочет дополнительных испытаний, начните с возведения более чем одного числа в степень. Например, если вы умножаете $(4^2 \times 3^3) \times (4^5 \times 3^2)$, вы можете применить наше правило отдельно к степеням 4 и степеням 3 и получить результат $4^7 \times 3^5$.

— ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ФАКТОРИЗАЦИИ —

Когда вы путешествуете и у вас есть свободное время, полезно практиковаться в том, чтобы по порядку перечислять простые множители чисел. Это также дает возможность попрактиковаться в разговоре о силах. Легкое знание разложения на простые множители будет полезно во многих будущих делах, например, при работе с дробями. Получайте удовольствие от этого и не заставляйте ребенка превышать его уровень комфорта.

Это выглядит так: 1 - это единица, 2 - простое число, 3 - простое число, 4 - это 2 в квадрате, 5 - это простое число, 6 - 2×3 , 7 - простое число, 8 - это 2 в кубе, 9 - это 3 в квадрате, 10 - 2×5 , 11 - простое число, 12 - $2 \times 2 \times 3$, 13 - простое число, 14 - 2×7 , 15 - 3×5 , а 16 - $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Если ваш ребенок спотыкается, помогите ему разобраться, а не просто напомните ему ответ.

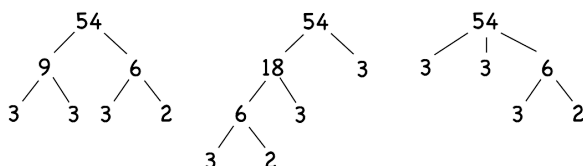
Факторинг с использованием простых чисел

Предварительные требования: *Комфортное умножение одной цифры*

— ДЕРЕВЬЯ ФАКТОРОВ — ИССЛЕДОВАНИЕ

Факторные деревья являются продолжением продуктов Shape Products с предыдущей страницы «Почувствуй силу». Цель создания фактурного дерева - уменьшить число до его простых множителей. Многое можно узнать о числах в процессе построения факторного дерева.

Начните с числа, скажем 54. Его можно разбить на несколько частей. Один способ - 9×6 , другой - 18×3 , а третий - $3 \times 3 \times 6$. Каждый из них дает различное начало для факторного дерева.



Каждое из этих деревьев в конечном итоге дает одни и те же простые числа на своих листьях. В каждом случае мы получаем $2 \times 3 \times 3 \times 3$, но посмотрите на разные способы добраться до этого!

После выполнения таких примеров ваш ребенок, естественно, может начать задавать вопросы.

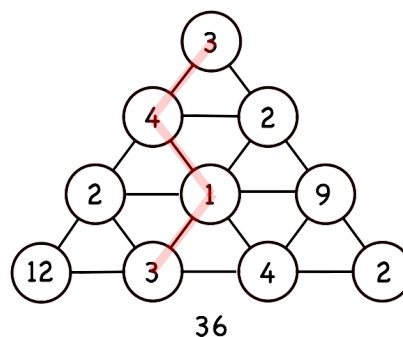
Почему у некоторых деревьев больше уровней, чем у других? Почему одни деревья шире других? Почему листья всегда останавливаются на простых числах? Почему у листьев всегда один и тот же список простых чисел, возможно, с перестановкой?

Последний вопрос - действительно большой вопрос. Она настолько велика, что называется Фундаментальной теоремой арифметики. Он говорит, что каждое число имеет ровно один способ выразить произведение простых чисел!

Вы можете спросить: почему это так важно? Он говорит, что простые числа - это мультипликативные строительные блоки чисел, и как только вы нашли один способ построить число, это единственный способ. Если вы знаете, что $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$, тогда невозможно, используя целые числа, написать $54 = 5 \times \underline{\quad}$. Уникальность факторизации простых чисел лежит в основе многих прекрасных теорий чисел.

— ПРОДУКТ ПИРАМИДА — ЗАГАДКА

Эти головоломки представляют собой мультипликативную версию пирамид сложения, представленную в главе 4. Вам предлагается число цели и пирамида чисел. Задача состоит в том, чтобы найти путь связанных чисел вниз по пирамиде, чтобы произведение выбранных чисел было целью.



