



Kapitel 3 Bonusmateriale

— Introduktion —

Er du en, der ønsker, at der var flere eksempler, diskussioner og kommentarer i de bevidst korte beskrivelser af lektionerne? Hvis ja, er du kommet til det rigtige sted! Denne fil indeholder bonusmateriale til nogle af aktiviteterne fra kapitel 3.

For gåder er der givet mange eksempler på løste gåder, sammen med yderligere kommentarer til, hvordan man laver dem. Programmet Early Family Math er baseret på ideen om, at tidlig matematik er noget, en familie bør lave sammen, og at lave puslespil, som dit barn kan lave sammen med dig, er en vigtig del af den proces. Når du har fået styr på hvert puslespil, bør du opdage, at de fleste, hvis ikke alle, gåderne er ret nemme for dig at lave.

Mange af disse gåder har forskellige sværhedsgrader, og der er mange forslag og eksempler på de kommende sider til, hvordan man opretter disse niveauer. Start altid med de nemmeste gåder. Det er langt bedre at få dit barn til at opleve succes, forståelse og sjov med gåder, der er lidt for nemme, end at blive frustreret, modløs og overudfordret af gåder, der er for svære. Når først dit barn opbygger selvtillid og entusiasme for en matematikaktivitet, er det tid til langsomt at inkorporere større udfordringer. Det er heller ikke alle gåder, der vil være sjove for alle, så lad være med at skubbe gåder og aktiviteter, der bare ikke ser ud til at hænge sammen.

Dette er hvad du finder på de følgende sider:

- **Kapitel 3 – Formsummer**
- **Kapitel 3 – Nim fordobler grænsen**
- **Kapitel 3 – Optælling af lige og odds**
- **Kapitel 3 – Sumgrupper**
- **Kapitel 3 – Zooredning**
- **Kapitel 3 – Fælles summer**
- **Kapitel 3 – Sudoku Variationer**
- **Kapitel 3 – Hvor mange måder**
- **Kapitel 3 – Bestilling af kort sæt**
- **Kapitel 3 – Forskels Pyramide**

— Juridiske ting —

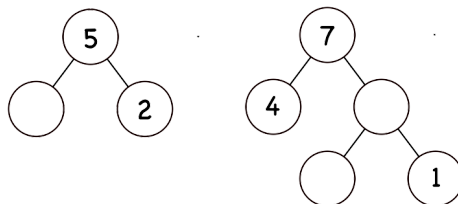
Hver familie bør have mulighed for at lære og nyde matematik sammen. Til det formål er Early Family Math en samling af materialer, som familier og undervisere frit kan redigere, oversætte, kopiere og distribuere, uden at spørge om tilladelse, kun til ikke-kommerciel brug.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.1 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

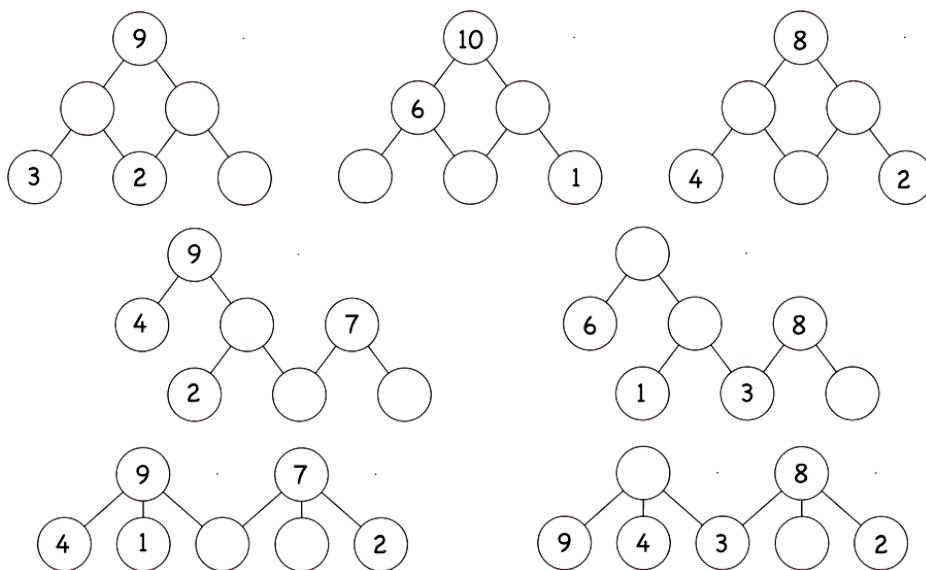
Kapitel 3 — Formsummer

Disse puslespil bruger nummererede cirkler forbundet på en opadgående måde, og hver cirkel er summen af alle cirklerne direkte under og forbundet til det.

