⚠ Dette kapitel er oversat med Google Translate – Hjælp os venligst med at forbedre dette!

Early Family Math

Kapitel 5 Bonusmateriale

— Introduktion —

Er du nogen, der ønsker, at der var flere eksempler, diskussioner og kommentarer i de bevidst korte beskrivelser af lektionerne? I så fald er du kommet til det rette sted! Denne fil indeholder bonusmateriale til nogle af aktiviteterne fra kapitel 5.

For gåder gives mange eksempler på løste gåder sammen med yderligere kommentarer til, hvordan du opretter dem. Early Family Math-programmet er baseret på ideen om, at tidlig matematik er noget, en familie skal gøre sammen, og det er en vigtig del af denne proces at lave puslespil for dit barn at gøre med dig. Når du først har fået fat på hvert puslespil, skal du finde ud af, at de fleste, hvis ikke alle puslespil er ret nemme at skabe.

Mange af disse gåder har forskellige sværhedsgrader, og der er mange forslag og eksempler på de kommende sider til, hvordan man opretter disse niveauer. Start altid med de nemmeste gåder. Det er langt bedre at få dit barn til at opleve succes, forståelse og sjov med gåder, der er lidt for lette end at blive frustreret, modløs og over udfordret af gåder, der er for hårde. Når dit barn bygger tillid og entusiasme for en matematisk aktivitet, er det tid til langsomt at indarbejde større udfordringer. Også, ikke alle gåder vil være sjove for alle, så skub ikke gåder og aktiviteter, der bare ikke ser ud til at forbinde.

Dette er hvad du finder på de følgende sider:

Kapitel 5 — Nim med faktorer

— Introduktion —

Start med et hvilket som helst tal, sig 20. Lad barnet beslutte, om det vil gå første eller andet. Under deres tur kan en spiller trække en hvilken som helst skiller med det aktuelle nummer fra nummeret. Spilleren tvunget til 0 taber.

— Analyse —

Som sædvanlig er en god strategi for at lære om dette spil at se på en enklere version af spillet, hvilket i dette tilfælde betyder at starte med meget små tal. Hvis det er din tur, og du står over for hvert af disse tal, er der hvad der vil ske: 1 - tab, 2 - vind, 3 - tab, 4 - vind, 5 - tab, 6 - vind, 7 tab og 8 vinde. Nu er mønsteret klart - hvis det er dit træk, og du har et ulige tal, så mister du; hvis du har et lige antal, vinder du.

At finde den vindende strategi er et stort skridt, men lad os gå dybere. Hvorfor fungerer dette? Hvad er egenskaberne ved ulige og lige tal, der skaber denne situation? Stil dette spørgsmål foran dit barn, og giv dem en masse tid til at tænke over det og eksperimentere med det - der er ikke travlt, og denne proces med at kæmpe med et spørgsmål er uvurderlig og bør ikke kortsluttes.

Nogle eksperimenter med små tal afslører hurtigt, hvad der foregår. Hvis du har et ulige tal, er alle skillevægge ulige, så når du trækker en skillevæg, er resultatet et lige tal. Derfor fører ulige tal på en tur altid til et lige antal på den næste tur. Lige tal har altid både ulige og lige tal til delere. Så situationen er ikke helt den samme. Men hvis du har et lige antal, er dit mål at give din modstander et ulige tal, og der er en nem måde at gøre det på - vælg skillevæg 1 og træk det!

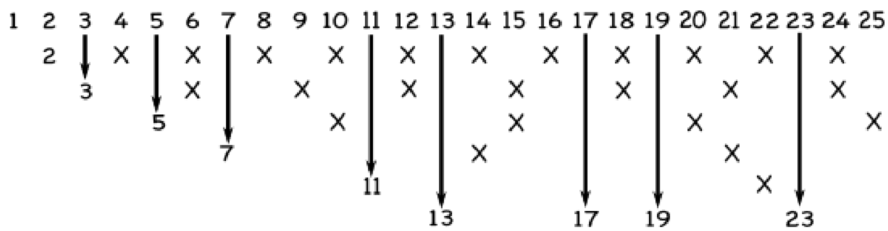
Kapitel 5 — Eratosthenes sigte

— Introduktion —

Start med en tallinje nummereret fra 1 til 25 - eller et større interval, hvis plads og din tålmodighed tillader det.

Skriv tallet 2 under sig selv. På linjen, selv med denne 2, skal du placere X'er under hvert multiplum af 2.

Træk nu det første tal ned uden X'er under det (3 i dette tilfælde) og sæt det på den næste linje. Skriv 3 og sæt X'er på den linje for alle dens multipla. Fortsæt på denne måde. I slutningen vil du have trukket alle *primtallene ned*. Husk at 1 er en *enhed* og ikke en prime!



— Analyse —

Denne enkle proces afslører nogle interessante fakta om primtal. Se om dit barn kan komme med nogle af disse spørgsmål - men hvis de ikke opstår naturligt, er der nogle spørgsmål at stille.

1) Hvorfor er de tal, der falder ned, primære?

