

第5章 100まで数えられるよ！

必要な条件：簡単に100まで数えることができ、特に一の位、十の位といった位の値を使用して、数量を相対的に理解することができること。また、1桁の足し算と引き算の暗算が確実にできること。

— これまで学んだこと —

お子さんは100まで数えられるようになりました。頭の中で1桁の足し算や引き算の暗算もできるようになりました。また、任意の数字から数えたりカウントダウンしたり、数字を飛ばして数えることができます。このスキルを使って、1桁の数と2桁の数を使った足し算と引き算ができるようになってきています。さらに2桁の数を比較して、十の位と一の位の値の意味とそれらを応用した表現方法も理解できるようになりました。

数を飛ばして数える能力が向上するにつれて、2、3、4、5、10を使ったかけ算も上手になっていくでしょう。偶数と奇数の考え方は、お子さんにとってより意味のあるものになりました。

前の章までのアクティビティの一部は、この章でより大きい数字に拡張することができます。たとえば、第3章の「図形の足し合わせ」や「階段をあがろう」、第4章の「戦争-二桁の比較-」や、「差三角形と合計三角形」、「バグをなおせ」、「ホップアイランド-1と10の位-」、「数比べ」、「足し算スクエア」、「足し算ピラミッド」があります。

— この章で新しく学ぶこと —

- **200まで数える** - 100から200の数を眺めて、百の位を学び始めるタイミングです。
- **数を飛ばしながら100まで数える** - スキップカウントは新しい概念ではありませんが、さらに強化が必要な重要な概念です。
- **位の数を強調した表現方法と位取り** - 基礎的なスキルであり、今後さらに強化する必要があります。
- **2桁の数字の足し算と引き算** - 飛ばして数えること（スキップカウント）でコツをつかむでしょう。
- **一桁の数のかけ算** - 6、7、8、9のかけ算に挑戦するタイミングです。
- **長方形の面積は縦×横** - これ自体が重要な数学的概念です。この概念で、かけ算と因数分解を含む多くの楽しい新しいゲームとパズルを実施する機会が増えるでしょう。
- **因数分解** - お子さんは、数を因数分解する美しさを学びます。ここでは新しい単語がいくつか登場します。数字の1は「単数」です。1よりも大きい数で1とその数字自身でしか割り切れない数は「素数」といいます。1より大きく素数ではない数は「合成数」といいます。3の「二乗」は 3×3 です。3の「三乗」は、 $3 \times 3 \times 3$ です。3の累乗は3を何度もかけることを意味します。たとえば、3の4乗は $3 \times 3 \times 3 \times 3$ です。
- **因数、約数、倍数** - 12は3で割り切れます。これは3が「因数」でありかつ12の「約数」で、12は3の倍数です。3は12と15の「公約数」であり、12は4と6の「公倍数」です。
- **1桁の割り算** - かけ算の問題で欠けている数字の問題を解きながら、間接的に割り算を学びます。
- **かけ算と割り算の数の組み合わせ（ファクトファミリー）** - 2つの演算の関係性がここで強化されます。たとえば、 $2 \times 5 = 10$ 、 $5 \times 2 = 10$ 、 $10 \div 2 = 5$ 、および $10 \div 5 = 2$ は計算式が成り立つ数の組み合わせ（ファクトファミリー）を形成します。

— 法律知識 —

すべての家族は、一緒に数学を学び、楽しむ機会を持つべきです。そのため、Early Family Math は、家族や教育者が許可を求めることなく自由に編集、翻訳、複製、配布できる資料のコレクションであり、非営利目的でのみ使用できます。

© Copyright Early Family Math - 2023 v. 1.2 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

かけ算の暗算

必要な条件: 1桁の足し算と引き算、飛ばして数えること、数を2倍することに慣れていること

- はじめに -

これから紹介する教え方は、1桁のかけ算を学習するために構造化された方法です。お子さんが複数の方法を実践すると、重要な数の関係性を学び、最終的にはこれらの簡単な四則計算を覚えるようになります。お子さんは、数を2倍にすること、数を飛ばして数えることが上手にできている必要があります。

- $3 \times 4 = 4 \times 3$ -

今、お子さんはすでに足し算に慣れているので、 $2 + 3$ と $3 + 2$ が同じであることに驚かないでしょう。まだ明らかにしていませんが、同じことがかけ算にも当てはまります。この図から、3個の点が2行と、2個の点が3行あるのは同じことが簡単にわかります。視点を少し変えるだけで十分です。2つの数値をかけ算する順序は関係ないことがわかるでしょう。どちらの方法でも同じ答えが得られます。

これはオタクっぽい方法であり、かっこよく、かけ算の半分の計算方法を習得するだけでよいことを意味します。つまり、お子さんが 3×4 が分かったら、 4×3 も分かるでしょう。

- スキップカウントかけ算 -

飛ばして数えること（スキップカウント）は足し算と引き算のスキルを上達させるのに最適です。さらに、かけ算を始めるのに大きな助けになります。

スキップカウントはかけ算の結果を見つける最速の方法ではないのですが、確実な方法であり、お子さんが必要とする限りは使うべきです。お子さんが 7×3 の答えを見つけるとしましょう。3を7回スキップ、あるいは、7を3回スキップすると、答えの21が得られます。

- 5と10のかけ算 -

これらの計算はすぐに習得でき、他のかけ算にも応用できる基本的な考え方で、2桁の位の値を理解するのに役立ちます。

- 数の二乗 -

同じ数、いわゆる双子の足し算は、足し算の中で好まれる傾向があるように、二乗はかけ算の中でよく好まれます。二乗を学ぶことは、他のかけ算を学ぶ基礎になります。

- 2倍 -

この方法を使って、偶数のかけ算を行います。たとえば、 6×7 は 3×7 の結果の2倍です。つまり、 6×7 は21の2倍であり、答えは42になります。

- 1つ多い、1つ少ない -

この方法は、まだ紹介していないかけ算をするのに効果的です。

たとえば、 9×7 は、 $10 \times 7 = 70$ よりも7が1つ少ないです。つまり、 $70 - 7 = 63$ です。この考えは、すべての9のかけ算に使えます。

同様に、 3×7 は7の2倍よりも7が一つ多く、 $7 + 14 = 21$ です。この考えは、すべての3のかけ算に使えます。

- 9によるかけ算 -

ここで、9のかけ算を最後に紹介していますが、それ自体に興味深い特徴があります。例えば、9の倍数を順番に書くと、十の位の数は「かけた数字」よりも常に1小さい数字であり、さらに「1の位の数字」と「10の位の数字」を足すと常に9になります！