De nemmeste gåder har de fleste cirkler udfyldt. Her er to eksempler, der er ligetil at løse.



Disse gåder kan gøres sværere ved at have én cirkel brugt i mere end én retning. Alle de næste syv puslespil er direkte beregninger undtagen den længst til højre i den første række. Det er vanskeligere, fordi den ene cirkel i midten deles af to ukendte cirkler over den. Det puslespil involverer små nok tal til, at det nemt kan løses med lidt forsøg og fejl.

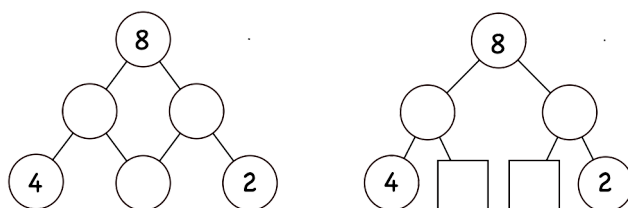


En anden mulighed for at tilføje kompleksitet til disse gåder er at bruge ikke-cirkulære former. Mens værdien i en cirkel måske eller måske ikke duplikerer værdien i en anden cirkel eller form, skal værdien i en ikke-cirkulær form matche værdien alle andre steder med samme form. For eksempel har alle firkanter samme værdi. Brug matchende former til at øve dig i at tilføje tvillinger, nær tvillinger og halvere.

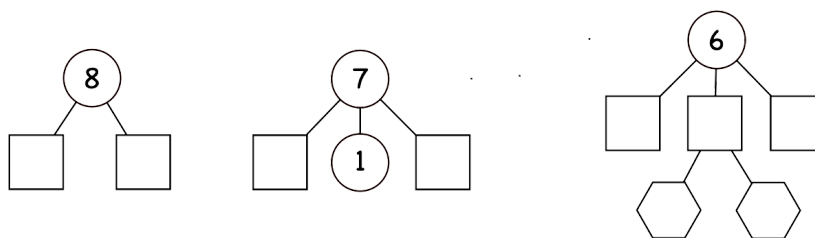
Hvis du vil, kan du tilføje reglen om, at to ikke-cirkulære former, der har forskellige former, skal have forskellige værdier - for eksempel skal en firkant og en sekskant have forskellige værdier.

Lav et hvilket som helst af disse gåder ved at starte med et diagram, der er helt udfyldt og derefter fjerne nogle tal. Hvis puslespillet har nogle gentagne tal, skal du bruge en firkant eller anden form i stedet for en cirkel til det gentagne tal.

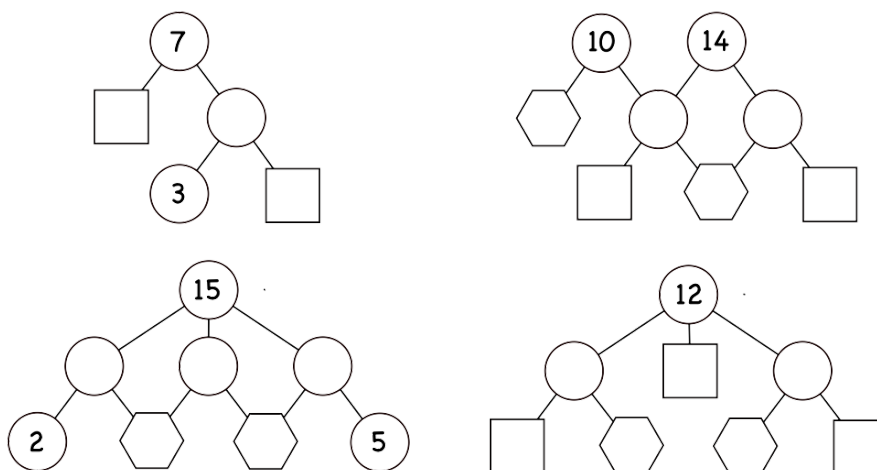
De næste to puslespil illustrerer den psykologiske forskel mellem at bruge en cirkel fra to retninger og at erstatte cirklen med to firkanter. Disse to gåder er i det væsentlige de samme, men et lille barn vil finde det første meget lettere at forstå og arbejde med. Giv dit barn masser af øvelse med puslespil, der kun er cirkulære, før du begiver dig ud i mere sofistikerede puslespil med ikke-cirkulære former.



