



# Kapitel 3 Bonusmaterial

## — Einführung —

Sind Sie jemand, der sich mehr Beispiele, Diskussionen und Kommentare in den bewusst kurzen Beschreibungen der Lektionen wünscht? Dann sind Sie bei uns genau richtig! Diese Datei enthält Bonusmaterial für einige der Aktivitäten aus Kapitel 3.

Für Rätsel werden viele Beispiele für gelöste Rätsel zusammen mit zusätzlichen Kommentaren zu ihrer Erstellung gegeben. Das Early Family Math-Programm basiert auf der Idee, dass frühe Mathematik etwas ist, das eine Familie gemeinsam tun sollte, und das Erstellen von Puzzles für Ihr Kind, die es mit Ihnen machen kann, ist ein wichtiger Teil dieses Prozesses. Sobald Sie mit jedem Rätsel den Dreh raus haben, sollten Sie feststellen, dass die meisten, wenn nicht alle Rätsel für Sie ziemlich einfach zu erstellen sind.

Viele dieser Rätsel haben unterschiedliche Schwierigkeitsgrade, und auf den kommenden Seiten finden Sie viele Vorschläge und Beispiele, wie Sie diese Level erstellen können. Beginnen Sie immer mit den einfachsten Rätseln. Es ist viel besser, wenn Ihr Kind Erfolg, Verständnis und Spaß mit etwas zu einfachen Rätseln hat, als von zu schweren Rätseln frustriert, entmutigt und überfordert zu sein. Sobald Ihr Kind Vertrauen und Begeisterung für eine mathematische Aktivität aufgebaut hat, ist dies die Zeit, um langsam größere Herausforderungen zu integrieren. Außerdem werden nicht alle Rätsel für alle Spaß machen, also dränge nicht auf Rätsel und Aktivitäten, die einfach nicht miteinander zu verbinden scheinen.

Das finden Sie auf den folgenden Seiten:

- **Kapitel 3 — Form Summen**
- **Kapitel 3 — Nim Verdoppeln des Limits**
- **Kapitel 3 — Zählen von Geraden und Quoten**
- **Kapitel 3 — Summengruppen**
- **Kapitel 3 — Zoo Rettung**
- **Kapitel 3 — Gemeinsame Summen**
- **Kapitel 3 — Sudoku-Variationen**
- **Kapitel 3 — Wie viele Möglichkeiten**
- **Kapitel 3 — Kartenstapel bestellen**
- **Kapitel 3 — Unterschied Pyramide**

---

## — Rechtliches —

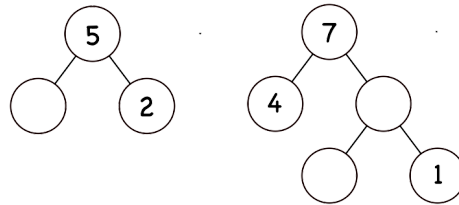
Jede Familie sollte die Möglichkeit haben, zusammen Mathematik zu lernen und Spaß daran zu haben. Zu diesem Zweck ist Early Family Math eine Sammlung von Materialien, die Familien und Pädagogen ohne Erlaubnis frei bearbeiten, übersetzen, kopieren und verteilen können, nur für nicht-kommerzielle Zwecke.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.1 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

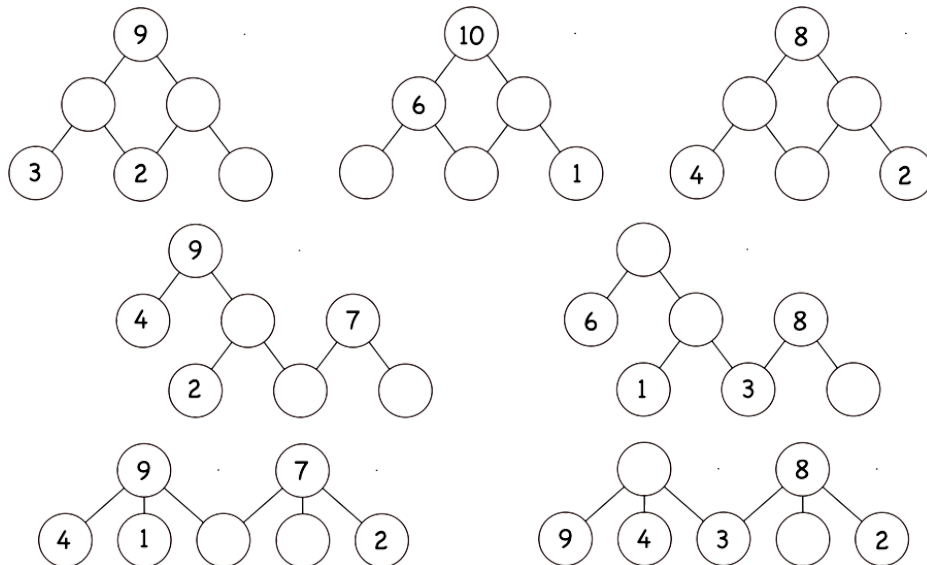
# Kapitel 3 – Form Summen

Diese Rätsel verwenden aufwärts verbundene nummerierte Kreise, und jeder Kreis ist die Summe aller Kreise direkt darunter und damit verbunden.

Bei den einfachsten Rätseln sind die meisten Kreise ausgefüllt. Hier sind zwei Beispiele, die einfach zu lösen sind.