Цель - 36 в этой пирамиде, и красные линии указывают путь, который работает. Ваш ребенок может заметить, что эти головоломки будут намного проще, если они начнут с простой факторизации цели. Поскольку $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, они знают, что должны подбирать эти простые множители на пути, и это помогает направлять поиск. Знание взрослого о простых факторизациях также значительно упрощает создание этих головоломок.

Сложения и вычитания

Необходимые условия для: *Чувство двухзначного разряда и его отношение к сложению и вычитанию.*

— 100 СМЕХОВ —

ИГРА

Используйте колоду карт с Q (как 0), A (как 1) и 2-9. Установите целевое число на 100.

Выбираются четыре случайные карты, которые используются для создания пары двухзначных чисел - общего ресурса.

Каждому игроку раздаются 14 случайных карт лицом вверх. Игроки по очереди ходят. Во время хода игрок использует две карты для замены двух из четырех карт, и полученная пара чисел должна соответствовать цели. Игрок пасует, если это невозможно. Побеждает тот игрок, у которого закончились карты. Если оба игрока застревают, побеждает игрок с меньшим количеством карт.

Некоторые варианты - изменить целевое число и дать игрокам меньше или больше 14 карт. Другой вариант - использовать вычитание вместе с меньшим целевым числом.

— РОЗЫГРЫШ 5 КАРТОЧЕК НА МИШЕНЬ —

ИГРА

Выберите целевое число, например 100. Каждый игрок берет пять случайных карт от 0 до 9. Из этих чисел состоят два двузначных числа, пятая карта не используется. Два числа складываются, и игрок, ближайший к цели, получает очко в этом раунде. Выигрывает наибольшее количество очков после фиксированного количества раундов.

Один из вариантов - использовать трехзначные числа, целевое число 1000, и каждый игрок получает по семь карт. Другой вариант - использовать вычитание с меньшим целевым числом.

— ЗАМЕНА БУКВЫ —

ЗАДАЧА

Как только ваш ребенок освоится с головоломками с пропущенными числами из нескольких страниц ранее в этой главе, они могут начинать эти головоломки. В них одна или несколько цифр заменены буквами. Три правила для писем:

- Данная буква всегда одинакова цифра
- Крайняя левая цифра числа никогда не бывает 0
- Различные буквы должны быть разные цифры

Создание этих головоломок, принимая сложение или вычитание проблемы и замены одного или более цифр, а в следующих примерах:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 23 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array} \quad \begin{array}{r} B3 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array}$$

Пазлы также могут быть составлены для решения интересных задач для вашего ребенка. Обратите внимание, что значения букв не переносятся от головоломки к головоломке.

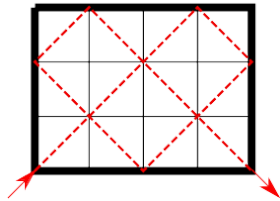
$$\begin{array}{r} B \\ +8 \\ \hline C \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +B \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +A \\ \hline C4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +2 \\ \hline BC \end{array}$$
$$\begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline AC \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +BB \\ \hline A7 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +AB \\ \hline BA \end{array} \quad \begin{array}{r} BA \\ +BB \\ \hline CAB \end{array}$$

Формы внутри фигур

Предварительные требования: Любопытство и настойчивость в поиске узоров, включающих формы

– ПЫТАЮЩИЙСЯ БИЛЬЯРДНЫЙ ШАР – ИССЛЕДОВАНИЕ

Представьте себе бильярдный стол, в каждом из четырех углов которого есть лузы. Когда мяч отскакивает от края стола, он отскакивает под тем же углом, под которым попал. В этом исследовании рассматривается вопрос: если мы выстрелим мячом под углом 45 градусов из одного угла, где он окажется? Ответ зависит от размера стола. Вот что происходит на столе 3 на 4.