位分け、足し算と引き算

必要な条件: 2桁の位の意味が分かり、それが足し算や比較にどう関係するか分かること

- 100を作る -

ゲーム

各プレイヤーは、各列の上に「10桁」、「1桁」、および「合計」と書かれた7行3列の紙を用意します。ゲーム開始時の合計は、各プレイヤーは0から始まります。サイコロを振るか、1から9までのトランプをランダムに1枚選びます。各プレイヤーは、各回で出た数字を1桁のマス、あるいは10桁のマスに記載することを選択できます。たとえば、数字の4が出た場合、4または40を選べます。選択した数字が合計に加算されます。目標値の100を超えたプレイヤーはゲームオーバーになります。7回の対戦を終え誰もゲームオーバーしなかった場合は、100に最も近い人が勝ちです。

このゲームにはさまざまなバリエーションがあります:

- 100ではない目標値を使う方法
- より少ない、より多くの行を使う方法
- 目標値を超えてもゲームオーバーとせず、目標値に最も近いプレイヤーを勝者とする方法。
- 4列目に百の位を追加して、3桁の数で練習する方法。
- 目標値の数字から出た数を0になるまで引くことで、引き算を練習する方法。

- 権利を主張しよう -

ゲーム

参加者と共有するために0から99までの数直線を準備しましょう。プレイヤーは自分の順番で0から9まで書かれた2セットのカードからそれぞれ1枚ずつカードを引き、2つの数で2桁の数字00から99までを作り、数直線の片側にその数字を置きます。対戦相手の数字が置かれていない場所に最初に4つの数字を連続的に置いたプレイヤーが勝ちです。必要に応じて、数字を000から999に変更することもできます。

- グループを繋げよう -

パズル

ここでは2つのバージョンを紹介します。1つ目は第3章の「合計の組み合わせ」パズルと同じですが、目標値をより大きい数字にします。

	7	9	7	4
	8	4	4	16
20	12	5	9	6
	13	7	7	7

ここでは、4×4のマス目を使って、目標の合計の数を、たとえば20としましょう。第3章の「合計の組み合わせ」パズルのように、足し合わせると目標値になる2組または3組の数でマス目を埋めてパズルを作ります。ただし、ここでは組み合わせに関係のない1つのマス目ができることもあります。挑戦問題として、その数もつけてみましょう。

- 消えてしまった数字 -

パズル

簡単な足し算または引き算の数字をいくつか取り除いて、パズルを作ってみましょう。たとえば、次の2つの式は、いくつかの数字が取り除かれ、数字が消えてしまったパズルです。

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \\ -46 \\ \hline 27 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 3 \\ +46 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ -6 \\ \hline 7 \end{array}$$

このパズルに慣れてきたら、お子さんは、この章の後半の足し算と引き算のページで説明されている、文字に置き換えられたパズルにも興味を持つかもしれません。

かけ算カードとかけ算表

必要な条件: すべての1桁の数のかけ算をするのに慣れ始めていること

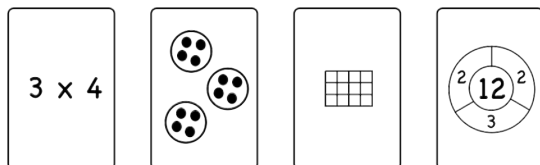
- かけ算カードを作る -

アクティビティ

かけ算カードを作って、家族で遊んだことのあるマッチングゲームをしながら、九九を練習しましょう。以前の章で学んだもの: 第1章釣りに行こう、メモリーチャレンジ、第2章 - ビンゴ、第3章 - ホットポテトミックス、第4章 - ジン・ラミー・カードゲーム。

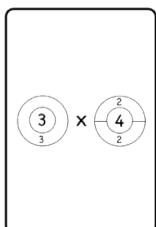
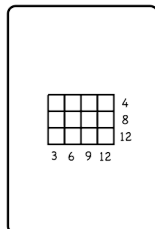
それぞれの算数の計算を含む4枚のカードを手描きで作しましょう - 1) かけ算の式、2) 図でグループに分けたもの、3) 配列、4) 素数に分けたもの。トランプのサイズ(ポーカーサイズ: 6.3cm×8.9cm)にする場合、Web上のPrintables Fileのテンプレートを使えます。

例えば、 3×4 のカードを作るとしましょう。カードは以下の4枚になります。



カードにはさまざまなオプションがあります。例えば、 3×4 を作る場合 4×3 は作らない方法があります。これは約半分のカードを作ることを意味しますが、欠点として、図で表すカードの場合、円内の4個の点が3グループのカードと、3個の点が4グループのカードは異なる物として見えてしまいます。

配列カードでは、カードの行と列の側面にスキップカウントの数字を書いて、お子さんがスキップカウントの練習ができるようにしましょう。



かけ算の式のカードでは、数字をさらに素数で分けた図に置き換えてみましょう。2つの数のかけ算の際に、素数同士の関係が理解しやすくなるでしょう。

- 品物の正体を明らかにしよう -

パズル

4行の商品と4列の商品で作られる空欄のかけ算表を作ることから始めましょう。表の上部と左側にはそれぞれ4つの数字で埋めるためのスペースがあり、数字は2から9までの数字から選び、数字は繰り返し使うことができます。

お子さんがみていない所で表に数字を記入してから、裏返すか、すべての数字を紙で一つずつ覆いましょう。お子さんは、一つずつ隠された数字が何か聞くことができ、16個あるマスのうち最大10個まで尋ねることができます。ゲームの最終的な目標は、すべての数字が明らかになる前に、

表の上部と左側の数字を当ててことです。

X	5	3	7	8
2	10	6	14	16
9	45	27	63	72
8	40	24	56	64
5	25	15	35	40

この例では、仮にすべてのカードが裏返されていると想像してください。お子さんがたまたま63のカードをめ

くった場合、7と9の掛け算であることがわかります。63と記載された行か列のカードのいずれかをひっくり返すと、7と9がどちらに当てはまるかがわかるでしょう。例えば、次にめくったカードが56だったとしましょう。ここで、3列目の数字が7であることだけでなく、2行目の数字が9で、さらに3行目の数字が8であることもわかるでしょう。