Diese Rätsel können erschwert werden, indem ein Kreis in mehr als einer Richtung verwendet wird. Alle der nächsten sieben Rätsel sind direkte Berechnungen, mit Ausnahme des ganz rechten der ersten Reihe. Es ist schwieriger, weil der eine Kreis in der Mitte von zwei unbekannten Kreisen darüber geteilt wird. Dieses Rätsel enthält Zahlen, die klein genug sind, dass es mit ein wenig Versuch und Irrtum leicht gelöst werden kann.

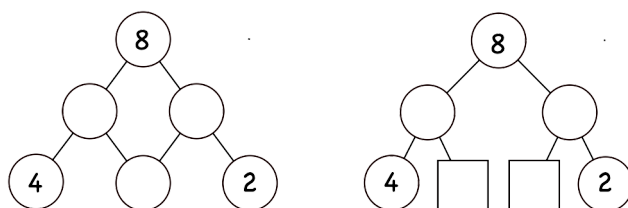


Eine andere Möglichkeit, diese Rätsel komplexer zu machen, besteht darin, nicht kreisförmige Formen zu verwenden. Während der Wert in einem Kreis den Wert in einem anderen Kreis oder einer anderen Form duplizieren kann oder nicht, muss der Wert in einer nicht kreisförmigen Form mit dem Wert an allen anderen Stellen mit derselben Form übereinstimmen. Zum Beispiel haben alle Quadrate den gleichen Wert. Verwenden Sie passende Formen, um das Hinzufügen von Zwillingen, nahen Zwillingen und das Halbieren zu üben.

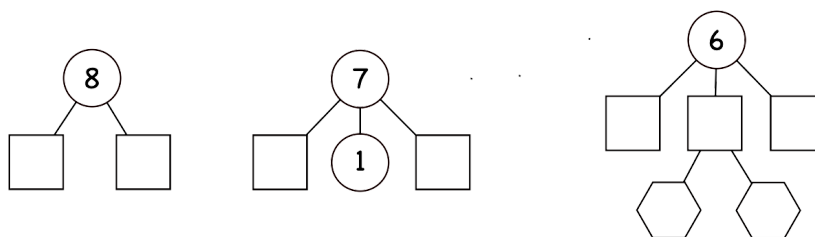
Wenn Sie möchten, können Sie die Regel hinzufügen, dass zwei nicht kreisförmige Formen mit unterschiedlichen Formen unterschiedliche Werte haben müssen - beispielsweise müssten ein Quadrat und ein Sechseck unterschiedliche Werte haben.

Machen Sie eines dieser Rätsel, indem Sie mit einem vollständig ausgefüllten Diagramm beginnen und dann einige Zahlen entfernen. Wenn das Puzzle einige wiederholte Zahlen enthält, verwende ein Quadrat oder eine andere Form anstelle eines Kreises für diese wiederholte Zahl.

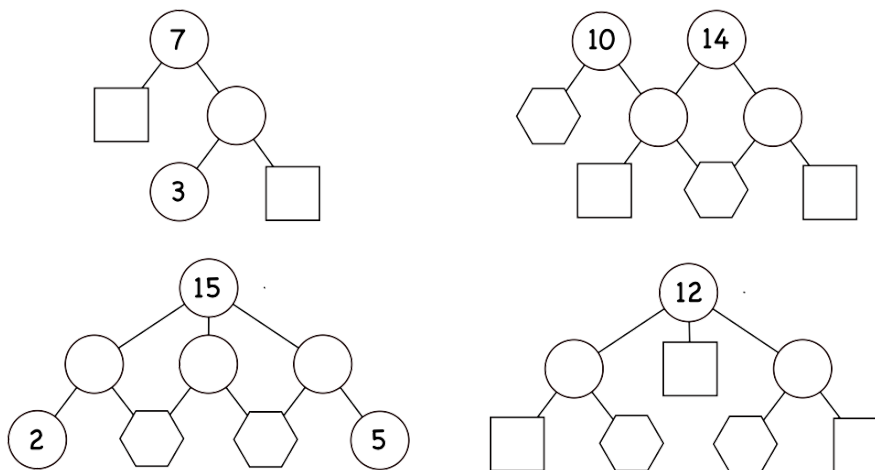
Die nächsten beiden Rätsel veranschaulichen den psychologischen Unterschied zwischen der Verwendung eines Kreises aus zwei Richtungen und dem Ersetzen des Kreises durch zwei Quadrate. Diese beiden Rätsel sind im Wesentlichen gleich, aber ein kleines Kind wird das erste viel leichter verstehen und damit arbeiten können. Bitte geben Sie Ihrem Kind viel Übung mit Nur-Kreis-Puzzles, bevor Sie sich an anspruchsvollere Puzzles mit nicht-kreisförmigen Formen wagen.



Rätsel, die den nächsten drei ähneln, sind nützlich, um das Hinzufügen von Zwillingen, nahen Zwillingen und Dreiergruppen zu üben.



Hier sind einige Beispiele für die Verwendung von nicht kreisförmigen Formen, um kniffligere Rätsel zu erstellen. Wenn Ihr Kind Spaß daran hat, gibt es noch viele weitere Variationen zu entdecken. Viel Spaß beim Rätseln!



# Kapitel 3 — Nim verdoppelt das Limit

## — Ein Stapel —

Legen Sie eine Startsumme fest, sagen wir 20. Lassen Sie Ihr Kind entscheiden, ob es zuerst oder als zweites gehen soll. Während der ersten Runde entscheidet sich ein Spieler, 1 oder 2 von der aktuellen Summe abzuziehen. Nach der ersten Runde kann ein Spieler eine beliebige Zahl von 1 bis zum Doppelten der Zahl der letzten Runde subtrahieren. Die erste Person, die 0 erreicht, gewinnt.