Поиграв с несколькими из них, предложите ребенку заранее предсказать ответ. Начиная с левого нижнего угла, какой угол будет поражен первым и сколько для этого потребуется отскоков?

— ЗАПОЛНЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ФОРМАМИ — ИССЛЕДОВАНИЕ

Предположим, у вас есть шахматная доска 8 на 8 и у вас есть коллекция плиток 1 на 2. Найти способ точно покрыть шахматную доску 32 такими плитками размером 1 на 2 достаточно просто.

Начнем поиграться с удалением квадратов с шахматной доски. Если вы удалите один угол шахматной доски, вы сразу поймете, что вы больше не можете покрывать шахматную доску плитками, потому что плитки будут покрывать четное количество квадратов, и теперь их 63. Хорошо, удалите два угла, чтобы получить четное количество оставшихся квадратов. Можете ли вы закрыть это сейчас? Ответ зависит от того, какие два угла вы удалите. Почему? Что произойдет, если вы больше не будете ограничивать себя удалением углов?

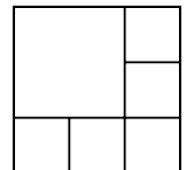
Один из важных уроков в решении подобных вопросов - это научиться играть с более мелкими проблемами. Сначала попробуйте эти вопросы на доске 4 на 4 или 6 на 6.

Если вашему ребенку нравятся эти вопросы, начните использовать другие формы для заполнения доски. Поиграйте с заполнением его плитками размером 1 на 3 или 3 квадратами в форме буквы L. Какие закономерности и правила вы обнаружите с их помощью? С какими еще фигурами может быть интересно поиграть?

— ЗАПОЛНЕНИЕ КВАДРАТОВ КВАДРАТАМИ — ИССЛЕДОВАНИЕ

Каким образом вы можете заполнить квадрат другими квадратами, если все остальные квадраты не обязательно должны быть одинакового размера? Однако длина стороны каждого квадрата должна быть целым числом, кратным фиксированной длине. Вопрос для исследования: каково все возможное количество квадратов? Если вы знаете, что число возможно, есть ли простой способ описать, как это сделать?

Пусть ваш ребенок играет с ним много дней и не торопитесь с ответом. Вот диаграмма, показывающая, как возможно 6.



Если вашему ребенку нравится изучать этот вопрос, изучите варианты на эту тему. Предположим, вы разрешаете использовать только квадраты определенных размеров - например, 1 на 1, 2 на 2 и 3 на 3. Еще одно направление, на которое стоит обратить внимание, - это заполнение других фигур фигурами той же формы. Например, задайте тот же вопрос для правильных треугольников (треугольников со всеми сторонами одинаковой длины). Некоторые цифры интересно исследовать таким образом, а некоторые совсем неинтересны - какие?

Условие умножения и умножения

: Комфортное умножение однозначных чисел и пропуск счета до 100

— ИГРА ПРОДУКТ —

ИГРА

Используйте общий лист бумаги, заполненный следующим образом:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Первый игрок перемещает жетон на любое число от 1 до 9 в квадратах 1–9. Второй игрок кладет еще один жетон на один из квадратов 1–9 и забирает продукт в сетке 6 на 6. С этого момента каждый игрок решает переместить любой из двух жетонов и забирает товар (если может). Выигрывает тот игрок, который первым заберет 3 клетки подряд.

Смешайте номера продуктов, чтобы ваш ребенок лучше научился определять продукты. См. Главу 5 «Дополнительные материалы», чтобы узнать о дизайне больших плат с большим диапазоном.

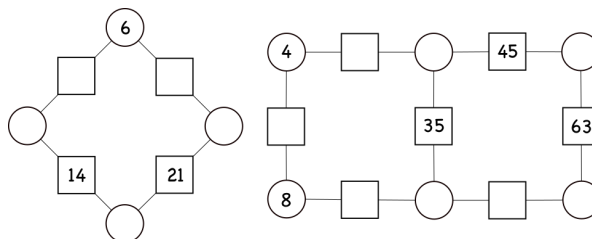
— ОСТРОВНАЯ НАДЕЖДА С ПРОДУКТАМИ —

ЗАГАДКА В

этих головоломках есть острова (круги и квадраты), соединенные мостами (линиями). Если есть два круга по обе стороны от квадрата, то квадрат содержит произведение двух кругов. Задача состоит в том, чтобы заполнить недостающие числа.