Antag at du har et sammensat nummer. Vi vil vise, at dette nummer vil have et X under det. Da den er sammensat, kan den deles med et tal, n, mellem 1 og det tal. Hvis n er en prime, ville vores sammensatte tal have en X under det fra n være en tidligere prime. Hvis n ikke er en prime, har den en X under den fra en tidligere prime, kald den p. Nu deler p jævnt n og n fordeler vores nye nummer jævnt, så p skal dele vores nye nummer. Derfor, når der markeres multipla af p, ville en X være blevet placeret under vores nye nummer.

2) Når du placerer X'er for multipla af en prime, er der nogle tal, der allerede har en X fra en tidligere prime. Hvornår sker det, og hvornår sker det ikke?

Lad os se på multiplerne af 5 i sigten ovenfor. Multiplerne 5 x 2, 5 x 3 og 5 x 4 er allerede overstreget. Kun 5 x 5 er nyt. Dette sker, fordi 5 x 2, 5 x 3 og 5 x 4 alle er multipla af 2 og 3, tidligere primtal. Hvis vi vil placere X'er på nye steder, skal vi gange 5 med tal, der kun har primære faktorer, der er 5 og derover. Fordi det er lidt kedeligt at holde styr på alt det, hvad nogle mennesker gør, er kun at krydse ulige multipler ud og lade det være.

3) Hvad var den sidste prime, der havde en nyttig ny X i rækken for denne sigte?

I denne sigte er primtallene med nyttige X'er 2, 3 og 5. Multiplerne på 7 og 11 var alle gamle X'er. Hvis du ser på svaret på det sidste spørgsmål, vil du se svaret her. Den eneste måde at få nye X'er på er at multiplicere en prime med primtal, der er større end eller lig med sig selv. Når vi når en prime som 7, hvor 7 x 7> 25, behøver vi ikke kontrollere det. Så vi behøver kun at kontrollere primtal, hvis firkant er mindre end eller lig med det sidste tal.

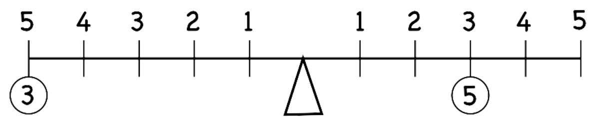
4) Hvis du fik et tal, sig 53, hvilke primtal ville du have brug for at dele det med for at se, at det er prime?

Fra svaret på det sidste spørgsmål behøver vi kun at kontrollere primtal, hvis firkant er mindre end eller lig med 53. Disse primtal er 2, 3, 5 og 7 - ingen af disse opdeler 53 ens, så 53 skal være primær!

Kapitel 5 — Håndtag og mobiler

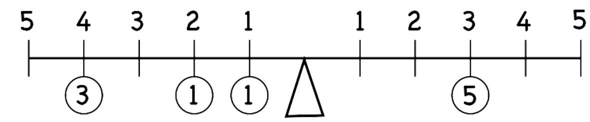
— Håndtag Princippet —

Håndtag Siger, at den kraft, der udøves på den ene side af en løftestang med en masse, er lig med massen gange dens afstand fra omdrejningspunktet, omdrejningspunktet.



I håndtaget ovenfor er 3 på venstre side en afstand på 5 fra omdrejningspunktet, så dens kraft er 3 x 5 = 15. 5 på højre side er en afstand på 3 fra støttepunktet, så dens styrke er 5 x 3 = 15. Dette håndtag er i balance.

Hvis der er mere end en vægt på en side, øges kræfterne.



I denne håndtag er der 3 x 4 + 1 x 2 + 1 x 1 = 15 på venstre side og 5 x 3 = 15 på højre side. Så det er i balance.

Vi begrænser disse problemer til kun at bruge hele tal. Du kan beslutte, om du tillader, at flere vægte hænges af det samme punkt - vi antager, at det er okay at lave flere vægte i den følgende diskussion.

— Håndtag Puslespil —

Du har en vægt på 3 enheder og en vægt på 5 enheder at sætte på modsatte sider af omdrejningspunktet. Hvor skal de bringes i balance? Svaret på dette kan være afstandene 5 og 3, men det kan også være 10 og 6 eller endda større svar som f.eks. 15 og 9. Vær åben for at diskutere, hvad dit barn finder på.

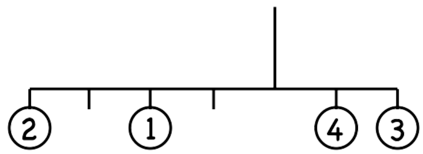
Hvis du har en 3-enhed og en 5-enhedsvægt til at ligge på den ene side af et håndtag, hvilke vægte kan du lægge i hvilke afstande på den anden side? Dette spørgsmål fortsætter spørgsmålene på siden Få det til at tælle i slutningen af kapitel 4. Udforsk som tidligere forskellige kombinationer af vægte. Hvad sker der, hvis 3 og 5 erstattes af 4 og 5, 4 og 9 eller 6 og 9?

Hvordan ændres dette sidste problem, hvis vi lægger vægten på 3 enheder og 5 enheder på modsatte sider af omdrejningspunktet? Nu er det let at veje en 1-enhedsvægt ved at bruge 3 x 2 = 5 x 1 + 1 x 1. Hvilke andre vægte kan du veje på denne måde?