Gåder, der ligner de næste tre, er nyttige til at øve sig i at tilføje tvillinger, næsten tvillinger og tripler.



Her er nogle eksempler på brug af ikke-cirkulære former til at lave vanskeligere puslespil. Hvis dit barn kan lide disse, er der rigtig mange flere variationer at udforske. Glad forvirring!



Kapitel 3 — Nim fordobler grænsen

— En bunke —

Indstil en start total, f.eks. 20. Lad dit barn vælge, om det vil gå første eller anden. Under den første tur vælger en spiller at trække 1 eller 2 fra den aktuelle total. Efter den første tur kan en spiller trække et hvilket som helst tal fra 1 op til det dobbelte tal, der blev brugt i den sidste tur. Den første person, der når 0, vinder.

Der er mange alternative versioner af dette spil. Nogle af dem er:

- Den første person, der når målet, taber.
- I stedet for at bruge intervallet 1 til 2, er det indledende interval fra 1 til 1 mindre (eller to mindre) end måltallet.
- Øv dig i at lægge sammen i stedet for at trække fra ved at starte ved 0 og få den første person til at nå målet vinde (eller tabe).
- Den indledende grænse er en (eller to) mindre end måltallet, og i stedet for at fordoble værdien af den sidste tur, skal du bruge værdien af den sidste tur som grænsen.
- Den indledende grænse er en (eller to) mindre end måltallet, og i stedet for at fordoble værdien, der blev brugt i den sidste tur, skal du bruge den tredobbelte værdi af den sidste tur.

Som du kan se, er der mange variationer. Lav dine egne familie regler, hvis du nyder spillet.

For det meste er disse spil meget sværere at analysere end versionerne af Nim, der bruger et fast sæt valgmuligheder for hvert træk.

— Mere end én bunke —

Endnu en måde at lave nye versioner af dette spil på er at bruge mere end ét nummer. Forestil dig, at denne version har flere bunker af tokens (småsten, stykker mad). For eksempel kan du have to bunker med 12 tokens i den ene bunke og 8 i den anden. En standardregel at bruge er, at du kan tage et hvilket som helst antal tokens, men de skal alle være fra én bunke.

Alternative versioner af dette spil er:

- Der er mere end to bunker.
- Du har mulighed for at tage det samme antal poletter fra alle bunkerne.
- Du har mulighed for at tage det samme antal poletter fra de bunker, du vælger.
- Du kan kun tage poletter fra den største bunke.

Som du kan forestille dig, er der endnu flere versioner af dette spil; men det er måske mere end nok for nu!

Kapitel 3 — Optælling af lige og odds

— Grundlæggende opsætning —

Brug en lille samling nummer kort, der involverer nogle små mængder. Start med tre kort og brug senere flere kort, hvis dit barn nyder undersøgelsen.

Antag, at tallene er 1, 2 og 3. Spørgsmålet er: Hvis du tilfældigt vælger to kort og tilføjer dem, er der større sandsynlighed for, at du får en lige tal eller et ulige tal?

Der er to måder at se på dette. En måde er at lave eksperimenter. Bland kortene, vælg to kort tilfældigt, og se om summen er lige eller ulige. Efter hvert eksperiment skal du sætte et flueben i den relevante kolonne på et stykke papir for at tælle de lige og ulige resultater.

Den anden måde er at tælle, hvor mange måder der er til at få et ulige tal i forhold til et lige tal. For eksempel, i tilfælde af at bruge 1, 2 og 3, er der én måde at få et lige tal på ($1 + 2$) og to måder at få et ulige tal på ($1 + 3$, $2 + 3$). Så for tallene 1, 2 og 3 er de ulige tal summer dobbelt så sandsynlige.

Når du har spillet rundt med 1, 2 og 3 i et stykke tid, kan du prøve andre grupper med tre kort. Opfører 2, 3 og 4 sig anderledes? Grupperne 1, 3, 5 og 2, 4, 6 producerer kun lige tal - hvorfor er det sådan? Efter at have spillet rundt med tre kort i et stykke tid, kan du se, hvad der sker med 4 eller flere kort.

For at gøre et spil ud af det, lad en spiller være lige og den anden spiller være ulige. Se, hvem der har flest succeser efter et dusin prøveførsler.