Составьте эти пазлы, заполнив кружки, затем заполнив квадраты и, наконец, удалив некоторые числа, прежде чем давать их своему ребенку.

Эти головоломки можно не только отрабатывать умножение, но и использовать *общие факторы*. В первой головоломке единственное число, кроме 1, которое делит 14 и 21, - это 7, так что это число в нижнем круге.



— ПРОВЕРКИ МАТЕМАТИКИ —

ИГРА

Эта игра слегка вдохновлена шашками. У каждого игрока есть 10 жетонов. Жетоны пронумерованы от 1 до 10, а счетчик «10» отмечен цифрами 10 и 11. Счетчики начинаются в конечных рядах таблицы 100 - один игрок на квадратах с 1 по 10, а другой на квадратах с 91 по 100.

Изначально фишки могут перемещаться «вперед» только на один ряд на любое кратное числа (ов) на выбранном ими маркере - для игрока, начинающегося с 1 по 10, «вперед» означает более крупные числа, а для игрока, начинающегося с 91 по 100, вперед означает меньшие числа. Как только фишка прошла через доску, она становится королем и может затем двигаться вперед или назад на один ряд после этого. Фишка соперника взята приземлением на нее. Фишка игрока не может удвоиться с другой фишкой того же игрока. Вы выигрываете, забирая все фишки противника.

Для младших игроков укоротите доску, чтобы использовать первые 6 рядов - числа от 1 до 60. Ребенок, который еще не знает всех кратных, может использовать счет пропусков, чтобы вычислить ходы.

Сложения, вычитания и умножения

Необходимые условия для: Комфорт с двузначным сложением и вычитанием, а также однозначным умножением

— ПОДСЧЕТ СОСЕДЕЙ —

ИГРА

Используйте три кубика и доску 8 на 8 с числами от 1 до 64. Игрок бросает кости и использует сложение, вычитание, умножение и деление, чтобы получить любое отмеченное число на доске. Игрок отмечает этот квадрат и получает одно очко за квадрат плюс еще одно очко за каждый отмеченный квадрат, которого он касается, в том числе по диагонали. Если игрок не может сыграть, любой другой игрок, нашедший игру, может претендовать на этот счет. Сыграйте пять или более раундов, выиграв наибольшее количество очков.

Некоторые варианты игры заключаются в использовании четвертого кубика и использовании доски меньшего или большего размера.

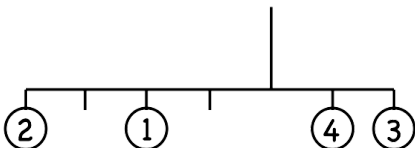
— ИЗГОТОВЛЕНИЕ МЕБЕЛИ —

ЗАДАЧА

Вам дадут некоторые веса и дизайн для мобильного телефона с некоторыми точками крепления. Задача состоит в том, чтобы разместить не более одного груза на каждую точку крепления, чтобы мобильный телефон балансировал на каждой руке.

Предположим, что провода невесомые. Каждая рука в мобильном телефоне представляет собой рычаг, который необходимо уравновесить, поэтому эти головоломки являются продолжением головоломок «Рычажный баланс», данной ранее в этой главе. Попрактикуйтесь в этих головоломках, прежде чем начинать их.

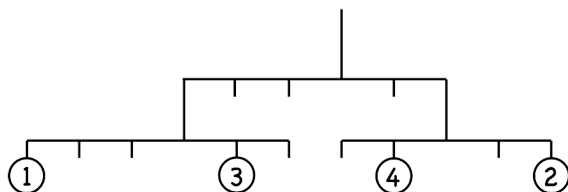
Начните с самых простых мобильных телефонов, которые являются просто рычагами в воздухе. Вот решение, как поставить гири от 1 до 4 на этот мобильный телефон, чтобы сбалансировать его.