Es gibt viele alternative Versionen dieses Spiels. Einige von ihnen sind:

- Die erste Person, die das Ziel erreicht, verliert.
- Anstatt den Bereich von 1 bis 2 zu verwenden, beträgt der anfängliche Bereich 1 bis eins weniger (oder zwei weniger) als die Zielzahl.
- Üben Sie Addieren statt Subtrahieren, indem Sie bei 0 beginnen und die erste Person, die das Ziel erreicht, gewinnen (oder verlieren).
- Das anfängliche Limit ist ein (oder zwei) weniger als die Zielzahl, und anstatt den Wert der letzten Runde zu verdoppeln, verwenden Sie den Wert der letzten Runde als Limit.
- Das anfängliche Limit ist eins (oder zwei) weniger als die Zielzahl, und anstatt den Wert der letzten Runde zu verdoppeln, verwenden Sie das Dreifache des Wertes der letzten Runde.

Wie Sie sehen, gibt es viele Variationen. Erstelle deine eigenen Familienregeln, wenn dir das Spiel Spaß macht.

Meistens sind diese Spiele viel schwieriger zu analysieren als die Versionen von Nim, die für jeden Zug eine feste Auswahl an Auswahlmöglichkeiten verwenden.

## — Mehr als ein Stapel —

Eine weitere Möglichkeit, neue Versionen dieses Spiels zu erstellen, besteht darin, mehr als eine Nummer zu verwenden. Stellen Sie sich diese Version mit mehreren Stapeln von Spielsteinen (Kieselsteinen, Essen Stücken) vor. Zum Beispiel könnten Sie zwei Stapel mit 12 Spielsteinen in einem Stapel und 8 in dem anderen haben. Eine Standardregel ist, dass Sie eine beliebige Anzahl von Spielsteinen nehmen können, aber sie müssen alle von einem Stapel sein.

Alternative Versionen dieses Spiels sind:

- Es gibt mehr als zwei Stapel.
- Sie haben die Möglichkeit, von allen Stapeln die gleiche Anzahl von Spielsteinen zu nehmen.
- Sie haben die Möglichkeit, die gleiche Anzahl von Spielsteinen von den von Ihnen gewählten Stapeln zu nehmen.
- Du kannst nur Spielsteine vom größten Stapel nehmen.

Wie Sie sich vorstellen können, gibt es noch mehr Versionen dieses Spiels; aber vielleicht ist das jetzt mehr als genug!

# Kapitel 3 — Zählen von Geraden und Quoten

## — Grundeinstellungen —

Verwenden Sie eine kleine Sammlung von Zahlenkarten mit kleinen Mengen. Beginnen Sie mit drei Karten und verwenden Sie später mehr Karten, wenn Ihr Kind Spaß an der Untersuchung hat.

Angenommen, die Zahlen sind 1, 2 und 3. Die Frage ist: Wenn Sie zufällig zwei Karten auswählen und sie hinzufügen, ist die Wahrscheinlichkeit höher, dass Sie eine gerade oder ungerade Zahl?

Es gibt zwei Möglichkeiten, dies zu untersuchen. Eine Möglichkeit sind Experimente. Mischen Sie die Karten, wählen Sie zufällig zwei Karten aus und sehen Sie, ob die Summe gerade oder ungerade ist. Setzen Sie nach jedem Experiment ein Häkchen in die entsprechende Spalte auf einem Blatt Papier, um die geraden und ungeraden Ergebnisse zu zählen.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, zu zählen, wie viele Möglichkeiten es gibt, eine ungerade Zahl gegenüber einer geraden Zahl zu erhalten. Wenn Sie beispielsweise 1, 2 und 3 verwenden, gibt es eine Möglichkeit, eine gerade Zahl ( $1 + 3$ ) zu erhalten, und zwei Möglichkeiten, eine ungerade Zahl ( $1 + 2$ ,  $2 + 3$ ) zu erhalten. Für die Zahlen 1, 2 und 3 sind die ungeraden Zahlen Summen also doppelt so wahrscheinlich.

Nachdem Sie eine Weile mit 1, 2 und 3 herumgespielt haben, probieren Sie andere Gruppen von drei Karten aus. Verhalten sich 2, 3 und 4 anders? Die Gruppen 1, 3, 5 und 2, 4, 6 produzieren nur gerade Zahlen - warum ist das so? Nachdem Sie eine Weile mit drei Karten herumgespielt haben, sehen Sie, was mit 4 oder mehr Karten passiert.

Um ein Spiel daraus zu machen, lassen Sie einen Spieler gerade und der andere Spieler ungerade sein. Sehen Sie, wer nach einem Dutzend Probeläufen die meisten Erfolge hat.

## — Untersuchungsanlage —

Das Lustige an einer Untersuchung ist, dass sie eine Person einlädt, mit den Zahlen zu spielen und Mathematiker zu werden. Spielen Sie, wie oben erwähnt, mit verschiedenen Gruppen von drei Zahlen herum. Nach einigen Experimenten wird Ihr Kind möglicherweise feststellen, dass sich jede Gruppe von drei Zahlen mit mindestens einer geraden und einer ungeraden Zahl gleich verhält. Wenn jedoch alle Zahlen alle ungerade oder alle gerade Zahlen sind, dann sind die Summen alle gerade. Was die übliche Frage aufwirft: Warum passiert das?