— Undersøgelses Analyse —

Det sjove ved en undersøgelse er, at den inviterer en person til at lege med tallene og være matematiker. Som nævnt ovenfor, leg rundt med forskellige grupper af tre numre. Efter nogle eksperimenter kan dit barn bemærke, at enhver gruppe på tre tal, der har mindst et lige tal og et ulige tal, opfører sig ens. Men hvis alle tallene alle er ulige tal eller alle lige tal, så er summen alle lige. Hvilket bringer det sædvanlige spørgsmål op: Hvorfor sker det?

Efter nogle eksperimenter kan selv et lille barn falde over den smukke talteoretiske regel, der siger:

- Lige plus Lige er
- Lige plus Ulige er
- Ulige plus Ulige er Lige

Hvorfor virker denne regel? Brug Talformer-aktiviteten til at repræsentere lige tal og ulige tal med to rækker af tokens - hvornår vil tilføjelsen af disse tal komme ud til to lige store rækker?

Når denne regel er opdaget, kan dit barn indse, at de særlige tal ikke betyder så meget. At have tallene 1, 2, 3 er virkelig ikke anderledes end at have tallene 3, 4, 5 (eller 3, 12, 17 for den sags skyld). Analysen afhænger virkelig af, hvor mange tal der er lige, og hvor mange der er ulige.

Med det i tankerne er her en tabel over de mulige resultater for grupper af størrelse tre og fire.

3 Tal:

- 3 Lige, 0 Odds - 3 Lige summerLige
- 2, 1 Ulige - 1 Lige sum, 2 Ulige summer
- 1 Lige, 2 Odds - 1 Lige sum, 2 Ulige summerLige
- 0, 3 Odds - 3 Lige summer

4 Tal:

- 4 Lige, 0 Odds - 6 Lige summerLige
- 3, 1 Ulige - 3 Lige summer, 3 Ulige summerLige
- 2, 2 Odds - 2 Lige summer, 4 Ulige summer
- 1 Lige, 3 Odds - 3 Lige summer, 3 Ulige summerLige
- 0, 4 Odds - 6 Lige summer

Resultaterne er overraskende og efterlader mange ting at undersøge, hvis man er interesseret! Hvad sker der med 5 numre, 6 numre eller mere? Hvorfor er det, at udveksling af lige tal og ulige tal ikke ser ud til at ændre resultaterne? For eksempel, hvis du har 3 lige og 1 ulige får du de samme resultater som 1 lige og 3 odds. For omstændigheder som 3 lige og 1 ulige, hvorfor kommer resultaterne balanceret ud, når lige og ulige starter ubalanceret?

Dette er noget fed matematik, og selv et lille barn kan lege med det!

Kapitel 3 – Sumgrupper

Disse puslespil bruger et gitter af tal med en målsum. Find grupper på to, tre eller fire tal, der lægger op til målet. Medlemmerne af en gruppe skal dele sider. Brug tokens, såsom forskellige typer madvarer, til at identificere hver gruppe i puslespillet. Når det er færdigt, vil hele puslespillet bestå af identificerede grupper.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

Disse puslespil giver særlig god øvelse med talbindinger. Ved at bruge tokens i stedet for en blyant kan du bruge puslespil igen og igen.

Opret disse gåder ved at starte med et tomt gitter og indsætte tal rundt om gitteret ved at bruge par og tripler, der summerer til målsummen. Det er sjovere, hvis puslespillet kun har én løsning, men du skal ikke bekymre dig om det.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8	5	1	7
	1	2	3
	6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9	1	0	9
	4	6	5
	4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9	5	4	3	6
	7	4	2	3
	2	5	3	6
	8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10	8	2	3
	5	3	4
	5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10	1	5	3	2
	4	3	7	4
	5	3	5	6
	3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5

Kapitel 3 — Zoo Rescue

— Spilbeskrivelse —

I dette spil skal du bruge to terninger eller to sæt talkort, der går fra 1 til 6. Hver spiller har 6 poletter – dyrepoletter er perfekte til dette spil, hvis du har dem. Hver spiller har også et stykke papir med æsker nummereret fra 0 til 5. Hver spiller bestemmer, hvor de skal lægge deres 6 poletter – det er okay at lægge mere end én token i en æske.

Under en spillers tur skabes to numre ved at kaste terningerne eller vælge to kort, og forskellen mellem disse numre bruges. En spiller kan frigive en af deres tokens, hvis de har en i den boks. Den første spiller til at redde alle deres tokens vinder.