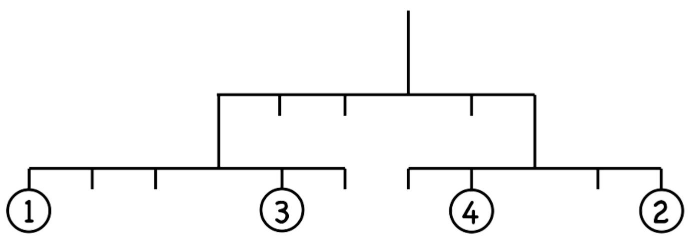
— Mobiler —

Du får nogle vægte og et design til en mobil, der har nogle vedhæftede punkter. Udfordringen er at højst ligge en vægt pr. Fastgørelsespunkt, så mobilen balancerer langs hver arm. Af hensyn til disse problemer antager vi, at ledningerne, der skaber mobilen, er vægtløse. Hver arm i mobilen er et løftestang, der skal balanceres, så disse gåder er en forlængelse af Lever Balance - øv disse gåder, før du starter disse.

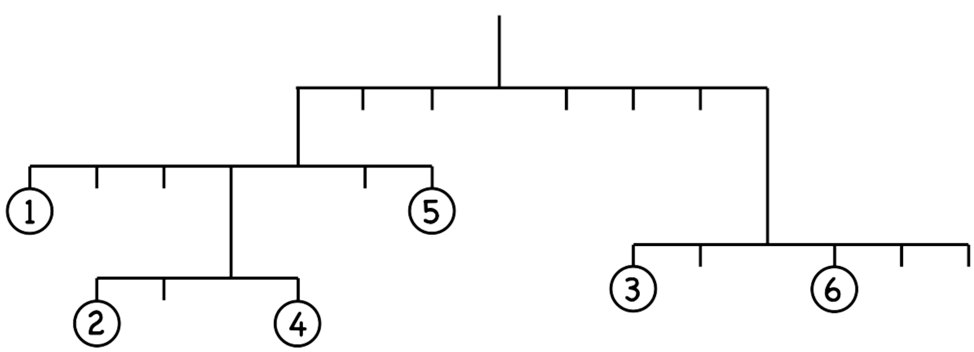
Start med de enkleste mobiltelefoner, som bare er håndtag i luften. Her er en løsning til at sætte vægten fra 1 til 4 på denne mobil for at afbalancere den. Dette fungerer som et løftestang med omdrejningspunktet ved hænge punktet. Til denne mobil har vi 2 x 4 + 1 x 2 = 4 x 1 + 3 x 2.



Hvis der er mere end et niveau til mobilen, skal hver enkelt arm på hvert niveau balancere som en håndtag. For denne næste mobil balancerer de to nederste arme, fordi 1 x 3 = 3 x 1 og 4 x 1 = 2 x 2. For det næste niveau op, tilføjer du bare vægtene under den. For eksempel er vægten på venstre side 1 + 3 = 4 - hvad angår det næste niveau op, betyder det ikke noget, hvor vægtene er placeret på den nederste arm. Så for det næste niveau op, (1 + 3) x 3 = (4 + 2) x 2 = 12, så det øverste niveau også balancerer.



Hav det sjovt at lave mobile gåder til hinanden. Her er en sidste at lege med at bruge hvert af numrene fra 1 til 6. Du skal ikke bekymre dig om at være fancy og bruge hvert nummer en gang. Ethvert afsluttet puslespil vil være sjovt. Kontrol af de niveauer, vi har: 2 x 2 = 4 x 1; 1 x 4 + (2 + 4) x 1 = 5 x 2; 3 x 2 = 6 x 1; og (1 + 2 + 4 + 5) x 3 = (3 + 6) x 4.



Kapitel 5 — Opdel boksen

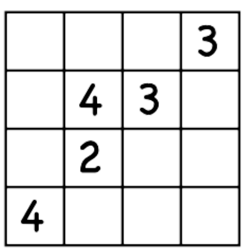
— Introduktion —

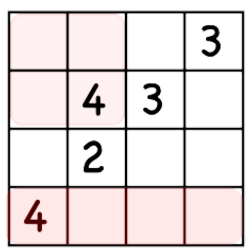
Et rektangel, 4 med 4 eller større, med tal i nogle af dets firkanter, er at opdeles i mindre rektangler. Hvert nummer skal ende i et separat rektangel, hvis område er det tal.

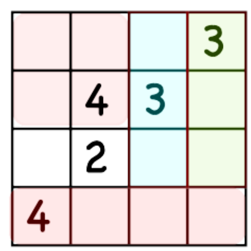
For voksne er det nemt at konstruere disse gåder. Tag et rektangel, del dets indre i rektangler, sæt tal for områderne inden for hvert indre rektangel, og fjern derefter ethvert tegn på de indvendige rektangler. Den eneste vanskelige del er at placere tal på steder, der gør puslespillet rimeligt let at løse - du kan altid give tip efter behov, hvis dit puslespil ender med at blive for hårdt.