Nach einigen Experimenten kann sogar ein kleines Kind über die schöne Regel der Zahlentheorie stolpern, die besagt:

- Gerade plus Gerade ist
- Gerade plus Ungerade ist ungerade
- Ungerade plus ungerade ist gerade

Warum funktioniert diese Regel? Verwenden Sie die Aktivität Zahlenformen, um gerade Zahlen und ungerade Zahlen mit zwei Reihen von Token darzustellen. Wann wird das Addieren dieser Zahlen zu zwei gleichen Reihen führen?

Sobald diese Regel entdeckt ist, kann Ihr Kind feststellen, dass die einzelnen Zahlen nicht so wichtig sind. Die Zahlen 1, 2, 3 zu haben, unterscheidet sich wirklich nicht von den Zahlen 3, 4, 5 (oder 3, 12, 17). Die Analyse hängt wirklich davon ab, wie viele Zahlen gerade und wie viele ungerade sind.

Vor diesem Hintergrund ist hier eine Tabelle der möglichen Ergebnisse für Gruppen der Größe drei und vier.

#### 3 Zahlen:

- 3 Gerade, 03 Gerade Summen
- Ungerade -2 Gerade, 1 Ungerade - 1 Gerade Summe, 2 Ungerade Summen
- 1 Gerade, 2 Ungerade - 1 Gerade Summe, 2 Ungerade Summe Ungerade
- 0 Gerade, 3- 3 Gerade Summen

#### 4 Zahlen:

- 4 Gerade, 0- 6 Gerade Summen
- Ungerade 3 Gerade, 1 Ungerade - 3 Gerade Summen, 3 Ungerade Summe Ungerade -
- 2 Gerade, 22 Gerade Summen, 4 Ungerade Summen
- 1 Gerade, 3 Ungerade - 3 Gerade Summen, 3 Ungerade Summen
- 0 Gerade , 4 Quoten - 6 Gerade Summen

Die Ergebnisse sind überraschend und lassen bei Interesse viele Dinge zu erforschen! Was passiert mit 5 Zahlen, 6 Zahlen oder mehr? Warum scheint das Vertauschen von geraden Zahlen und ungeraden Zahlen die Ergebnisse nicht zu ändern? Wenn Sie beispielsweise 3 gerade und 1 ungerade haben, erhalten Sie die gleichen Ergebnisse wie 1 gerade und 3 ungerade. Warum sind die Ergebnisse unter Umständen wie 3 gerade und 1 ungerade ausgeglichen, wenn die Zählungen gerade und ungerade unausgeglichen beginnen?

Das ist coole Mathematik und sogar ein kleines Kind kann damit herumspielen!

# Kapitel 3 — Summengruppen

Diese Rätsel verwenden ein Zahlenraster mit einer Zielsumme. Finden Sie Gruppen von zwei, drei oder vier Zahlen, die sich zum Ziel addieren. Die Mitglieder einer Gruppe müssen sich die Seiten teilen. Verwenden Sie Token, wie beispielsweise verschiedene Arten von Lebensmitteln, um jede Gruppe innerhalb des Puzzles zu identifizieren. Nach Abschluss besteht das gesamte Puzzle aus identifizierten Gruppen.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

Diese Rätsel eignen sich besonders gut zum Üben von Zahlen Bindungen. Durch die Verwendung von Spielmarken anstelle eines Bleistifts können Sie Puzzle Blätter immer wieder verwenden.

Erstellen Sie diese Rätsel, indem Sie mit einem leeren Raster beginnen und Zahlen um das Raster herum eingeben, indem Sie Paare und Dreiergruppen verwenden, die sich zur Zielsumme addieren. Es macht mehr Spaß, wenn das Puzzle nur eine Lösung hat, aber machen Sie sich keine Sorgen.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8

5	1	7
1	2	3
6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9

1	0	9
4	6	5
4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9

5	4	3	6
7	4	2	3
2	5	3	6
8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10

8	2	3
5	3	4
5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10

1	5	3	2
4	3	7	4
5	3	5	6
3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5



# Kapitel 3 — Zoo Rettung

## — Spielbeschreibung —

Verwenden Sie in diesem Spiel zwei Würfel oder zwei Sätze von Zahlenkarten von 1 bis 6. Jeder Spieler hat 6 Spielsteine – Tiermarken sind perfekt für dieses Spiel, wenn Sie sie haben. Jeder Spieler hat auch ein Blatt Papier mit Kästen, die von 0 bis 5 nummeriert sind. Jeder Spieler entscheidet, wo er seine 6 Spielsteine hinlegt – es ist in Ordnung, mehr als einen Spielstein in eine Kiste zu legen.

Während ein Spieler an der Reihe ist, werden zwei Zahlen durch Würfeln oder Ziehen von zwei Karten gebildet, und die Differenz dieser Zahlen wird verwendet. Ein Spieler kann einen seiner Spielsteine freigeben, wenn er einen in dieser Schachtel hat. Der erste Spieler, der alle seine Spielsteine gerettet hat, gewinnt.

## — Strategie zum Platzieren von Token —

Wie sollte ein Spieler die 6 Spielsteine platzieren? Wie oft eine gute Idee ist, beginnen wir mit einer einfachen Frage: Wo sollte man 1 Token am besten platzieren. Dies wäre eindeutig in der Box, die am wahrscheinlichsten auftritt. Anstatt eine knifflige Analyse durchzuführen, können wir einfach die Möglichkeiten auflisten und sehen, welche Unterschiede am häufigsten auftreten.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Wir zählen die Ergebnisse haben 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Also ist 1 eindeutig die beste Wahl und es wird 10 / 36 der Zeit passieren. Wir können sie in der Reihenfolge der Häufigkeit als 1, 2, 3, 0, 4 und 5 ordnen.