— Strategi for placering af tokens —

Hvordan skal en spiller placere de 6 tokens? Som det ofte er en god idé, lad os starte med et enklere spørgsmål: Hvor ville det bedste sted være at placere 1 token. Dette ville helt klart være i den boks, der mest sandsynligt vil forekomme. I stedet for at lave nogen vanskelig analyse, kan vi blot opremse mulighederne og se, hvilke forskelle der sker mest.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0 Vi

tæller resultaterne op har 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Så 1 er klart det bedste valg, og det vil ske 10/36 gange. Vi kan rangere dem i rækkefølge efter frekvens som 1, 2, 3, 0, 4 og 5.

Det meget sværere spørgsmål er, hvad man skal gøre med mere end ét token. Når du har set disse tal, er et godt spørgsmål til et ældre barn: hvorfor ville du ikke bare sætte alle dine tokens på 1? For at se svaret på dette, forestil dig den enklere situation, hvor du kun havde to tokens, og du ignorerede alle resultater, der ikke var 1 eller 2. Så ville 1 ske 10/18 af gangene, og 2 ville ske 8/18 af gangene. Hvis du sætter begge tokens på 1, skal du få en 1 og derefter en 1 for at vinde efter to kast. Men hvis du sætter en token på 1 og en token på 2, ville du have succes efter to kast med en 1 og derefter en 2, eller en 2 og derefter en 1 - noget, der er omkring 60 % større sandsynlighed for at ske!

I stedet for at gå ind i en lang, detaljeret analyse, lad os bare lade det blive ved noget ret simpelt, der appellerer til vores intuition - sæt de fleste af dine tokens på 1, næstflest på 2 og måske en på 0 eller 3. Der er ingen garanti for, at du vil vinde, men du burde klare dig ret godt i det lange løb!

Kapitel 3 — Fælles beløb

— Introduktion til undersøgelse —

Lav et ark papir med 12 rækker. I hver række lægges 8 firkanter. Den længst venstre kolonne af kvadrater har tallene fra 1 til 12 skrevet i kvadraterne. Sæt 1 token på hvert af de 12 numre. Begynd at kaste et par terninger. Efter hvert kast skal du flytte brikken for summen af terningerne en firkant til højre. Målet for hvert token er at være den første til at komme helt til højre på tværs af siden.

Lad dit barn komme med nogle spørgsmål at undersøge. Nogle naturlige spørgsmål er:

- Hvilket token vinder og hvorfor?
- Hvilke tokens klarer sig godt, og hvilke klarer sig dårligt?
- Hvilken token er den værste?
- Hvordan vil vinderne ændre sig, hvis rækkerne ændres til at have færre felter eller flere felter?

Få dit barn til at forklare deres ideer om svarene på disse spørgsmål, og undersøg derefter deres ideer ved at køre eksperimenter.

Tilføj et konkurrenceelement til dette ved at gætte, hvilket token der vinder, før runden starter.

— Analyse —

Som med analysen af det forrige spil, er den enkleste måde at analysere dette på at liste alle mulighederne.

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

Sammenfattende frekvensen har vi: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. måde, disse er gode tal at huske for ethvert terningspil, der involverer summering af de to terninger!

Så 1 vil altid tabe og 7 er den mest sandsynlige vinder. Forskellen i frekvens mellem 7 og 6 eller 8 er dog ikke særlig stor. Hvis du bare laver et par kast, ville det være meget svært at forudsige med sikkerhed, hvilken der

ville vinde. Det er kun, når du laver rigtig mange kast, at du kan garantere, at 7 vinder til sidst.

Kapitel 3 — Sudoku-variationer

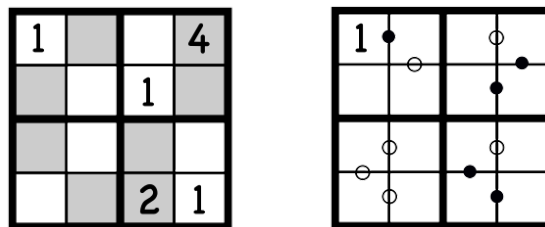
Der er rigtig mange Sudoku-variationer i verden, og der er endnu flere andre gåder, der ligner disse Sudoku-variationer. Dette afsnit vil se på fem af disse Sudoku-varianter. Disse følger alle reglen for den "latinske firkant" - at hvert tal forekommer nøjagtigt én gang i hver række og kolonne.

Du kan lave enhver af disse Sudoku'er ved at starte med et udfyldt puslespil af den passende type - enten en latinsk firkant eller en puslespilsudoku. Alle Sudoku-løsningerne i bonusmaterialet til kapitel 1-2 burde være nyttige for dig til dette. Når du har en løsning i hånden, skal du tilføje de yderligere oplysninger, der er nødvendige for denne specielle slags puslespil, og fjerne nogle eller alle tallene.