— Løsningsstrategier —

Her er nogle generelle strategier, der kan forenkle løsningen af disse gåder. Gør dit bedste for at lade dit barn opdage disse regler, når de leger med gåderne. Lav en liste sammen over de regler, de finder på.







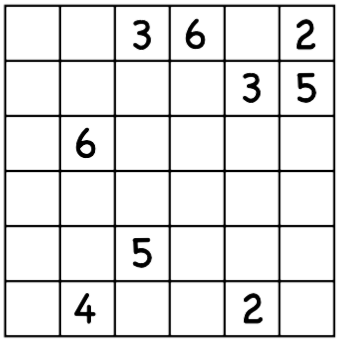
1) Se på tal med kun en eller to muligheder for deres rektangler.

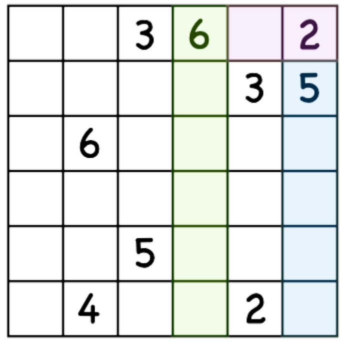
Begge 4'er er meget begrænsede. Hver 4 kan kun være inde i et 1 til 4 eller et 2 med 2 rektangel. Den øverste 4 er omringet, så den kan ikke være inde i en 1 efter 4. Så der skal være et 2 til 2 rektangel i øverste venstre hjørne. Det efterlader den nederste 4 kun med muligheden for, at dens rektangel er 1 efter 4 og går langs undersiden.

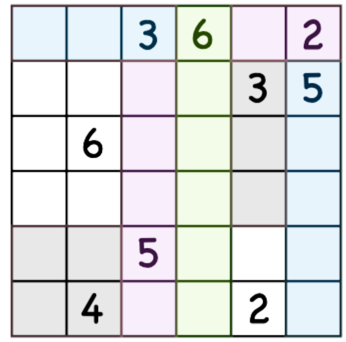
2) Se på primtal - de skal være inde i et 1 efter n rektangel.

3'erne i puslespillet ovenfor skal være indeholdt i et 1 til 3 rektangel. De 3 i øverste højre hjørne kan kun være en del af et 1 til 3 rektangel, der går langs den øverste kant eller langs højre side. Den øverste venstre 2 til 2 firkant blokeres for 4 gør det umuligt at have en 1 efter 3 langs den øverste kant.

1 ved 4 langs bunden tvinger 1 til 3 for den nederste af de to 3'er til at være den højeste af de to lodrette muligheder.







3) Tal tæt på den maksimale dimension har ofte få muligheder.

Se på 6'erne og 5'erne i dette næste puslespil. Den øverste 6 har brug for masser af plads, og den eneste måde, hvor der er plads nok til den, er lodret lige ned med hele kolonnen. De andre 6 kan ikke være 1 x 6, fordi rækken blev afskåret af den anden 6s søjle. Så den nederste 6 skal være en 2 x 3, som endnu ikke er helt bestemt.

Som et andet eksempel, hvis der havde været en 8 i dette puslespil, ville 1 af 8 ikke have passet, så det skulle være en del af et 2 til 4 rektangel.

4) Kvadrater, der er indrammet i, har få muligheder.

Den øverste 5 er indrammet, så det eneste valg er at være i en 5-boks kolonne. Den anden 5, fordi den også er en prime, skal gå lodret eller vandret. Den afskæres vandret af søjlen til 6, så den skal gå lodret op til lige under 3.

5) Hjørner er ofte meget begrænsede.

De 2 i øverste højre hjørne skal gå vandret, så det er let at udfylde.

Kapitel 5 — Bogstav Substitutions Puslespil

— Introduktion —

Når dit barn bliver fortrolig med de manglende antal sider fra et par sider tidligere i dette kapitel, kan de starte leger med disse gåder. I disse erstattes et eller flere af cifrene med bogstaver. De tre regler for bogstaver er:

- Et givet bogstav er altid det samme ciffer ciffer
- Det Længst til venstre i et nummer er aldrig 0
- Forskellige bogstaver skal være forskellige cifre

Opret disse gåder ved at tage et tilføjelses- eller subtraktion problem og erstatte et eller flere af cifrene. Puslespillene kan også oprettes for at skabe interessante problemløsning udfordringer for dit barn. Bemærk, at bogstavernes værdier ikke overføres fra puslespil til puslespil.

— Eksempler —

Dette første eksempel illustrerer, hvordan du kan tage et standard problem med tilføjelse eller subtraktion og lave et puslespil til udskiftning af bogstaver ud af det. Den første version erstatter alle 6'erne med A'er, og den anden version fortsatte med at erstatte 2'erne med B'erne.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \dashrightarrow \begin{array}{r} 23 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array} \quad \begin{array}{r} B3 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array}$$

Resten af disse eksempler er omhyggeligt konstrueret til at muliggøre løsning ved hjælp af egenskaber i den særlige situation. En egenskab, der skal bemærkes, er at når du tilføjer to tal, er bæringen til den næste kolonne altid enten 0 eller 1. Så for eksempel i problemet A + A = C4 skal C være 1, fordi det ikke er tilladt at være 0.