より大きな数字も使うことができます。たとえば、5行5列の表を使って最大12個まで数をめくるルールにすることもできます。

お子さんに練習させたいかけ算の数が上の段と左端に配置されている表を作りましょう。

因数、倍数、素数

必要な条件: すべての一桁のかけ算に慣れ始めていること

- 因数と倍数を隠す -

ゲーム

1 から 30 まで数字が書かれた紙を用意します。2 種類のコインを準備します。「最後のコイン」として役割を持った 1 つのコインと、その他のコインを山として積み重ねます。

最初のプレイヤーは任意の数字を選択し、選んだ数字の上に「最後のコイン」を置きます。その後、他のプレイヤーは「最後のコイン」を他のコインに置き換え、「最後のコイン」は、元々置いていた数字の因数または倍数の数に移動させます。数字の 1 にコインを置いたプレイヤーが負けです。

子供たちがこのゲームに慣れるにつれて、一番最初に動かすべきコインのルールに気が付くでしょう。最も基本的なルールは、最初のコインは上半分より大きい素数の数字に置いてはならないことです。

プレイヤーのレベルに応じて数の範囲を調整しましょう。1~24、1~48、または 1~60 を使うことができます。

- 因数を使ったニム -

ゲーム

20 など、任意の数字から始めましょう。誰が最初に始めるかはお子さんに決めてもらいましょう。順番になったら、プレイヤーは今の数字の約数を使って、今の数字から引くことができます。0 到達してしまった人が負けです。

お子さんがゲームに慣れてきたら、非常に単純なゲームの戦略を考えるように促してみましょう。もし戦略が見つかったら、なぜそれがうまく働くかを説明できるか、お子さんに確認してみましょう。

- 素数の表：エラトステネスのふるい -

アクティビティ

お子さんは、表に「X」と書いたり、ふるいから落ちてくる素数を見て楽しむでしょう。ここでは、割れることと素数であることの興味深い多くの特性を発見する機会となります。

1 から 25 までの数字の列から始めましょう。スペースとプレイヤーの忍耐が許す限り、数の範囲を広げてみましょう。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
	2		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		
		3						X						X			X			X					
				5						X									X						
						7																			
											11														
												13													
													X												
														X											
															X										
																X									
																	X								
																		X							
																			X						
																				X					
																					X				
																						X			
																							X		
																								X	
																									X

まず数字の 2 の下に「2」を書きます。書いた 2 と同じ行にある、すべての 2 の倍数に「X」を書きます。

ここで、「X」が書かれていない最小の数字（ここでは 3）から縦に矢印を引き、2 と書いた次の行に 3 と書きます。同じ行にある 3 の倍数すべてに「X」と書きます。これを繰り返し、「X」が書かれていない数字の下に矢印を引っ張り、その数の倍数に「X」を付けましょう。終わる頃には、すべての素数が矢印で示されているでしょう。数字の 1 は単数で素数ではありません！

お子さんがこのゲームで遊ぶ際に、以下の質問について話し合ってみましょう。

- 矢印の下にくる数字がなぜ素数なのか？
- 素数の倍数の中で一番最後にバツ印をつけた素数はどれでしょうか？バツ印ができない素数があるのはなぜでしょうか？
- 表にバツ印がある素数のうち、どのような倍数に限られましたか？倍数がない素数にはどんな特徴がありますか？
- 数字の 53 を例にすると、素数であることを確認するには、どの素数で割る必要がありますか？

いろいろな方法を使った計算

必要な条件: 2桁の足し算と引き算、1桁のかけ算に慣れていること

－ 混ぜてみよう －

ゲーム

1から25までの数、あるいはお子さんが慣れている範囲の数が書かれたカードを準備しましょう。1枚のカードをランダムに選び、これが全員のターゲットの数字になります。そのカードを山札に戻します。各プレイヤーに5枚ずつ配り、カードの数字を使ってどんな順序でもどんな計算方法でも良いのでターゲットの数字に近づくようにします。最もターゲットの数字に近いプレイヤーがその回の勝者になります。

ポイントを獲得する他の方法として、ターゲットと同じ数に達した場合に、その数の2倍のポイントが獲得できることです。ただし、プレイヤーが他の人の助けを借りてターゲットの数に達した場合には5ポイントのみ獲得できます。逆にターゲットの数字になるよう他の誰かを助けた場合には、助けた人は6ポイント獲得できます。

－ ひみつの作戦 －

アクティビティ

第4章の最後のページに、出題者が2つの数字を頭で考え、回答者にその数字の合計とその数字の違いのみを伝え、回答者に2つの数字は何かを見つけてもらうアクティビティがあります。「ひみつの作戦」は同じ概念のアクティビティですが、出題者はかけ算やひき算などの計算方法の中から2つの計算方法を使うことができます。

たとえば、出題者は「かけると12で、違いが4になる2つの数字の組み合わせは？」と出題します。これを数字を3つ使うバージョンにも広がられます。「かけると12で、全て足すと8になる3つの数字は何でしょうか？」

－ 括弧を使ったパズル －

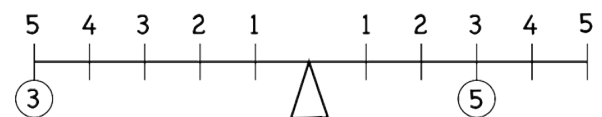
パズル

大人であれば、これらのパズルはとても簡単に作れます。 $9 = (2 + 7) \times (5 - 2 \times 2)$ のような数式から括弧を消しましょう。お子さんには、答えが9になるように、式 $2 + 7 \times 5 - 2 \times 2$ に括弧を付けてもらいましょう。

－ レバーでバランスを取ろう －

検討

テコの原理を使ってかけ算と足し算を練習しましょう。ここでは、おもりによってレバーの片側に加えられる力は、おもりの重さと支点からの距離をかけたものと等しくなります。片側に複数のおもりがある場合には合計してまとめた力になります。バランスを保つためには、両側の力の合計が等しくなければなりません。



例えば、支点の両側に置くための、「3」の重さのおもりと「5」の重さのおもりを持っているとします。バランスをとるためには、どこに置けば良いでしょうか？この答えは、5と3の距離の場所にそれぞれ置くことも正解ですが、10と6の距離、または15と9の距離、さらに大きな距離になる可能性もあるでしょう。

もし、レバーの片側にだけ3単位と5単位のおもりがある場合、反対側のどこにおもりを置きますか？もし2つの重りがレバーの両側それぞれにある場合はどうなるでしょう？この質問は、第4章の最後にある「数えよう」のページからつながっています。