Die viel schwierigere Frage ist, was mit mehr als einem Token zu tun ist. Sobald Sie diese Zahlen gesehen haben, ist eine gute Frage für ein älteres Kind: Warum sollten Sie nicht alle Ihre Token auf 1 setzen? Um die Antwort darauf zu sehen, stellen Sie sich die einfachere Situation vor, in der Sie nur zwei Token hatten und alle Ergebnisse ignoriert haben, die nicht 1 oder 2 waren. Dann würde 1 10 / 18 der Zeit und 2 8 / 18 der Zeit passieren. Wenn Sie beide Spielsteine auf 1 setzen, müssen Sie eine 1 und dann eine 1 erhalten, um nach zwei Würfeln zu gewinnen. Wenn Sie jedoch einen Marker auf 1 und einen Marker auf 2 legen, wären Sie nach zwei Würfeln mit einer 1 und dann einer 2 oder einer 2 und dann einer 1 erfolgreich - etwas, das mit einer um 60% höheren Wahrscheinlichkeit passiert!

Anstatt eine lange, detaillierte Analyse durchzuführen, belassen wir es bei etwas ziemlich Einfachem, das unserer Intuition entspricht - setzen Sie die meisten Ihrer Token auf 1, die zweithäufigsten auf 2 und vielleicht einen auf 0 oder 3. Es gibt keine Garantie für Sie werde gewinnen, aber du solltest auf Dauer ziemlich gut abschneiden!

# Kapitel 3 — Gemeinsame Summen

## — Untersuchungs Einleitung —

Machen Sie ein Blatt Papier mit 12 Reihen. Legen Sie in jede Reihe 8 Quadrate. In der Spalte ganz links sind die Zahlen von 1 bis 12 in die Quadrate geschrieben. Lege 1 Marker auf jede der 12 Zahlen. Fangen Sie an, ein Paar Würfel zu werfen. Nach jedem Wurf wird der Marker für die Würfelsumme ein Feld nach rechts verschoben. Das Ziel jedes Tokens ist es, als Erster ganz nach rechts auf der Seite zu gelangen.

Lassen Sie Ihr Kind einige Fragen stellen. Einige natürliche Fragen sind:

- Welches Token gewinnt und warum?
- Welche Token schneiden gut und welche schlecht ab?
- Welches Token ist das Schlimmste?
- Wie werden sich die Gewinner verändern, wenn die Reihen so geändert werden, dass sie weniger oder mehr Quadrate haben?

Lassen Sie Ihr Kind seine Ideen zu den Antworten auf diese Fragen erklären und untersuchen Sie dann seine Ideen, indem Sie Experimente durchführen.

Fügen Sie ein Wettbewerbs Element hinzu, indem Sie erraten, welcher Token gewinnt, bevor die Runde beginnt.

## — Analyse —

Wie bei der Analyse des vorherigen Spiels besteht der einfachste Weg, dies zu analysieren, darin, alle Möglichkeiten aufzulisten.

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

Zusammenfassend haben wir die Häufigkeit: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. Übrigens sind dies gute Zahlen, die man sich für jedes Würfelspiel merken sollte, bei dem die beiden Würfel summiert werden!

1 wird also immer verlieren und 7 ist am wahrscheinlichsten zu gewinnen. Allerdings ist der Frequenzunterschied zwischen 7 und 6 oder 8 nicht sehr groß. Wenn Sie nur ein paar Würfe machen, wäre es sehr schwer, mit Sicherheit vorherzusagen, welcher gewinnen würde. Nur wenn Sie sehr viele Würfe machen, können Sie garantieren, dass 7 am Ende gewinnt.

# Kapitel 3 — Sudoku-Variationen

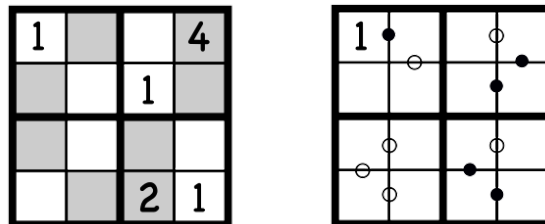
Es gibt sehr viele Sudoku-Variationen auf der Welt und es gibt noch mehr andere Rätsel, die diesen Sudoku-Varianten ähneln. In diesem Abschnitt werden fünf dieser Sudoku-Varianten betrachtet. Diese folgen alle der Regel des „lateinischen Quadrats“ – dass jede Zahl in jeder Zeile und Spalte genau einmal vorkommt.

Sie können jedes dieser Sudokus erstellen, indem Sie mit einem ausgefüllten Puzzle des entsprechenden Typs beginnen - entweder ein Lateinisches Quadrat oder ein Puzzle-Sudoku. Alle Sudoku-Lösungen, die im Bonusmaterial zu den Kapiteln 1-2 angegeben sind, sollten Ihnen dafür nützlich sein. Nachdem Sie eine Lösung zur Hand haben, fügen Sie die zusätzlichen Informationen hinzu, die für diese spezielle Art von Rätseln erforderlich sind, und entfernen Sie einige oder alle Zahlen.