— Jigsaw Sudokus med ekstra information —

Disse to puslespilstyper er latinske kvadrater, der har den yderligere begrænsning, at hver underregion har hvert tal, der forekommer i sig præcis én gang. Ud over at være en Jigsaw Sudoku, har de yderligere egenskaber.

Lige-ulige Sudokus. I disse gåder er de lige tal nedtonet. Denne yderligere information har en tendens til at gøre disse gåder meget nemme, og det er normalt muligt at fjerne næsten alle tallene.



Kropki Sudokus. Dette er det samme som almindelig Sudoku, bortset fra at der tilføjes to typer prikker placeret mellem celler. Hvis prikken er hul, er de to tal et fra hinanden. Hvis prikken er udfyldt, er det ene tal halvdelen af det andet tal. I lighed med lige-ulige-puslespil har denne yderligere information en tendens til at gøre disse gåder ret nemme, og det betyder, at næsten alle tal kan fjernes.

— Sudokus med addering og subtraktion —

Tisse puslespil er opdelt i delområder, der har et mål, der er tildelt dem. I modsætning til standard Sudoku er det tilladt at et tal gentages i en underregion, så længe puslespillet stadig er en latinsk firkant. Hvis en underregion kun har én firkant i sig, vil måltallet være værdien af det pågældende kvadrat.

I et Sumdoku Sudoku-puslespil er summen af alle tallene i en underregion det givne måltal. I et Diffdoku Sudoku-puslespil har alle underområder en eller to firkanter. Hvis en underregion har to kvadrater, så er forskellen mellem de to tal det givne måltal.

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

I et Sumdiffdoku Sudoku-puslespil bruges både addition og subtraktion. Underregionerne er markeret med et "+" eller et "-" for at angive, om der skal tages en sum eller difference.

De tre typer puslespil laves normalt uden tal i dem. Selvfølgelig er underregionerne med en firkant i det væsentlige firkanter med tallet udfyldt. For et lille barn vil du måske angive en hel del af tallene for at få puslespillet inden for deres sofistikerede niveau.

For at variere de matematiske beregninger skal du bruge forskellige grupper af tal i stedet for de sædvanlige 1 til 4 for en 4 gange 4. Brug for eksempel tallene 1, 3, 5 og 7. Hvis du gør dette, skal du liste tallene over puslespillet så dit barn ved, hvad det skal bruge.

Kapitel 3 — Hvor mange måder

At tælle antallet af måder at træffe valg på kan føre til nogle interessante resultater. De fleste af disse tællesituationer har godt af at blive set på systematisk. Dette er svært for et barn at gøre, og det er okay – lad dem lege med det og nyde udforskningen. At være systematisk kan vente til de er ældre.

— Undersøgelse 1 —

Tegn med kun rød og blå, hvor mange måder kan du tegne et monster med en hat, øjne og kappe? Hvordan ændrer det sig, hvis du kun farvelægger hatten og kappen? Hvordan ville det ændre sig, hvis du brugte tre farver, eller hvis du kun kunne bruge hver farve én gang?

At udføre denne undersøgelse på en sofistikeret måde involverer multiplikation, og det er for tidligt til det. Men dit barn kan lege med disse ideer og begynde at udvikle en fornemmelse for, hvordan man gør denne form for optælling.

Lad os tage fat på disse spørgsmål et ad gangen. Hatten kan være enten rød eller blå, øjnene kan være enten røde eller blå, og kappen kan være enten rød eller blå. Hvert objekt, der skal farves, fordobler antallet af muligheder. Således giver 2 fordoblet og derefter fordoblet igen 8 muligheder. At liste disse ud er en god måde at se det på. Lad R være for rød og B være for blå, og angiv farverne i rækkefølgen for hatten, øjnene og kappen. Mulighederne er: RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB.

Farvning af kun hat og kappe giver 2 dobbelt, hvilket er 4 muligheder. Listen for dette er: RR, RB, BR, BB.

Hvis du havde tre farver til de tre ting at farvelægge, ville du have $3 \times 3 \times 3 = 27$ muligheder (en lang liste).

Generelt, hvis du har begivenheder, der ikke påvirker hinanden, skal du gange mulighederne. Hvis du kun må bruge hver farve én gang, begrænser begivenhederne hinanden og påvirker hinanden. Lad os liste dem ud ved at bruge G (for grøn) for den tredje farve: RBG, RGB, BGR, BRG, GRB, GBR.