かけ算と九九の表

必要な条件: 一桁のかけ算に慣れていること

- 戦い：かけ算 -

ゲーム

トランプの絵札は事前に除いて、カードを均等に2人のプレイヤーに分けます。かけ算の練習にさらに集中するためには、エースと10のカードも取り除きましょう。

それぞれのプレイヤーは手札カードを2枚めくり、かけ算し、数が多いプレイヤーが4枚のカードを獲得します。かけ算の結果が同じ場合、さらに2枚のカードをめくり、勝った人は8枚すべてのカードを獲得できます。時間内に最も多くのカードを獲得したプレイヤーが勝者です。

- 警告音 (BEEP) -

ゲーム

ゲームで使う数字のルールを決めることから始めましょう。奇数、数字の3がつく数と3の倍数、あるいは、かけ算の練習に適切な数を選びましょう。

二人以上の複数プレイヤーが順番に1から始まる数字を言います。あらかじめ決められた数字の順番が回ってきたときは、数字ではなく「ピピッ」と言わなければなりません。もし「ピピッ」と言うことを忘れた場合、あるいは、間違っ「ピピッ」と言った場合はアウトです。最後に残ったプレイヤーが勝者です！

- 3並べ -

ゲーム

トランプのクイーン（数字の0）、エース（数字の1）、2～9を準備しましょう。または0～9の4種類の数カードを使いましょう。20個のマス目ができるように4×5のマス目を紙に書き、ランダムに5と10の倍数の数を選んで紙に数字を埋めます。各プレイヤーは複数枚のコインを手元に置きます。トランプを1枚引いて、トランプに書かれた数字に5または10をかけ、その結果の数字が書かれているマス目にコインを置きます。一度コインが置かれたマス目は、他のプレイヤーは使えません。最初にコインを3つ連続で並べた人が勝者です。

5と10の数字は、2と4、または3と6などの数字の組み合わせに置き換えることができます。これらの数字は、かけ算における倍数の考えを理解するのに役立つでしょう。たとえば、プレイヤーが6×7がわからない場合、3×7を2倍して答えができます。

- テーブルを回そう -

パズル

一般的なかけ算の九九の表をただ埋めるアクティビティはお子さんにとってとても退屈で、かけ算の代わりに足し算を使って記入できることにすぐに気づいてしまいます。かけ算を本当に練習するために、また数学の問題解決と因数分解の練習のために、子供用の答えが混ざったかけ算表を作りましょう。

下の図のように表を作成し、一番上の行と左端の列はほぼ空白のままにし、真ん中を埋めます。2から9の数字を使う例を次に示します。

	5				6			
2								
		40						
				49				
	20					36		
		72						
			9					12
					48			

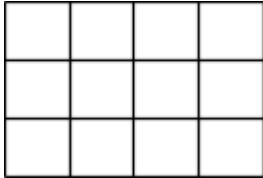
この問題を解くには、特徴的な数字から始めます。20のある横の行は4をかけた数字になることがわかり、36の縦の列は9になることがわかります。49は行と列それぞれ7を掛けています。また、9は行と列それぞれ3を掛けた結果です。そこで、12の縦の列は4を掛けた数字になることがわかります。一番上の行と左端の列の数字が全て見つかるまで、探偵作業を続けましょう。

長方形の面積

必要な条件：一桁のかけ算や二桁の足し算に慣れていること

- はじめに -

長方形の面積はたて×よこで求められます。この面白味のない公式を子供に教えるには、少なくとも



も2つの方法があります。1つ目は、長方形を複数の正方形のまとまりに分割することです。2つ目は、12などの数量

を示す数の形を作ることで、 3×4 、 2×6 、 1×12 に並べることで長方形を作ることができます。長方形の面積で遊びながら、かけ算と因数分解の楽しいゲームで遊びましょう！

- 数の形、再び -

検討

レーズンなどの小さなアイテムから始めましょう。それぞれの数で、その数量のアイテムを使ってどの長方形ができるかを調べます。1は 1×1 の長方形のみができ、1は「単数」と呼ばれます。5の場合、 1×5 および 5×1 の長方形のみができ、素数と呼ばれます。単数や素数ではない数は合成数と呼ばれます。なぜならば、合成数は素数をかけ合わせて作られるためで、たとえば $12 = 2 \times 2 \times 3$ と表されます。

各長方形の辺の長さは、その面積の数を均等に分けたもので、その数同士をかけると面積の数が得られます。長方形を作るとは、割り切れる法則を体験する直接的な方法です。数字の16は平方数と呼ばれ、その数字で作られる長方形の1つが正方形になるからです。つまり16の長方形の1つは、 4×4 の正方形になります。

- パドックゲーム -

ゲーム

各プレイヤーに方眼紙を1枚配ります。自分の順番になったら、1から10までの2枚のトランプを引いて、長方形の面積を決めましょう。自分の紙に余裕があり、既にある長方形と重ならない範囲ならどこにでも長方形を書くことができます。一度長方形を書いたら、その内側は薄く塗って、その面積と各辺の長さを書きます。十分なスペースがない場合は、次のプレイヤーの順番です。面積の合計が最も多い人が勝ちです。通常の方眼紙を使用すると、長いゲームになる可能性があります。紙を半分にして、ゲームの回数を制限して、ゲームの時間を短縮しましょう。

- 箱を分割 -

パズル

このパズルは、 4×4 かそれ以上の方眼を使って、その中のマス目にいくつかの数字を埋めて、小さい四角形に区分けされています。それぞれの数は一つの領域に割り当てられ、面積の数と同じ数である必要があります。

お子さんに見えないようにし、まずパズルを作るために大きな長方形を四角い領域に分けましょう。次に、小さい長方形の面積を書きます。最後に、お子さんには面積の数字だけが書かれた大きな長方形を与えましょう。



パズルを解くには、まず素数となる場所を見てみましょう。また、分割する領域は囲まれている場合もあります。例題のパズルでは、上部の「4」が 2×2 の正方形として左上にある必要があり、右上には垂直の 3×1 の長方形である必要があります。頑張りましょう！

累乗を感じよう

必要な条件: 一桁のかけ算に慣れていること

- 定義とルール -

4×2 は $2 + 2 + 2 + 2$ を単純にした式ですが、 2^4 は $2 \times 2 \times 2 \times 2$ を単純にしたものです。「2の4乗(じょう)」は「2かける2かける...」よりも言いやすいでしょう。累乗に関して、2つの特別な名前があります。二乗は、例えば 4^2 の場合、「4の平方」とも言えます。三乗は、たとえば 4^3 の場合、「4の立方」とも言えます。