## — Puzzle-Sudokus mit Zusatzinformationen —

Diese beiden Rätseltypen sind lateinische Quadrate, die die zusätzliche Einschränkung haben, dass in jeder Unterregion jede Zahl genau einmal vorkommt. Abgesehen davon, dass sie ein Jigsaw Sudoku sind, haben sie zusätzliche Eigenschaften.

Gerade-ungerade Sudokus. In diesen Rätseln sind die geraden Zahlen ausgegraut. Diese zusätzlichen Informationen machen diese Rätsel sehr einfach und es ist normalerweise möglich, fast alle Zahlen zu entfernen.



Kropki-Sudokus. Dies entspricht dem normalen Sudoku, außer dass zwei Arten von Punkten zwischen den Zellen hinzugefügt werden. Wenn der Punkt hohl ist, liegen die beiden Zahlen eins auseinander. Wenn der Punkt ausgefüllt ist, ist eine Zahl die Hälfte der anderen Zahl. Ähnlich wie bei geraden-ungerade-Rätseln machen diese zusätzlichen Informationen diese Rätsel ziemlich einfach und das bedeutet, dass fast alle Zahlen entfernt werden können.

## — Sudokus mit Addieren und Subtrahieren —

These Puzzles sind in Teilbereiche aufgebrochen die eine Zielnummer zugewiesen sind. Im Gegensatz zum Standard-Sudoku darf eine Zahl in einer Unterregion wiederholt werden, solange das Puzzle noch ein lateinisches Quadrat ist. Wenn eine Unterregion nur ein Quadrat enthält, ist die Zielzahl der Wert dieses Quadrats.

In einem Sumdoku-Sudoku-Rätsel ist die Summe aller Zahlen in einer Unterregion die angegebene Zielzahl. In einem Diffdoku-Sudoku-Rätsel haben alle Unterregionen ein oder zwei Quadrate. Wenn eine Unterregion zwei Quadrate hat, dann ist die Differenz der beiden Zahlen die angegebene Zielzahl.

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

In einem Sumdiffdoku-Sudoku-Rätsel werden sowohl Addition als auch Subtraktion verwendet. Die Unterbereiche sind mit einem „+“ oder „-“ gekennzeichnet, um anzugeben, ob eine Summe oder eine Differenz gebildet werden soll.

Die drei Arten von Rätseln werden normalerweise ohne Nummern erstellt. Natürlich sind die Unterregionen mit einem Quadrat im Wesentlichen Quadrate, in denen die Zahl ausgefüllt ist. Für ein kleines Kind möchten Sie vielleicht einige der Zahlen angeben, um das Rätsel innerhalb ihres Schwierigkeitsgrades zu machen.

Um die mathematischen Berechnungen zu variieren, verwenden Sie verschiedene Zahlengruppen anstelle der üblichen 1 bis 4 für ein 4 mal 4. Verwenden Sie zum Beispiel die Zahlen 1, 3, 5 und 7. Wenn Sie dies tun, listen Sie die Zahlen über dem Rätsel auf damit Ihr Kind weiß, was es zu verwenden hat.

# Kapitel 3 — Wie viele Möglichkeiten

Das Zählen der Möglichkeiten, Entscheidungen zu treffen, kann zu einigen interessanten Ergebnissen führen. Die meisten dieser Erzählsituationen profitieren von einer systematischen Betrachtung. Das ist schwer für ein Kind, und das ist auch in Ordnung – lassen Sie es damit herumspielen und genießen Sie die Erkundung. Systematisch zu sein kann warten, bis sie älter sind.

## — Untersuchung 1 —

Zeichnen nur mit Rot und Blau, auf wie viele Arten kann man ein Monster mit Hut, Augen und Umhang zeichnen? Wie ändert sich das, wenn Sie nur den Hut und das Cape einfärben? Wie würde es sich ändern, wenn Sie drei Farben verwenden würden oder wenn Sie jede Farbe nur einmal verwenden könnten?

Diese Untersuchung auf raffinierte Weise durchzuführen, erfordert eine Multiplikation, und dafür ist es noch zu früh. Ihr Kind kann jedoch mit diesen Ideen herumspielen und ein Gespür für diese Art des Zählens entwickeln.

Lassen Sie uns diese Fragen nacheinander angehen. Der Hut kann entweder rot oder blau sein, die Augen können entweder rot oder blau sein und der Umhang kann entweder rot oder blau sein. Jedes zu färbende Objekt verdoppelt die Anzahl der Möglichkeiten. Somit ergibt 2 verdoppelt und dann wieder verdoppelt 8 Möglichkeiten. Diese aufzulisten ist eine gute Möglichkeit, es zu sehen. Sei R für Rot und B für Blau und listen Sie die Farben in der Reihenfolge für Hut, Augen und Umhang auf. Die Möglichkeiten sind: RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB.

Wenn Sie nur den Hut und das Umhang färben, werden 2 verdoppelt, das sind 4 Möglichkeiten. Die Liste dafür lautet: RR, RB, BR, BB.

Wenn Sie drei Farben für die drei zu färbenden Dinge hätten, hätten Sie  $3 \times 3 \times 3 = 27$  Möglichkeiten (eine lange Liste).

Im Allgemeinen, wenn Sie Ereignisse haben, die sich nicht gegenseitig beeinflussen, multiplizieren Sie die Möglichkeiten. Wenn Sie jede Farbe nur einmal verwenden dürfen, schränken sich die Ereignisse gegenseitig ein und beeinflussen sich gegenseitig. Lassen Sie uns sie mit G (für Grün) für die dritte Farbe auflisten: RBG, RGB, BGR, BRG, GRB, GBR.