Это работает, потому что $2 \times 4 + 1 \times 2 = 4 \times 1 + 3 \times 2$.

Вот более сложный мобильный телефон.

Используйте сумму весов под ним, чтобы сбалансировать каждую сторону верхнего троса $(1 + 3) \times 3 = (4 + 2) \times 2$.



Перейдите к дополнительным материалам главы 5, чтобы получить больше примеров и более подробное обсуждение мобильных телефонов.

— ОГРАНИЧЕННЫЕ КАЛЬКУЛЯТОРЫ —

ЗАДАЧА

Предполагается, что у вас есть калькулятор, который сильно сломан, и вам нужно получить какой-то результат на калькуляторе. Это легко играть устно, когда у вас есть свободная минута. Вот несколько примеров для начала.

Предположим, у вас есть калькулятор с $+$, $-$, \times и $/$, но только одна рабочая цифровая клавиша 4. Можете ли вы получить результат 21? Если да, какое наименьшее количество шагов вам потребуется? Предположим, вы могли бы использовать 4 раза максимум четыре раза - какие числа вы могли бы получить? Предположим, вам пришлось использовать 4 ровно четыре раза. Поиграйте с другими одиночными клавишами и создайте другие результаты.

Предположим, ваш калькулятор может складывать только 4 или 7. Какие числа вы можете произвести? Предположим, у него было 4 или 7, но теперь он может складывать и вычитать. Какие числа вы могли бы произвести? Это то же действие, что мы видели в других настройках.

Предположим, у вас есть только 1 ключ, и вы можете только добавлять или удваивать. Например, $2 \times (2 \times 1) + 1$ равно 5. Какие еще числа вы можете создать?

Подсчет факторов

Необходимое условие: *Может умножать однозначные числа и становится все лучше в факторинге чисел*

— ФАКТОРЫ СХВАТЫВАНИЯ —

ИГРА

Используйте доску с сеткой 4 на 6 чисел от 1 до 24. В ход игрок выбирает открытое число, у которого есть хотя бы один непокрытый фактор - игрок получает выбранное число, а другой игрок - любое или все выявленные факторы (их выбор, сколько). Играйте по очереди, пока не закончатся номера. Игроки складывают свои числа, и выигрывает большая сумма.

Это также можно сыграть как пасьянс, который иногда называют налоговым инспектором. В этой версии один игрок выбирает каждое число, а налоговый инспектор получает все доступные факторы. Игра продолжается до тех пор, пока у игрока не исчезнет законный ход - в этот момент налоговый инспектор получает оставшиеся числа. Цель состоит в том, чтобы получить как можно большую сумму - больше, чем налогоплательщик, когда это возможно.

Сделайте так, чтобы диапазон чисел соответствовал способностям игроков - он может быть от 1 до 12 или от 1 до 60.

— ДВОЙНОЕ ИЛИ НИЧЕГО —

ИГРА

Игроки начинают игру, тайно выбирая 5 различных чисел больше 20 и не больше 120. После того, как они выбраны, они записываются так, чтобы все могли их видеть.

С помощью цифровых карточек или другого устройства создается случайное число от 1 до 20. Это число многократно удваивается до тех пор, пока чье-либо число не выпадет в первый раз или число не станет больше 120. Первый игрок, у которого выпадут все пять чисел, становится победителем.

После того, как ваш ребенок сыграет несколько раз, он начнет разрабатывать стратегии выбора своих пяти номеров.

Простая стратегия состоит в том, что это плохая идея - выбирать число, например 46, которое не является степенью двойного умножения некоторого числа от 1 до 20 - оно никогда не получится. Некоторые числа с множеством множителей 2, например 32, с большей вероятностью будут выпадать, потому что они могут получить большее количество начальных чисел ..