— Undersøgelse 2 —

Du har en række med 5 ens slik. Hvor mange måder kan du farve dem for at give 2 røde og 3 blå?

Marker 2 stykker papir med et R og 3 stykker papir med et B. Dit barn kan lege med de ti måder, der er at lægge disse ud på. Listen er: RBBBB, RBRBB, RBBRB, RBBBR, BRRBB, BRBRB, BRBBR, BBRRB, BBRBR, BBBRR. En måde at se dette på er, at når du først har besluttet dig for de 2 pletter for rød, har blå ikke noget valg og skal gå ind i de andre 3 pletter. Interessant nok kan du også se på den anden vej som at placere de 3 blå stykker først.

Hvis du har det sjovt, kan du variere denne undersøgelse ved at ændre de tre tal - bare sørg for, at de to mindre tal summeres til det samlede antal slik.

— Undersøgelse 3 —

Find alle måder at få en sum på ved at tilføje tallene 1 og 2. Gør dette med og uden at overveje rækkefølge.

Overvej ikke orden. Se på eksemplet med at lægge op til 4. Mulighederne er $1+1+1+1$, $2+1+1$ og $2+2$. Der er 3 måder at gøre dette på. Efter at have prøvet et par flere eksempler, indser du, at du tæller antallet af måder at bruge 2'ere til at lægge op til tal mindre end eller lig med 4. Du kan have 0 til 2 af 2'erne, så der er 3 måder at gøre det på. . Generelt vil svaret være et mere end halvdelen af tallet for lige tal, og et mere end halvdelen af et mindre end tallet for ulige tal.

Overvej orden. For eksemplet med 4 er mulighederne $1+1+1+1$, $2+1+1$, $1+2+1$, $1+1+2$ og $2+2$. Så der er 5 måder at gøre det på. Leg med masser af eksempler og lav en tabel over resultaterne. Her er, hvad du skal få (okay, du gik sandsynligvis ikke op til 10):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Efter at have kigget på disse tal, kan dit barn bemærke at hvert par tal summeres til det næste tal. Hvorfor sker dette? Disse tal kaldes Fibonacci-numre, og de dukker overraskende ofte op.

For at se, hvorfor disse tal forekommer i denne undersøgelse, se på eksemplet med 4 og se på det sidste tal, der er brugt i summen. Det sidste tal er enten 1 eller 2. Hvis det er et 1, så giver de foregående tal alle måder at lægge op til 3 på. Hvis det sidste tal er et 2, så giver de foregående tal alle måder at lægge op til 2 på. Så antallet af måder at lægge op til 4 på er summen af måderne at lægge op til 3 plus måder at lægge op til 2.

Større tal. Hvis du nyder dette, kan du lege med antallet af måder at få summer på, der involverer tallene fra 1 til 3 eller endda 1 til 4. Det er meget sværere at lede efter mønstre i disse tilfælde, men at lege med tallene vil kun være lige så sjovt.

Kapitel 3 — Bestilling af kort dæk

— Introduktion —

Udfordringen er at stable et sæt med nummererede kort, f.eks. 1 til 5, så følgende er sandt:

Det øverste kort er 1. Læg dette øverste kort til side. Flyt det næste kort til bunden af bunken. Det næste kort er 2 og lægges til side. Flyt det næste kort til bunden af bunken. Fortsæt indtil alle kort er sat til side i rækkefølge.

Når dit barn finder det nemt for 1 til 5, så udfordr dit barn til at gøre det for større nummer områder.

— Vær systematisk —

Vanskeligheden med dette puslespil er at være systematisk. For enhver størrelse kortspil kan du lege med det og til sidst komme med svaret. Lad os se efter interessante mønstre, der gør det lettere.

Antag, at du lægger kortene i rækkefølge på bordet. Her er løsningerne til de første par tilfælde. Tallene efter pilen angiver rækkefølgen af de resterende kort efter den første passage gennem kortene.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Hvis der er et lige antal kort (f.eks. 6), så udfyldes de ulige positioner med den første halvdel af kortene i rækkefølge (3 i dette tilfælde), og de andre pladser udfyldes med løsningen til halvt så mange kortene er kun steget i værdi. I eksemplet for 6 er de ulige pletter udfyldt med 1, 2, 3, og de lige pletter er fyldt med 4, 6, 5 - værdierne 1, 3, 2 (løsningen for et kortspil med tre kort) er hver steget med 3.