## — Untersuchung 2 —

Sie haben eine Reihe von 5 identischen Bonbons. Auf wie viele Arten können Sie sie färben, um 2 rote und 3 blaue zu erhalten?

Markieren Sie 2 Zettel mit einem R und 3 Zettel mit einem B. Ihr Kind kann mit den zehn Gestaltungsmöglichkeiten spielen. Die Liste ist: RBBBB, RBRBB, RBBRB, RBBBR, BRRBB, BRBRB, BRBBR, BBRRB, BBRBR, BBBRR. Eine Möglichkeit, dies zu betrachten, ist, dass Blau, sobald Sie sich für die 2 Punkte für Rot entschieden haben, keine andere Wahl hat und in die anderen 3 Punkte gehen muss. Interessanterweise kann man es auch andersherum betrachten, indem man die 3 blauen Teile zuerst platziert.

Wenn Sie Spaß haben, variieren Sie diese Untersuchung, indem Sie die drei Zahlen ändern - stellen Sie nur sicher, dass die beiden kleineren Zahlen die Gesamtzahl der Süßigkeiten ergeben.

### — Untersuchung 3 —

Finden Sie alle Möglichkeiten, eine Summe zu erhalten, indem Sie die Zahlen 1 und 2 addieren. Tun Sie dies mit und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.

Denken Sie nicht an die Reihenfolge. Betrachten Sie das Beispiel der Addition zu 4. Die Möglichkeiten sind  $1+1+1+1$ ,  $2+1+1$  und  $2+2$ . Es gibt 3 Möglichkeiten, dies zu tun. Nachdem Sie ein paar weitere Beispiele ausprobiert haben, stellen Sie fest, dass Sie die Anzahl der Möglichkeiten zählen, 2er zu verwenden, um Zahlen kleiner oder gleich 4 zu addieren. Sie können 0 bis 2 der 2er haben, also gibt es 3 Möglichkeiten, dies zu tun. Im Allgemeinen ist die Antwort eins mehr als die Hälfte der Zahl für gerade Zahlen und eine mehr als die Hälfte weniger als die Zahl für ungerade Zahlen.

Betrachten Sie die Ordnung. Für das Beispiel von 4 sind die Möglichkeiten  $1+1+1+1$ ,  $2+1+1$ ,  $1+2+1$ ,  $1+1+2$  und  $2+2$ . Es gibt also 5 Möglichkeiten, dies zu tun. Spielen Sie mit vielen Beispielen herum und erstellen Sie eine Tabelle mit den Ergebnissen. Hier ist, was Sie bekommen sollten (okay, Sie sind wahrscheinlich nicht bis 10 gegangen):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Nachdem Sie sich diese Zahlen angesehen haben, wird es Ihrem Kind vielleicht auffallen dass jedes Zahlenpaar zur nächsten Zahl addiert. Warum passiert das? Diese Zahlen werden Fibonacci-Zahlen genannt und tauchen überraschend oft auf.

Um zu sehen, warum diese Zahlen in dieser Untersuchung vorkommen, sehen Sie sich das Beispiel von 4 an und schauen Sie sich die letzte Zahl an, die in der Summe verwendet wird. Die letzte Zahl ist entweder 1 oder 2. Wenn es sich um eine 1 handelt, bieten die vorherigen Zahlen alle Möglichkeiten der Addition zu 3. Wenn die letzte Zahl eine 2 ist, bieten die vorherigen Zahlen alle Möglichkeiten der Addition zu 2. Die Anzahl der Addition Wege zu 4 ist also die Summe der Addition Wege zu 3 plus der Addition Wege zu 2.

Größere Zahlen. Wenn Ihnen das gefällt, können Sie mit der Anzahl der Möglichkeiten herumspielen, um Summen zu erhalten, die die Zahlen von 1 bis 3 oder sogar 1 bis 4 beinhalten. In diesen Fällen ist es viel schwieriger, nach Mustern zu suchen, aber mit den Zahlen zu spielen ist einfach als Spaß.

# Kapitel 3 — Kartenstapel Reihenfolge

## — Einführung —

Die Herausforderung besteht darin, einen Stapel nummerierter Karten zu stapeln, sagen wir 1 bis 5, sodass Folgendes gilt:

Die oberste Karte ist 1. Legen Sie diese oberste Karte beiseite. Verschiebe die nächste Karte unter das Deck. Die nächste Karte ist 2 und wird beiseite gelegt. Verschiebe die nächste Karte unter das Deck. Fahren Sie fort, bis alle Karten der Reihe nach beiseite gelegt sind.

Sobald Ihr Kind 1 bis 5 leicht findet, fordern Sie Ihr Kind heraus, es für größere Zahlenbereiche zu tun.

## — Seien Sie systematisch —

Die Schwierigkeit bei diesem Rätsel besteht darin, systematisch zu sein. Für Karten jeder Größe können Sie damit herumspielen und schließlich die Antwort finden. Suchen wir nach interessanten Mustern, die es einfacher machen.

Angenommen, Sie legen die Karten der Reihe nach auf dem Tisch aus. Hier sind die Lösungen für die ersten Fälle. Die nach dem Pfeil aufgeführten Zahlen geben die Reihenfolge der verbleibenden Karten nach dem ersten Durchlauf der Karten an.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Bei einer geraden Anzahl von Karten (z. B. 6) werden die ungeraden Positionen mit der ersten Hälfte der Karten der Reihe nach (in diesem Fall 3) gefüllt und die anderen Felder werden mit der Lösung für halb so viele gefüllt Karten nur im Wert gestoßen. Im Beispiel für 6 werden die ungeraden Felder mit 1, 2, 3 und die geraden Felder mit 4, 6, 5 gefüllt - die Werte 1, 3, 2 (die Lösung für ein Drei-Karten-Deck) jeweils erhöht um 3.