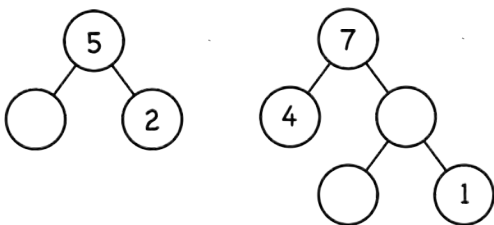
同じ数の2つの累乗をかけ合わせる場合、単純なルールによって答えが簡単に表されます。つまり、累乗の数字の上にある小さい数字(指数)を足し算するだけです。たとえば、

$4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5$ 、これは2つの4に3つの4を掛けたもので、結果は5つの4を掛けたものになります。この指数を足し算できるルールは、同じ数字を累乗する時だけに使えることに注意しましょう。

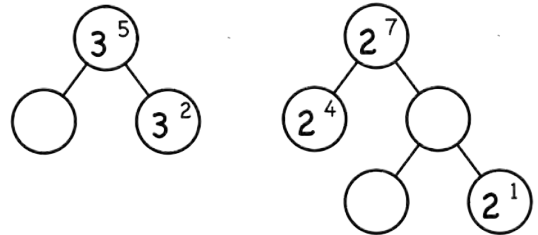
- 過去の足し算アクティビティの再利用 -

同じ数の累乗をかけ算するときに指数は足し算できるため、これまで遊んできた足し算を含む過去の章のゲームやパズルを、累乗の練習に使えます。再利用できるものとして、第3章の図形の足し合わせと合計の組み合わせ；第4章の囲まれた合計、合計三角形、バグをなおせがあります。

第3章図形の足し合わせの例を2つ紹介します。



下の図は先ほどと同じ形状で、足し算の代わりに丸い形を組み合わせてかけ算をした「図形のかけ合わせ」の例です。



練習すれば、元の足し算と同じくらい単純な作業になります。

お子さんがこのタイプの問題を楽しみ、さらに挑戦したいようであれば、累乗する数を1つ以上にすることから始めてみましょう。たとえば、かけ算 $(4^2 \times 3^3) \times (4^5 \times 3^2)$ をする場合、4の累乗と3の累乗に分けてそれぞれにルールを適用して、 $4^7 \times 3^5$ の答えが得られます。

—素因数分解の練習—

旅行中や時間に余裕があるときは、それぞれの数字の順番に素因数分解して暗唱すると良いでしょう。これは、累乗の練習にもなります。素因数分解の知識があると、分数の問題など、多くのことに役立つでしょう。お子さんのために算数を楽しくし、心地よいレベルを超えず、無理をさせないようにしましょう。

1は単数、2は素数、3は素数、4は2の2乗、5は素数、6は2×3、7は素数、8は2の3乗、9は3の2乗、10は2×5、11は素数、12は2の2乗×3、13は素数、14は2×7、15は3×5、16は2の4乗。お子さんがつまづいた時には、ただ答えを教えるのではなく、お子さんが自分で理解できるように手助けしてあげましょう。

素数で分解する

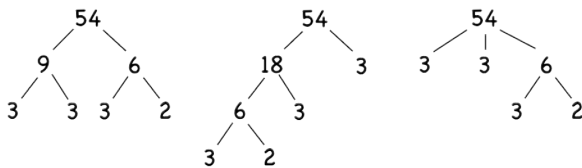
必要な条件: 一桁のかけ算のスキルに慣れていること

- 樹形図 -

検討

これは、前の章「累乗を感じよう」の図形の掛け合わせを拡張したものです。目的は、小枝を増やすように数を分解し、素数まで小さくすることです。樹形図を作る過程で数について多くのことを学べるでしょう。

例えば54から始めるとします。54は、いくつかの方法で樹形図が作れます。1つは 9×6 、もう1つは 18×3 、もう1つは $3 \times 3 \times 6$ です。それぞれ異なる形で始まります。



これら3つの樹形図は、最終的に末端は同じ素数になります。それぞれの図で、 $2 \times 3 \times 3 \times 3$ の答えになり、そこに辿り着く過程が異なります。

いくつか例を実施した後に、お子さんは自然に疑問を持ち始めるかもしれません。

他よりも段の数が多い樹形図があるのはどうしてだろう？他よりも幅の広い樹形図があるのはなぜだろう？なぜ常に素数で止まるの？どうして結果がすべて同じ素数になるの、それはおそらく並べ替えただけ？

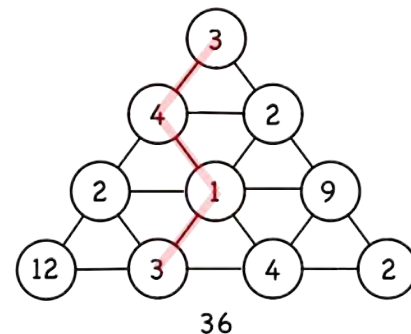
最後の質問は非常に重要です。それは「算術の基本定理」と呼ばれるほど意味のあるものです。つまり、それぞれの数を素数の積として表す方法はたった1つしかないということです。

保護者のあなたはこう疑問に思うかもしれません。「なぜこれが重要な？」それは、素数はかけ算の基本構成要素であるため、一度ある数を組み立てる方法を見つけたら、それが唯一の方法となるからです。例えば、 $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ がわかっている場合、整数を使って $54 = 5 \times \underline{\quad}$ を解くことはできません。素因数分解の独特な特性は、多くの数論の美しさの根幹を成すものです。

- ピラミッド -

パズル

これは、第4章の足し算ピラミッドのかけ算バージョンです。目標の数と数字が書かれたピラミッドが渡されます。ゲームの問題は、選んだ数字のかけ算の答えが目標の数になるように、ピラミッドの下に向かう通り方を見つけることです。



例えば、このピラミッドの目標の数は36で、赤い線はその数になるような通り方を示しています。目標の数を構成する素因数分解から始めると、パズルがより簡単になることにお子さんは気付くかもしれません。 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ で、通り道に沿ってこれらの素数を選ぶ必要があるため、答えを見つけるヒントになるでしょう。保護者の方が素因数分解を理解すると、これらのパズルを容易に作れるようになります。