Mønsteret for et ulige antal kort er lidt vanskeligere. Som før er de ulige pletter udfyldt med den første halvdel af tallene (1 til 4 i tilfælde af 7). Hvis du ser på eksemplerne, vil det første kort efter pilen blive flyttet til slutningen, så det skal være det kort, du vil have sidst i den rækkefølge. Efter den observation fortsætter svaret som i lige tilfælde.

Kapitel 3 — Forskels Pyramide

— Introduktion —

Udfordringen er at placere tallene fra 1 til 6 i en pyramide med et kort i øverste række, to kort i anden række og tre kort i tredje række, hvor hvert tal er forskellen på de to tal under det.

Hvis du har problemer, er her to tips, der hjælper. De 6 skal være i den nederste række, fordi det ikke kan være forskellen på et par tal. På samme måde skal 5'eren enten være i den nederste række eller i den midterste række over 6'eren og 1'eren.

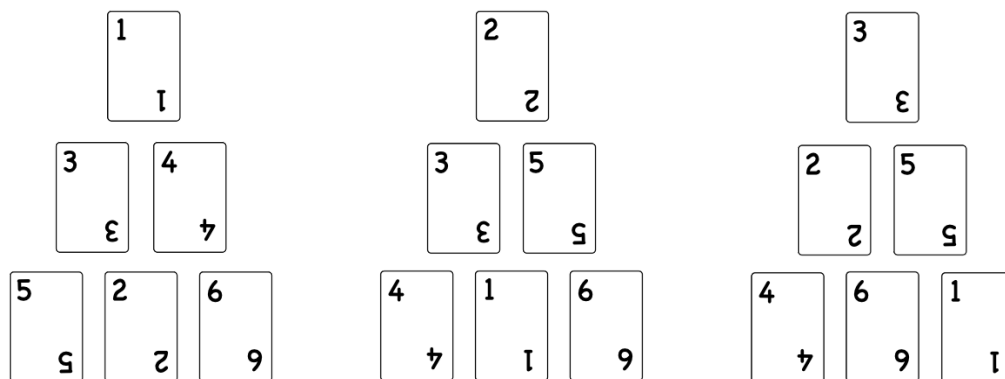
— Hvad er "forskellige" løsninger? —

Hvis dit barn synes, at dette puslespil er nemt at lave, så udfordr dem til at finde alle de måder, det kan gøres på. Diskuter, hvad det vil sige, at to løsninger er forskellige - hvis en løsning er spejlbilledet af en anden, skal den så betragtes som forskellig?

At besvare spørgsmålet om, hvad der gør løsninger anderledes, er nyttigt at gøre i starten. Fordi spejlbilledet af enhver løsning er let at lave og også er en løsning, giver det mening at ignorere dem. At ignorere spejlbilleder vil reducere antallet af løsninger, der skal overvejes, til det halve.

For eksempel kan vi antage, at ikke kun er 6'eren i den nederste række, men det er enten i midten eller højre side af den nederste række. Hvis man fortsætter med at tænke med 5'eren, kan den nederste række kun have fire mulige layouts: 5 a 6, b 5 6, c 1 6 eller d 6 1.

På dette tidspunkt er det et spørgsmål om at gennemarbejde de forskellige mulige værdier af a, b, c og d. Efter nogle forsøg og fejl vil du opdage, at a er 2, b kan aldrig fungere, c skal være 4, og d skal være 4. Så hvis man ignorerer spejlbilleder, er der præcis tre løsninger:



— Større pyramider —

Lad os bruge kortene fra 1 til 10 til at lave en pyramide med fire rækker. Dette er meget mere kompliceret. Der kan lægges et par kort, men efter det kræver det en vis beslutsomhed. Fordi 10 ikke kan være forskellen på to kort, skal den ligge på den nederste række. På samme måde er enten 9 i den nederste række eller i den næstnederste række over 1'eren og 10'eren. 8- og 7-kortene er også gode kort at bruge for at slippe af med muligheder.

Det betyder, at den nederste række ser ud som en af følgende (ignorerer spejlbilleder):

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

Det er mange muligheder at overveje!

Heldigvis, hvis du overvejer, hvor 8 og 7 kan gå hen, er mulighederne reduceret til følgende liste (forudsat at der ikke er nogen fejl!). Det er nemt at afslutte hver enkelt af disse, når du har den nederste række.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

Pyramider i størrelse 15, 21 eller højere er overladt til de virkelig dedikerede. Held og lykke og god fornøjelse!