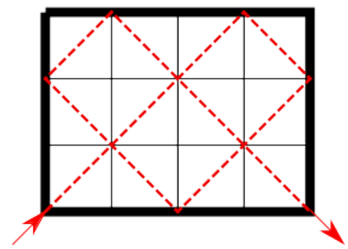
$$\begin{array}{r} B \\ +8 \\ \hline C \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +B \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +A \\ \hline C4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +2 \\ \hline BC \end{array} \quad \begin{array}{r} D \\ +2 \\ \hline EE \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline AC \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \\ A \\ +A \\ \hline B2 \end{array} \quad \begin{array}{r} C \\ C \\ +C \\ \hline D4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ A \\ +7 \\ \hline B \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ A \\ +B \\ \hline B0 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +BB \\ \hline A7 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +AB \\ \hline BA \end{array}$$

$$\begin{array}{r} BA \\ +BB \\ \hline CAB \end{array} \quad \begin{array}{r} AD \\ +BD \\ \hline BCC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +BA \\ \hline BBC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +CB \\ \hline BBC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +AB \\ \hline CAC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +AA \\ \hline BBC \end{array}$$

Kapitel 5 — Leg med figurer

— Bouncing Billiard Ball — Introduktion —



Forestil dig et billardbord, der har en lomme i hvert hjørne. Når en bold springer ud af siden af bordet, hopper den væk i samme vinkel som den kom ind i. Hvis vi skyder en kugle i en 45 graders vinkel fra nederste venstre hjørne, hvor vil den ende? Svaret afhænger af størrelsen på tabellen. Billedet til højre er hvad der sker på et 3 til 4 bord.

Giv dit barn en tegning af et bord, og udfordre dit barn til at forudsige, hvilket hjørne der bliver ramt først, og hvor mange hopp, det tager før det kommer til hjørnet.

— Hoppende billardkugle — Analyse —

Start med at lade dit barn bare lege med dette og ikke have travlt med at opdage resultater. Som du vil se, involverer dette problem nogle sofistikerede ideer til en ung person. Efter behov skal du stille et spørgsmål eller to for at give deres tænkning lidt mere struktur. Du ved hvad der kommer - se på enklere tabeller først for at se efter mønstre - når denne idé bliver automatisk for dit barn, vil dette tjene dem godt resten af deres liv!

De enkleste tabeller er 1 efter n, og de er lette at forstå. Når man spiller med et par værdier på n, kommer mønsteret hurtigt frem. Det er let at undervurdere et simpelt resultat som dette; dog skal ethvert fuldt forstået resultat fejres, og dette resultat vil føre til andre.

<u>Resultat</u>: 1 ved n tabel: Bolden tager n-1 hopp. Bolden ender i nederste højre hjørne, hvis n er jævn og i øverste højre hjørne, hvis n er ulige.

De næste enkleste tabeller er 2 ved n. Mønstrene her er lidt mere involverede. God journalføring kan gøre en stor forskel i noget som dette. En opmærksom eksperimentator vil bemærke, at en 2 ved 4 tabel opfører sig ligesom en 1 efter 2 tabel, og en 2 ved 6 tabel ligesom en 1 ved 3. Dette generaliserer hurtigt til det næste resultat.

<u>Resultat</u>: En tabel 2 ved 2xn opfører sig ligesom en tabel 1 efter n.

Hvorfor er det? Hvad sker der? Dette er en matematisk proces at indgyde dit barn - se efter mønstre og forsøg derefter at forstå dem, og med den nye forståelse udvide dine tidligere resultater.

Hvad der foregår er, at hoppene på et bord ikke ændres, hvis du forstørrer begge dimensioner med den samme faktor. Når det er gjort, er bordet større, men geometrien er den samme. I geometriske termer siges det, at de to tabeller er "ens".

<u>Resultat</u>: En kxm ved kxn-tabel opfører sig nøjagtigt som en m ved n-tabel.

Vi er kommet her i små trin, men dette er et STOR resultat. Det betyder, at vi kan starte vores analyse på ethvert bord ved først at fjerne enhver fælles faktor.

Genoptager hvor vi slap med 2 ved n tabeller. Vi forstår, hvad der sker, når n er lige, men hvad sker der, når n er ulige? Hvad sker der med 2 ved n for n = 1, 3, 5, 7 osv.? Mønsteret bliver hurtigt let at se.

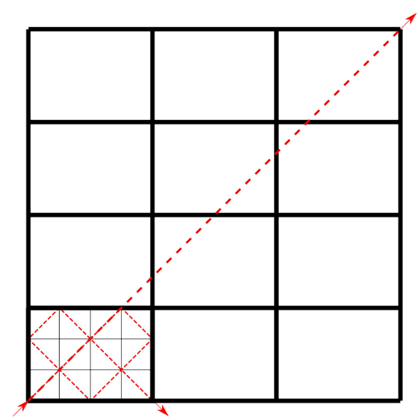
Resultat: Når n er ulige, har en 2 for n tabel n hoppende og ender i øverste venstre hjørne.