足し算と引き算

必要な条件: 2桁の位の取りを理解し、それが足し算と引き算にどのように関係しているか分かること

- 百笑い -

ゲーム

トランプのQは数字の0、エースは数字の1として使い、2～9のカードも使います。目標の数を100に設定します。4枚のカードをランダムに選び、2組の2桁の数字を作り、共有カードにします。

各プレイヤーはランダムに14枚のカードを引き表向きに並べます。プレイヤーは交互に順番が回ってきます。自分の順番になったら、プレイヤーは4枚の共有カードのうち2枚を自分のカードと置き換え、ここでは合計して目標の数になるように置き換える必要があります。目標の数を作れない場合には、次のプレイヤーの番になります。手札のカードを初めに使い切ったプレイヤーが勝ちです。両方のプレイヤーが目標の数を作れなくなった場合、手札の少ないプレイヤーが勝ちです。

他のやり方として、目標の数を変えたり、初めに配るカードを14枚より増やしたり減らす方法があります。そのほかに、引き算を使って、より小さい目標の数を設定する方法もあります。

- 目標に一致する5枚のカード -

ゲーム

100などの目標の数を選びましょう。各プレイヤーは、0から9までのカードから5枚引きまします。引いたカードから2桁の数字を2組作り、5枚目のカードは手元に残します。2組の数字を足して、目標の数により近い人がポイントを獲得します。事前に決めた回数を対戦した後、最も多くのポイントを持っているプレイヤーが勝ちです。

他のやり方として、3桁を使って目標の数を1000に変更し、各プレイヤーに7枚ずつカードを配る方法があります。その他に、目標の数を小さくして引き算を使う方法もあります。

- 文字に置き換え -

パズル

この章の初めの方のページで紹介した「消えてしまった数字」パズルをお子さんがしっかりと理解したら、このパズルにも取り組めるでしょう。ここでは、1つ以上の数字が文字に置き換えられます。置換する文字には3つのルールがあります。

- 特定の文字は常に同じ数を表します
- 一番左の桁の数が0にはなりません
- 異なる文字は異なる数を表します

足し算または引き算の問題を選び、1つ以上の数字を文字に置き換えてパズルを作りましょう。次にいくつかの例を紹介します。

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 23 \quad B3 \\ +4A \quad +4A \\ \hline A9 \quad A9 \end{array}$$

お子さんも楽しい問題解決パズルが作れるはずです。

$$\begin{array}{r} B \quad B \quad A \quad A \\ +8 \quad +B \quad +A \quad +2 \\ \hline C \quad 8 \quad C4 \quad BC \end{array}$$
$$\begin{array}{r} A \quad A \quad B \quad BA \\ +B \quad +BB \quad +AB \quad +BB \\ \hline AC \quad A7 \quad BA \quad CAB \end{array}$$

注意点として、文字の値は、パズルとパズルの間で必ずしも同じにはならないことに気をつけましょう。

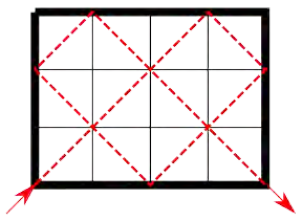
形の中の形

必要な条件：形のパターンを見つけることに好奇心と粘り強さがあること

- 跳ね返るビリヤードボール -

検討

各四隅にポケットがあるビリヤード台を想像してみましょう。ボールがテーブルの側面で跳ね返るとき、放った角度と同じ角度で跳ね返ります。このような質問をしてみましょう：ある隅から45度の角度でボールを放つと、ボールはどこに行き着くでしょうか？答えは、テーブルのサイズによって異なります。この図は、 3×4 のテーブルで何が起こるか示しています。



まず、このゲームをお子さんと一緒に数回実施した後に、お子さんに答えを事前に予想してもらいましょう。左下の隅から始めて、最初に当たるのはどの隅で、何回バウンドするのでしょうか？

- 図形で領域を塗りつぶそう -

検討

8×8 のマスのチェスボードと、 1×2 のサイズのタイルを十分に持っているとします。この 1×2 のタイルを32個使ってボード全体を覆う方法を見つけるのは簡単な作業です。

そこで、チェスボードからマス目を取り除いてみましょう。ボードの隅にあるマス目を1つ除くと、このタイルではボード全体を覆うことができないことがすぐに分かるでしょう。つまり、ボード全体を覆うには偶数個の正方形が必要であったのに、63個のマス目になってしまったためです。では、2つの隅にあるマス目を除き、残ったマス目が偶数となった場合、 1×2 のタイルで全てを覆うことができるのでしょうか？答えは、取り除いたマス目の隅の位置によって異なります。どうしてでしょうか？隅のタイルを取り除く決まりがなかったらどうなるのでしょうか？

このような問題に取り組むのに重要なことは、より小さな問題から学び始めることです。最初は 4×4 または 6×6 のマスのボードで始めてみましょう。

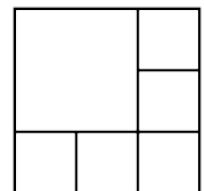
お子さんがこのような問題を楽しんでいたら、応用問題も出して、他の形のタイルでボードを埋めてみましょう。 1×3 のタイルや、3マスを埋められるL字型タイルを使って遊んでみましょう。ゲームの過程で、どのようなパターンやルールを発見しましたか？他にどんな楽しい形で遊ぶことができるのでしょうか？

- 正方形を正方形で埋めよう -

検討

様々なサイズの正方形を使って大きな正方形を埋めるにはどのような方法があるのでしょうか？ただし、各正方形の一辺の長さはある固定された長さの整数倍でなければなりません。ここで考えるべき問題は、この作業を完成できる正方形の個数は何通りあるかということです。特定の個数で埋められることがわかっている場合、その方法を説明する簡単な方法はありますか？

お子さんに時間をかけてゲームで遊んでもらい、答えを出すのを急かさないようにしましょう。これは6個の正方形で埋められることを表した図です。



お子さんがこのような問題をよく考え、楽しんでいる場合には、同様のテーマで他のやり方も探してもらいましょう。例えば、 1×1 、 2×2 、 3×3 など、特定のサイズの正方形だけ使えるというルールを設定します。他のやり方は、他の形を使って正方形を埋めることです。例えば、正三角形（すべての辺が同じ長さの三角形）で同じ質問をしてみましょう。正方形を埋めるのに興味深い形はどれで、全く面白くない形はどれでしょうか？