Das Muster für eine ungerade Anzahl von Karten ist etwas kniffliger. Nach wie vor werden die ungeraden Felder mit der ersten Hälfte der Zahlen (1 bis 4 bei 7) gefüllt. Wenn Sie sich die Beispiele ansehen, wird die erste Karte nach dem Pfeil an das Ende verschoben, also sollte es die letzte Karte in dieser Reihenfolge sein. Nach dieser Beobachtung verläuft die Antwort wie im geraden Fall.

# Kapitel 3 — Differenz Pyramide

## — Einführung —

Die Herausforderung besteht darin, die Zahlen von 1 bis 6 in einer Pyramide mit einer Karte in der oberen Reihe, zwei Karten in der zweiten Reihe und drei Karten in der dritten Reihe zu platzieren, wobei jede Zahl die Differenz der beiden Zahlen darunter ist.

Wenn Sie Probleme haben, sind hier zwei Tipps, die Ihnen helfen. Die 6 muss in der untersten Reihe stehen, da sie nicht die Differenz eines Zahlenpaares sein kann. Ebenso muss die 5 entweder in der unteren Reihe oder in der mittleren Reihe über der 6 und der 1 stehen.

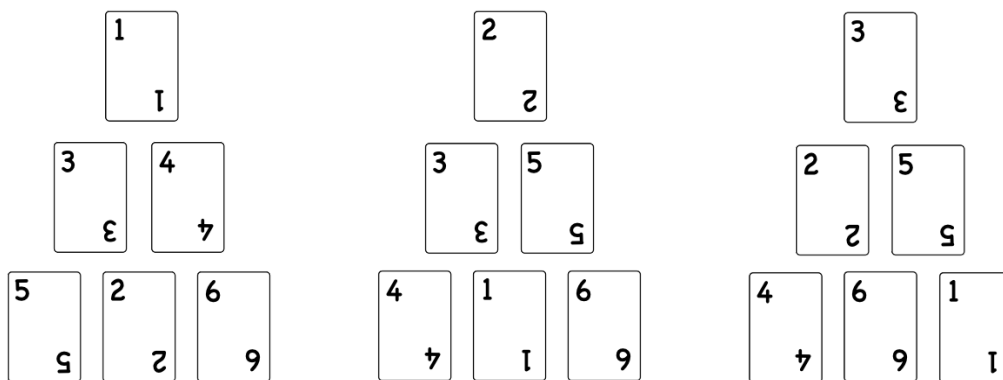
## — Was sind „unterschiedliche“ Lösungen? —

Wenn Ihr Kind dieses Puzzle einfach findet, fordern Sie es heraus, alle Möglichkeiten zu finden, wie es gelöst werden kann. Besprechen Sie, was es bedeutet, wenn zwei Lösungen unterschiedlich sind. Wenn eine Lösung das Spiegelbild einer anderen ist, sollte sie dann als unterschiedlich betrachtet werden?

Die Beantwortung der Frage, was Lösungen ausmacht, ist am Anfang sinnvoll. Da das Spiegelbild jeder Lösung einfach zu erstellen ist und auch eine Lösung ist, ist es sinnvoll, diese zu ignorieren. Das Ignorieren von Spiegelbildern reduziert die Anzahl der zu berücksichtigenden Lösungen um die Hälfte.

Zum Beispiel können wir annehmen, dass sich die 6 nicht nur in der unteren Reihe befindet, sondern entweder in der Mitte oder auf der rechten Seite der unteren Reihe. Weiter mit der 5 denkend, kann die untere Reihe nur vier mögliche Anordnungen haben: 5 a 6, b 5 6, c 1 6 oder d 6 1.

An dieser Stelle geht es darum, die verschiedenen möglichen Werte von a, b, c und d. Nach einigem Ausprobieren werden Sie feststellen, dass a 2 ist, b niemals funktionieren kann, c 4 sein muss und d 4 sein muss. Wenn wir also Spiegelbilder ignorieren, gibt es genau drei Lösungen:





### — Größere Pyramiden —

Lassen Sie uns die Karten von 1 bis 10 verwenden, um eine Pyramide mit vier Reihen zu bilden. Das ist viel komplizierter. Ein paar Karten können platziert werden, aber danach erfordert es etwas Entschlossenheit. Da 10 nicht die Differenz von zwei Karten sein kann, muss es in die unterste Reihe kommen. Ebenso befindet sich entweder die 9 in der untersten Reihe oder in der vorletzten Reihe über der 1 und der 10. Die 8er und 7er Karten sind auch gute Karten, um Möglichkeiten loszuwerden.

Dies bedeutet, dass die untere Reihe wie folgt aussieht (spiegelbildlich):

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

Das sind viele Möglichkeiten, die es zu berücksichtigen gilt!

Glücklicherweise, wenn man bedenkt, wo 8 und 7 hingehen können, reduzieren sich die Möglichkeiten auf die folgende Liste (vorausgesetzt, es liegen keine Fehler vor!). Es ist einfach, jede davon zu beenden, nachdem Sie die unterste Reihe haben.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

Pyramiden der Größe 15, 21 oder höher werden den wirklich Hingegebenen überlassen. Viel Glück und viel Spaß!