Der gøres mange fremskridt. At lege med flere eksempler fører til nogle flere mønstre.

Resultat: Hvis n ikke er et multiplum af 3, har en 3 ved n tabel n + 1 hopper og ender i øverste højre hjørne, hvis n har en rest på 1, divideret med 3, og i nederste højre hjørne, hvis n har en resten af 2 divideret med 3. Hvis n er ulige, har en 4 ved n tabel n + 2 hoppende og ender i øverste venstre hjørne. Hvis n ikke er et multiplum af 5, har en 5 ved n tabel n + 3 hoppende og ender i øverste højre hjørne, når n er ulige og nederste højre hjørne, når n er jævn.

På dette tidspunkt er vi fristet til at se over dataene, se nogle mønstre og komme med nogle formodninger.

Antagelse: Antag, at k og n ikke har nogen fælles faktorer. Derefter vil ak ved n-tabel have k + n - 2 hopp. Det ender i øverste venstre hjørne, hvis k er jævn. Det ender i øverste højre hjørne, hvis k er ulige og n er ulige, og i nederste højre hjørne, hvis k er ulige og n er lige.



Wow - hvis denne formodning er sand, har vi løst dette problem fuldstændigt! Du ved, hvad der kommer ... Lad os se, om vi kan forklare, hvorfor denne formodning skal være sand (eller finde ud af, at den er falsk).

Selvom der er andre måder at forstå denne situation på, som nogle gange sker, er det, der gør dette problem meget lettere at forstå, en ny idé. Det kan ikke forekomme dig, men når du først ser det, vil du sandsynligvis blive forbløffet. Ideen er at folde bordet ud, så bolden kan gå i en lige linje! Her er hvad der sker, hvis vi udfolder den originale tabel 3 og 4 og laver boldens sti til en lige linje.

At se, at formodningen er sand, er meget lettere nu. Hoppende svarer til kryds ningslinjer - der er (k - 1) af dem til at krydse i den ene retning og (n - 1) af dem til at krydse i den anden retning, så sammen udgør det i alt (k - 1) + (n - 1) = k + n - 2 linjer at krydse. At se, i hvilket hjørne det ender, er et spørgsmål om at holde styr på, hvordan tingene udfolder sig. Vi er alle færdige nu med en ganske interessant rejse.

— Påfyldning af regioner med former — Introduktion —

Antag at du har et skakbræt på 8 og 8 og at du har en samling på 1 og 2 fliser. At finde en måde at præcist dække skakbrættet på med 32 af disse 1 til 2 fliser er enkelt nok.

Lad os begynde at fjerne nogle firkanter fra skakbrættet og se hvad der sker. Hvis du fjerner det ene hjørne af skakbrættet, ved du straks, at du ikke længere kan dække skakbrættet med fliser, fordi fliserne altid dækker et lige antal firkanter, og der er nu 63 firkanter til at dække. Okay, fjern to hjørner for at lave et lige antal resterende firkanter - kan du dække det nu? Svaret afhænger af, hvilke to hjørner du fjerner. Hvorfor? Hvad hvis du ikke længere begrænser dig til at fjerne hjørner, hvad sker der så?

— Fyld regioner med figurer — Analyse —

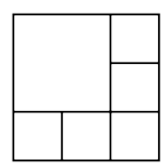
Lad dit barn lege med dette, før det afslører farvelægningssider. Hvis de leger med små brædder, kan de opdage reglen på egen hånd, og det er altid bedre.

En observation, der hjælper meget med dette spørgsmål, er at bruge farven på skakbræt firkanterne. Hvis du tager 1 til 2 fliser og farve den ene firkantet hvid og den anden sort, vil du se en interessant ting forekomme. Hver flise skal dække et kvadrat af hver farve. Ikke kun dækker k fliser 2xk firkanter, men de dækker k hvide firkanter og k sorte firkanter - det samme antal firkanter i hver farve. Ved at bruge denne idé bliver det indlysende, at hvis du fjerner flere firkanter i en farve end en anden, vil det være umuligt at dække brættet.

Hvis dit barn nyder disse spørgsmål, skal du begynde at forgrene sig ved at bruge andre former til at fylde tavlen. Spil rundt med at fylde den med 1 efter 3 fliser eller med 3 firkanter i en L-form. Hvilke mønstre og regler opdager du med disse? Hvilke andre former kan være interessante at lege med?

— Fyldning af firkanter med firkanter — Introduktion —

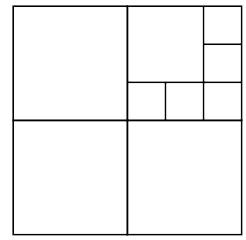
På hvilke måder kan du udfylde en firkant med andre firkanter, hvor de andre firkanter ikke alle behøver at have samme størrelse? Længderne kan dog ikke være helt tilfældige tal - sidelængden af hver firkant skal være et helt tal multipel af en fast længde. Spørgsmålet, der skal undersøges, er: Hvad er alle antallet af firkanter, der er mulige? Hvis du ved, at et nummer er muligt, er der også en nem måde at beskrive, hvordan man gør det?