かけ算と倍数

必要な条件: 一桁のかけ算と100までの数を飛ばして数えることに慣れていること

- かけ算ゲーム - ゲーム

1枚の紙に次のように数を記入しましょう。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

最初のプレイヤーは、1～9と書かれた1列のマスの中のいずれかの数字の上にコインを置きます。2番目のプレイヤーは、別のコインを1～9のマスの中の数字の上に置き、2つの数字のかけ算の答えと同じ6×6のマス目上の数字を獲得できます。それ以降、各プレイヤーはいずれかのコインを動かし、もし表に数が残っていれば、かけ算の答えと同じ数を獲得することができます。連続して3つのマスをもとに獲得したプレイヤーが勝ちです。

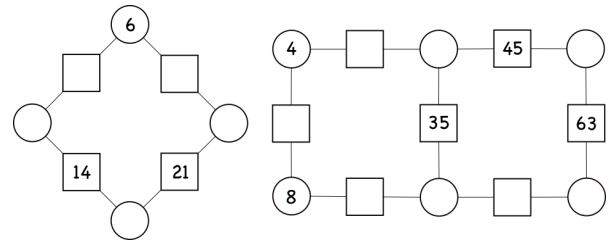
表のかけ算の答えの数の位置をごちゃ混ぜにすると、お子さんにとってかけ算の答えを見つけるよい練習の機会になります。より大きなマス目と数字の範囲を広げるには、第5章の追加資料をご参照ください。

- かけ算アイランド ホッピング - パズル

このパズルには、橋（線）でつながれた島（円と正方形）があります。1つの正方形の両側にそれぞれの円がある場合、正方形には2つの円のかけ算の答えが当てはまります。パズルの問題は、欠けている数字を埋めることです。

パズルを作るには、最初に丸の中の数字を埋め、次に四角の中の数字を埋め、最後にいくつかの数字を削除し、お子さんにパズルを渡しましょう。

かけ算の練習に加え、このパズルを使って「公約数」の練習をすることもできます。下の左側のパズルでは、14と21を割り切れる1以外の数字は7だけなので、7は一番下の円に入ります。



- チェッカーで算数 - ゲーム

これはチェッカーというゲームの影響を受けています。各プレイヤーは10個のコインを持ちます。コインには1～10までの番号が付けられ、「10」のコインだけ10と11のマークが付いています。コインは1～100まで書かれた表の最後の行にそれぞれ並べます。つまり、一方は1から10のマスに、別のプレイヤーは91から100のマスにコインを置きます。

まず、コインは1行先にあるコインに書かれた数の倍数の場所に「前進」できます。1～10の側から始めるプレイヤーは、前進とはより大きい数字に向かって進むことで、91～100の側から始めるプレイヤーは、前進とは数が小さくなる方へ移動することを意味します。コインがボードの反対側の端にいくと、キングになり、1行だけ「前後」に移動できます。相手のコインの上に到着したら、コインを獲得できます。プレイヤーのコインは、自分のコインと重ねることはできません。相手のコインをすべて取ると勝ちです。

小さいお子さんには、ボードのサイズを小さくして、6行（1～60までの数字）を使ってみましょう。倍数に慣れていないお子さんは、飛ばして数える方法を使って、どこに動けるかを探しましょう。

足し算、引き算、かけ算

必要な条件: 2桁の足し算、引き算、1桁のかけ算に慣れていること

- 隣を数えよう -

ゲーム

3つのサイコロと1から64の数字が書かれた8×8のボードを使います。プレイヤーはサイコロをふり、足し算、引き算、掛け算、割り算を使って、ボード上にまだマークされていない数字を作ります。プレイヤーはマス目をマークし1ポイントを獲得し、さらにそのマス目に隣接するマーク済みのマス目の数に応じて1ポイントずつ加算されます（対角線を含む）。もしあるプレイヤーが数字を作れない場合、答えを見つけた他のプレイヤーがそのポイントを獲得できます。5ラウンド以上実施し、最も多くのポイントを獲得したプレイヤーが勝ちです。

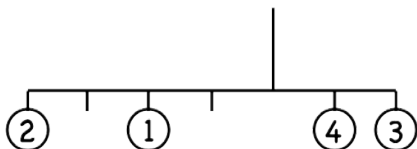
ゲームの他のやり方として、4つのサイコロを使ったり、より小さいまたは大きいボードを使う方法があります。

- モビール（動く装飾）を作ろう -

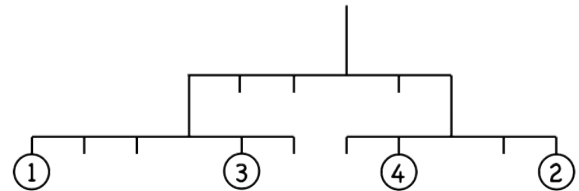
パズル

ある重さのおもりと、いくつかの吊り下げる部分を持つモビールを与えられたとします。課題は、バランスをとって各ポイントにおもりを置くことです。線は重さがないと仮定します。それぞれの両端には、バランスをとるレバーがあるため、このパズルは、この章の最初の方で説明したレバーでバランスを取ろうというパズルの拡張版です。以前紹介したパズルを練習してから、このパズルを始めましょう。

最も単純なモビール、空中にレバーだけがあるものから始めましょう。下の図は、1～4のおもりでバランスを取る方法です。ここでは、 $2 \times 4 + 1 \times 2 = 4 \times 1 + 3 \times 2$ がうまく行きます。



下の図は、さらに複雑なモビールです。一番下のおもりを使って、両側のバランスをとりましょう $(1 + 3) \times 3 = (4 + 2) \times 2$ 。



モビールのその他の例と詳細な説明については、第5章の補足資料を参照ください。

- 制限のある計算機 -

パズル

前提として、あなたはひどく壊れて動かない計算機を持っていて、何らかの結果を計算する必要があります。これは暇な時間に気軽に言葉を使いながらできるゲームです。これから始めるために、いくつかの例を紹介しましょう。

例えば+、-、×、÷の機能がある計算機を持っていて、使えるキーは4だけであるとします。21という数にたどり着けますか？その場合、最も少ないステップは何回でしょうか？さらに、キーの4は最大4回まで使えるとします。どの数字を作れますか？他の数字の単一キーを使って、他の結果も作ってみましょう。

例えば、計算機は4か7の足し算しか使えないとします。どんな数字が作れますか？さらに4か7を使って、足し算と引き算ができるようになったとします。どんな数字が得られるのでしょうか？これは、他の章で紹介した内容と似ているはずです。