Есть много других вариантов для игры. Вы можете утроить число каждый раз вместо того, чтобы удваивать его. Вы можете удваивать его и каждый раз добавлять по одному. Для младших игроков выберите числа от 10 до 60 и выберите случайное число от 1 до 10.

— ВОЙНА ФАКТОРОВ —

ИГРА

У вас есть два набора карт, скажем от 1 до 25. Сыграйте с ними в стандартную игру войны, только теперь победителем становится карта, у которой больше факторов. Например, 12 лучше 16, потому что в 12 есть 6 факторов (1, 2, 3, 4, 6 и 12), а в 16 - 5 факторов (1, 2, 4, 8 и 16). Владелец выигрышной карты должен уметь правильно перечислить факторы для выигрыша карт - в противном случае карты будут замешаны обратно в колоду каждого игрока. Как и в стандартной войне, при ничьей следующие карты переворачиваются, и победитель получает все карты.

Есть несколько возможных вариантов, с которыми вы можете поиграть. Вы можете играть так, что побеждает меньшее количество факторов. Вы можете подсчитать сумму только простых факторов, а не всех факторов. Вы можете сыграть, что простые числа (числа, являющиеся степенью простого числа) превосходят другие числа.

Интересных продуктов

Необходимые условия для: однозначное умножение и подсчет пропусков

— MULTIPLICATION BINGO —

ИГРА

Каждый игрок начинает с сетки чисел 4 на 4, которые являются возможными произведениями умножения - эти числа могут быть присвоены случайным образом или тщательно выбраны игроком.

Для начала раздаются две карты, которые кладутся на стол лицевой стороной вверх. Если у любого из игроков есть произведение этих двух чисел, они покрывают его. С этого момента игроки по очереди берут верхнюю карту из колоды и выбирают, какую из двух карт заменить. Его покрывают все игроки, у которых есть матч с продуктом. Побеждает тот игрок, который первым наберет 4 подряд.

— ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ВУЛКАНА —

ИГРА

Используйте 100-графику с 36 квадратами на четырех краях, окрашенными в серый цвет. Используйте игральные карты с удаленными картинками или используйте числовые карты от 1 до 10.

Если вы выберете 1, на ходу вы сможете получить любое нечетное число; если вы выберете любой другой номер, вы можете потребовать любое кратное ему число. Если вы претендуете на номер, ваш оппонент не может претендовать на него. Цель состоит в том, чтобы проложить путь от одного края до противоположного в любом направлении. Вам не нужно требовать квадраты в порядке вашего пути.

Вы можете либо играть, что диагональные соединения в порядке, либо нет. Другой вариант - включить карточки с картинками - если вы получите одну из них, вы можете вставить заблокированный квадрат, который не может быть включен ни в один из путей.

— КРОССОВЫЕ ПРОДУКТЫ —

ЗАГАДКА

Эта головоломка умножения состоит из 3 на 3 с каждым из чисел от 1 до 6 ровно один раз или 4 на 4 с числами от 1 до 8 ровно один раз. Задача состоит в том, чтобы заполнить несколько квадратов, по два числа для каждой строки и каждого столбца, так, чтобы произведение строки было числом, отмеченным справа, а произведение столбца - числом, отмеченным под столбцом. Некоторые строки или столбцы могут не быть отмечены - в этом случае нет ограничений на произведение этих строк или столбцов.

	30	12	
4			
10			

 →

	30	12	
4	1		4
10	2	5	
		6	3

Решите эту загадку, найдя столбцы и строки, в которых вы можете идентифицировать два числа. В 30-м столбце должны быть 5 и 6, а в 10-й строке должны быть 2 и 5. Далее, в 12-м столбце должны быть 3 и 4, а в 4-й строке должны быть 1 и 4. Остальные следуют быстро.

	7	40	18	
5				
21				
32				

 →

	7	40	18	
		2		6
5	1		5	
21	7			3
32		4	8	

Как это часто бывает с этими головоломками, взрослый может составить их, записав сначала числа внутри головоломки, записав продукты, а затем удалив все внутренние числа.