Lad dit barn lege med det i mange dage og ikke have travlt med at komme til svaret. Der er mange forskellige måder at komme med ideer til denne undersøgelse, så vær fleksibel og arbejd med dit barns ideer. Her er et diagram, der viser, hvordan 6 er mulig.

At komme med nogle hurtige eksempler er altid en god idé. At opdele den store firkant i firkanter af samme størrelse som en let start. Fra det ved du, at kvadrattallene (1, 4, 9, 16, 25, ...) alle fungerer.

Når vi arbejder ud fra det 6 firkantede eksempel, kan vi bruge en stor firkant af enhver størrelse og sætte 1 til 1 firkanter på to af siderne. Gør det for stadig større firkanter (1 ved 1, 2 ved 2, 3 ved 3, ...) får vi 1 + 3 = 4, 1 + 5 = 6 (som afbildet), 1 + 7 = 8, 1 + 9 = 10 , og så videre. Så alle lige tal, der starter med 4, kan gøres på denne måde.



En stærk idé, der omslutter dette hurtigt, er at se, at vi kan tage et diagram, der fungerer, og erstatte et af dets firkanter med et andet diagram, der fungerer. Så hvis du for eksempel tager en simpel 2 og 2 udfyldt med 4 1 og 1 firkanter, og du erstatter en af disse 1 med 1 firkanter med 6-firkantet eksempel, får du diagrammet vist til højre med 9 firkanter.

Fordi en firkant erstattes af et n-firkantdiagram, er netto ændringen i antallet af firkanter at tilføje n-1 af dem. Det betyder, at vi kan tage et nummer, der fungerer, og tilføje multipla af et mindre end det til ethvert andet nummer, der fungerer. Især kan vi tilføje multipla af 4 -1 = 3 til ethvert andet tal, der fungerer - de lette at tilføje 3 til er alle lige tal, der starter med 4.

At sætte det hele sammen siger, at tallene 1, 4, 6, 7, 8, 9, ... alt fungerer, og det er let at se mindst en enkel måde at konstruere dem på. Det er også let at overbevise dig selv om, at 2, 3 og 5 er umulige.

Hvis dit barn nyder at udforske dette spørgsmål, skal du udforske variationer på dette tema. Antag, at du kun tillader kvadrater i bestemte størrelser - såsom 1 ved 1, 2 ved 2 og 3 ved 3. Eller måske kun tillader 2 ved 2 og 3 ved 3. Se hvilke spørgsmål der fører til interessante resultater, og hvilke der ikke er så interessante .

En anden retning at se på er at udfylde andre figurer med figurer, der har samme form. Stil for eksempel det samme spørgsmål til almindelige trekanter (trekanter med alle sider af samme længde). Nogle tal er interessante at undersøge på denne måde, og andre er slet ikke interessante - hvilke?

Kapitel 5 — Produktspild

— Introduktion —

Brug et delt stykke papir udfyldt som følger:

Den første spiller flytter et token på et vilkårligt tal fra 1 til 9 i 1-9 firkanterne på nederste række. Den anden spiller sætter endnu et token på en af 1-9 firkanterne i nederste række og hævder produktet i 6 efter 6 gitteret. Fra da af vælger hver spiller at flytte et af de to tokens og gøre krav på produktet (hvis de kan). Den første spiller, der hævder 3 firkanter i træk, vinder. Bland produktnumrene i gitteret 6 efter 6 for at give dit barn bedre praksis med at identificere produkterne.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Disse spillebrætter kan gøres så store, som du vil, selvom de bliver ret store temmelig hurtigt. Her er et par større brædder med det tilsvarende større antal områder under dem.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
50	54	56	60	63	64
70	72	80	81	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

★	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	14
15	16	18	20	★	21	22
24	25	27	28	30	32	33
35	36	40	42	44	45	48
49	★	50	54	55	56	60
63	64	66	70	72	77	80
81	88	90	99	100	110	121

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

★	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	★	12	14	15
16	18	20	21	22	24	25	27
★	28	30	32	33	35	36	40
42	44	45	48	★	49	50	54
55	56	60	63	64	66	70	72
★	77	80	81	84	88	90	96
99	100	108	110	120	121	132	144

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Kvadraterne med røde stjerner er "gratis" firkanter og kan bruges af begge sider efter behov.

Kapitel 5 — Begrænsede regnemaskiner

— Introduktion —

Antag at du har en lommeregner, der er dårligt brudt, og at du bliver udfordret til at producere noget resultat på lommeregneren. Du kan komme med en lang række scenarier, der kan give interessante udfordringer med en hurtig puslespil beskrivelse. Denne aktivitet er let at spille oralt, når du har et frit øjeblik. Her er nogle eksempler for at komme i gang.

Selvom der er nogle øjeblikke, hvor dybere matematik foregår i disse spørgsmål, er det for det meste problemer udelukkende for det sjove at lege med dem.