例えば、数字の1のキーしかなく、足し算か2倍しかできないとすると、 $2 \times (2 \times 1) + 1$ は5です。他にどのような数字を作れるのでしょうか？

因数の数を数えよう

必要な条件: 一桁のかけ算ができ、因数分解に慣れてきていること

- 因数をつかもう -

ゲーム

1 から 24 までの数字が書かれた 4×6 のマス目のボードを使います。順番では、プレイヤーは未使用で、かつ少なくとも一つ未使用の因数を含む数字を選ぶ必要があります。プレイヤーは選んだ数字を獲得し、他のプレイヤーはその数字の未使用の因数の一部またはすべてを獲得できます（どれだけ選択するかはプレイヤー次第です）。選択できる数字がなくなるまで順番を回します。獲得した数字を合計し、合計が最も高い人が勝ちです。

これはソリティアパズルとしても遊ぶことができます。「タックスマン」とも呼ばれています。このやり方では、1 人のプレイヤーが数を選んだとき、税務署員が利用可能なすべての因数を回収します。ゲームは続行できなくなるまで続き、その時点で、税務署員は残りの数字を取得できます。私たちの目標は、税務署員が回収できるよりも、できる限り大きい合計の値を得ることです。

能力に応じて数値範囲を設定しましょう。範囲としては、1 から 12 までや、1 から 60 くらいのおおきさまで上げられます。

- 2 倍、あるいはなし -

ゲーム

プレイヤーは密かに 20 より大きく 120 より小さい 5 つの異なる数字を選ぶことから始めます。選び終えたら、誰でも見える場所に数字を書きます。

数カードなどを使って、1 から 20 までの数字をランダムに引きます。選んだ数を繰り返し 2 倍し続け、誰かの数字と同じになるか、数が 120 を超えるまで続けます。5 つの全ての数字を最初に一致させたプレイヤーが勝ちです。

数回遊んだ後、お子さんは 5 つの数字を選ぶ戦略を立て始めるでしょう。シンプルな戦略は、まず 46 などの悪い数字を考えることです。なぜなら 46 は 1 から 20 まで数を 2 倍してさらに累乗しても一致することはないからです。32 のように 2 の因数が多い数は、カードで引くより数字とより多く関連しているため、2 倍の過程で一致する可能性が高くなります。

他にも多くのやり方があります。2 倍ではなく 3 倍にすることもできます。あるいは 2 倍にして、1 足すこともできます。小さいお子さんには、10 より大きく、60 より小さい数字を 5 個選択し、1 から 10 までの数字からランダムに数を引きます。

- 因数の戦い -

ゲーム

1 から 25 までの数が書かれた 2 セットのカードを使います。標準ルールを使ってゲームで遊び、より多くの因数を持つ数カードを出した人が勝ちです。例えば、12 と 16 を戦わせる場合、12 は 6 つの因数（1、2、3、4、6、および 12）があるのに対し、16 は 5 つの因数（1、2、4、8、および 16）しかないので、12 は 16 に勝ちます。勝った人は勝ったカードの因数の数を正しく記録しなければなりません。さもなければ、そのカードはシャッフルされて山札に戻されます。通常の戦いゲームと同様に、因数の数が同じだった場合には、次のカードをめくって、勝った人がすべてのカードを獲得できます。

このゲームは様々な方法で遊ぶことができます。因数の数が少ないカードを出した人が勝ちともできます。その他に、すべての因数の数を数える代わりに、素数の数だけを数える方法もあります。あるいは、素数の累乗（素数の累乗の数）があったら、他の数を打ち負かすこともできます。

面白いかけ算

必要な条件: 一桁のかけ算と数を飛ばして数えられること

- かけ算ビンゴ -

ゲーム

それぞれのプレイヤーは、かけ算の答えになる数字の書かれている4×4のマスを手元に持ちます。この数字は、ランダムに選択することも、プレイヤーが慎重に選択することもできます。

まず初めに、2枚のカードをめくり、テーブルに表向きに置きます。これら2つの数字のかけ算の答えの数を持っている人は、そのマス塗りつぶします。それ以降、プレイヤーは順番に山札から一番上のカードを1枚引き、すでにある2枚のカードのどちらを置き換えるかを選びます。かけ算の答えと一致する数字があるプレイヤーは全員、数字を塗りつぶします。最初に4マス連続して塗りつぶした人が勝ちです。

- 火山を越えて -

ゲーム

四隅が灰色になっている36個のマスマス目に100までの数字がランダムに書かれた100チャートを使います。絵札を取り除いたトランプか、1から10までの数カードを使います。

自分の順番では、数カードの1を引いた場合は、任意の数を獲得でき、それ以外の数字を引いた場合は、その倍数を獲得できます。誰かがある数字を獲得した場合、他の人はその数字を取ることはできません。目標は、いずれかの隅から他の隅への道を作ることです。道を作るために順番にマスマスを獲得する必要はありません。

対角の道を使っても、使わなくても、どちらでも遊べます。その他に、絵札を使う方法があります。絵札を引いた場合には、他の人が作った道ではないマスマス目にカードを置いてブロックすることができます。

- クロスかけ算 -

パズル

これは、1から6まで数字を1回だけ使う3×3のパズルか、1から8まで数字を1回だけ使う4×4のパズルです。問題は、左端に書いた各行のかけ算の答えと、一番上の段に書いた各列のかけ算の答えに合うように、各行のマスマスに2つの数字、各列のマスマスに2つの数字を埋めることです。一部の行または列の外側には何も数字が書かれていないかもしれません。その場合、それらの行または列のかけ算には制約はありません。

	30 12					30 12		
4					4	1		4
10				----->	10	2	5	
							6	3

列と行のどこに2つの数字が当てはまるかを見つけて、パズルを完成させましょう。上の図では、30の数字がある列には5と6が当てはまり、10の数字の行には2と5が当てはまります。次に12の数字の列には3と4が当てはまり、数字の4の行には1と4が当てはまります。余るマスマスはすぐにわかるでしょう。

	7	40	18			7	40	18
5					5			
21					21			
32					32			

	7	40	18			7	40	18
5					5			
21					21			
32					32			

このパズルを作るには、まず大人がパズルの中の数字を埋め、かけ算の答えをマスマスの外側に書いてから、マスマスの中にあるすべての数字を消しましょう。