1a) Antag at du havde en lommeregner med +, -, x og /, men kun en arbejdstids nøgle, 4. Kan du få resultatet 21? Hvis ja, hvad er det færreste antal trin, du har brug for?

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4/4 = 21 er en måde, men der er mange andre måder at gøre det på. En anden er 4 x (4 + 4/4) + 4/4. Målet er at lege rundt og nyde udforskningen.

1b) Antag at du kunne bruge 4 højst fire gange - hvilke tal kunne du producere? Antag at du var nødt til at bruge 4 nøjagtigt fire gange.

Efterhånden som et barns matematiske ressourcer øges, er de fire fire et sjovt puslespil. På dette tidspunkt er dit barns valg ret begrænset, men det er stadig meget sjovt at lege med. Det vil være særligt vanskeligt at udføre mange af numrene uden at dele eller bruge decimaler. Vær ikke bekymret for at komme med alle numrene i rækkefølge - bare kom med så mange forskellige numre som muligt.

Her er et par eksempler bare for at komme i gang.

1 = (4/4) x (4/4) = 44/44

2 = 4 / ((4 + 4) / 4)

3 = (4 + 4 + 4) / 4

4 = (4 - 4) x 4 + 4

6 = 4 + (4 + 4) / 4

7 = 44/4 - 4

8 = (4 + 4) x (4/4) = 4 + 4 + 4 - 4

32 = 4 x 4 + 4 x 4

1c) Spil rundt med at have andre enkeltnumre og skabe andre resultater.

2a) Antag, at din lommeregner kun kunne tilføje 4 eller 7. Hvilke tal kunne du producere?

Dette er det resultat, vi har set flere gange nu. Fra (4 - 1) x (7 - 1) kan du opnå alle tal ved at tilføje multipla på 4 og 7. 18 = 2 x 7 + 4, 19 = 3 x 4 + 7, 20 = 5 x 4, 21 = 3 x 7 osv.

2b) Antag at den havde 4 eller 7, men den kunne tilføje og trække fra. Hvilke tal kunne du producere?

Du kan producere alle tal på denne måde.

2c) Erstat 4 og 7 med andre talpar. Hvad sker der med disse par?

I nummer teori kaldes dette Bezouts sætning. Resultatet siger, at ved at kombinere multipla af to tal kan du producere et vilkårligt multiplum af den største fælles skiller af de to tal.

3) Antag at du kun havde en nøgle og kun kunne tilføje eller fordoble. For eksempel er 2 x (2 x 1) + 1 5. Hvilke andre tal kan du oprette?

Dette er et spørgsmål om binære tal i forklædning. Det er ikke vigtigt for dit barn at indse dette eller forstå det, det er bare for at lege med. Ethvert tal kan skrives binært, så alle tal kan opnås ved at kombinere fordobling med tilføjelse af 1. For eksempel er 21 16 + 4 + 1. Så, 21 = 2 x (2 x (2 x (2 x 1) + 0) + 1) + 0) + 1.

Kapitel 5 — Dobbelt eller intet

— Introduktion —

Spillere starter spillet ved i hemmelighed at vælge 5 forskellige tal større end 20 og ikke større end 120. Når de er valgt, skrives de, hvor alt kan se dem. Ved hjælp af nummerkort eller en anden enhed oprettes et tilfældigt tal fra 1 til 20. Dette antal fordobles gentagne gange, indtil en persons nummer bliver ramt for første gang, eller tallet bliver større end 120. Den første spiller, der har alle fem numre, er vinderen.

— Analyse —

Spørgsmålet er: Hvad er de bedste fem numre at vælge? Her er nogle ideer at tænke over.

Regel: Vælg altid et tal, der er en styrke på 2 gange et tal fra 1 til 20.

Hvis du vælger et nummer som 23 eller 46, kan de aldrig blive ramt, og du er garanteret at tabe.

Regel: Vælg aldrig et nummer, der er to gange et andet nummer, som du kunne have valgt, men ikke.

Hvis du vælger 44, hvorfor ikke vælge 22 i stedet? Hvis den anden person vælger 22, vil du gå glip af en runde.

Yderligere analyse: Tallene fra 1 til 20 er sandsynligvis plukket. Men fordi 9 fører til 18, er 18 dobbelt så sandsynligt som et udgangspunkt, end siger 11 er. Hvis du kombinerer måderne til at få forskellige stater, har start punkterne følgende sandsynligheder:

11 - 1/20 (fra 11)

12 - 3/20 (fra 3, 6 og 12)

13 - 1/20 (fra 13)

14 - 2/20 (fra 7 og 14)

15 - 1/20 (fra 15)

16 - 5/20 (fra 1, 2, 4, 8 og 16)

17 - 1/20 (fra 17)

18 - 2 / 20 (fra 9 og 18)

19 - 1/20 (fra 19)

20 - 3/20 (fra 5, 10 og 20)

Det er klart, at de bedste tal, der skal bruges, er multipla på 16, 12 og 20. En simpel strategi er at bruge de fem tal: 32, 64, 24, 48 og 40. Disse tal vinder ikke altid, men de skal klare sig meget godt for dig over tid.