

Capítulo 5 — ¡Puedo contar hasta 100!

Requisito previo: Puede contar hasta 100 cómodamente y tener un buen sentido de esas cantidades, especialmente usando el valor posicional. La suma y resta mental de un solo dígito también es sólida.

— DONDE HAS ESTADO —

¡Su niño/niña ahora puede contar hasta 100! Pueden hacer cómodamente sumas y restas mentales de un solo dígito. También pueden contar o saltar la cuenta hacia arriba o hacia abajo por cualquier número, y ligada a esa habilidad está su capacidad para sumar o restar un número de un solo dígito con un número de dos dígitos. Pueden comparar dos números de dos dígitos y tienen un sentido inicial del valor posicional con 10 y 1 y de qué se trata la forma expandida.

A medida que mejora el conteo por saltos, también están desarrollando habilidades para multiplicar por 2, 3, 4, 5 y 10. La idea de los números pares e impares ahora tiene mucho más sentido para ellos.

Algunas actividades de los capítulos anteriores pueden extenderse a los números más grandes aquí. Mire el Capítulo 3: Sumas de formas, Subiendo un poco más; Capítulo 4: Guerra — Suma y resta de dos dígitos, Diff Triángulos y Suma Triángulos, Arreglalo, Saltando islas por 1 y 10, Complete la comparación de espacios en blanco, Suma cuadrada y Pirámide de suma.

— NUEVAS IDEAS EN ESTE CAPÍTULO —

- **Contar hasta 200** — es hora de introducir el lugar de los 100 observando los números del 100 al 200.
- **Salteando el conteo hasta el 100** — esto no es nuevo, pero es una habilidad importante para reforzar.
- **Forma ampliada y valor posicional** — esta es una habilidad fundamental, por lo que se reforzará aún más.
- **Suma y resta de dos dígitos** — contar con saltos ayudará a que esto parezca sencillo.
- **Multiplicación de un solo dígito** — es hora de completar los espacios que faltan para 6, 7, 8 y 9.
- **EL área del rectángulo es lo largo x ancho** — esta es una idea importante por derecho propio. Este hecho también brindará muchas oportunidades para nuevos juegos divertidos y rompecabezas que involucran multiplicación y factorización.
- **Factorización** — su niño/niña aprenderá la belleza de cómo los números se dividen en factores. Aquí hay varias palabras nuevas. 1 es una *unidad*. Un número mayor que 1 que solo es divisible por 1 y que en sí mismo es *primo*. Un número mayor que 1 que no es primo es *compuesto*. 3 al *cuadrado* es 3×3 . 3 al *cubo* es $3 \times 3 \times 3$. Y 3 *elevado a una potencia elevada*, significa multiplicar 3 por sí mismo tantas veces; por ejemplo, 3 elevado a cuarta es $3 \times 3 \times 3 \times 3$.
- **Factores, Divisores y Múltiplos** — 3 se divide uniformemente en 12. Eso hace que 3 sea un *factor* o *divisor* de 12 y 12 un *múltiplo* de 3. 3 es un *factor común* de 12 y 15, y 12 es un *múltiplo común* de 4 y 6.
- **División de un solo dígito** — su niño/niña aprenderá la división indirectamente en la forma de encontrar un factor faltante en un problema de multiplicación.
- **Familias de operaciones para multiplicación y división** — se reforzará la conexión entre estas dos operaciones. Por ejemplo, $2 \times 5 = 10$, $5 \times 2 = 10$, $10/2 = 5$ y $10/5 = 2$ forman una familia de operaciones.

— Asuntos legales —

Todas las familias deben tener la oportunidad de aprender y disfrutar las matemáticas juntas. Con ese fin, Early Family Math es una colección de materiales que las familias y los educadores pueden editar, traducir, copiar y distribuir libremente, sin pedir permiso, solo para usos no comerciales.

© Copyright Early Family Math 2022 v. 1.1 Creative Commons: Licencia internacional de atribución-no comercial 4.0

Multiplicación mental

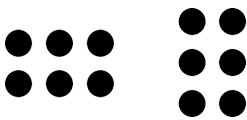
Requisito previo: Confort al sumar y restar números de un solo dígito, saltar el conteo y duplicar

— INTRODUCCIÓN —

Estos métodos de enseñanza proporcionan estrategias estructuradas para aprender la multiplicación de un solo dígito. A medida que su niño/niña practique estas estrategias, aprenderá importantes relaciones numéricas y, con el tiempo, también memorizará estas operaciones. Su niño/niña ya debería saber duplicar y saltar el conteo por cualquier número.

— $3 \times 4 = 4 \times 3$ —

A estas alturas, su niño/niña está tan familiarizado con la suma que no sorprende que $2 + 3$ sea lo mismo que $3 + 2$. Aunque no es tan obvio, lo mismo ocurre con la



multiplicación. Esta ilustración hace que sea fácil ver que dos filas de tres es lo mismo que tres filas de dos: ¡simplemente cambia tu

punto de vista! No importa en qué orden multiplique dos números, ¡obtendrá la misma respuesta de cualquier manera!

Además de ser genial de una manera nerd, también significa que su niño/niña necesita dominar solo la mitad de las multiplicaciones; una vez que su niño/niña sabe 3×4 , también sabe 4×3 .

— SALTAR EL CONTEO ES MULTIPLICACIÓN —

El conteo saltado es excelente para mejorar la suma y la resta. También es de gran ayuda para comenzar con la multiplicación.

Aunque el conteo de saltos no es la forma más rápida de encontrar un resultado, es confiable y su niño/niña debe usarlo todo el tiempo que lo necesite. Suponga que su niño/niña necesita calcular 7×3 . Cuente saltado de tres en tres siete veces o cuente de siete en siete tres veces para obtener 21.

— MULTIPLICANDO POR 5 Y 10 —

Estas operaciones se aprenden rápidamente, proporcionan una columna vertebral para otras operaciones de multiplicación y ayudan a comprender el valor posicional de dos dígitos.

— CUADRADOS —

Así como los gemelos de suma son las operaciones matemáticas favoritas para la suma, los cuadrados suelen ser los favoritos para la multiplicación. Aprender estos proporciona otra base para aprender otras tablas de multiplicar.

— DOBLAMIENTO —

Utilice esta estrategia para multiplicar por números pares. Por ejemplo, el resultado de 6×7 es el doble de 3×7 . Entonces, 6×7 es el doble de 21, que es 42.

— 1 MÁS O 1 MENOS —

Esta estrategia es eficaz para el resto de las tablas de multiplicar.

Por ejemplo, 9×7 es un 7 menos que $10 \times 7 = 70$. Entonces es $70 - 7 = 63$. Esto se puede hacer para todos los 9.

De manera similar, 3×7 es un 7 más que duplicar 7, por lo que es $7 + 14 = 21$. Esto se puede hacer para todos los 3.

— MULTIPLICANDO POR 9 —

Aunque multiplicar por 9 está cubierto por la última estrategia, es divertido aprenderlos por derecho propio. Si escribe los múltiplos de 9 en orden, verá que el dígito de las decenas es siempre uno menos que el número por el que está multiplicando y el dígito de las unidades más el dígito de las decenas siempre suman 9.

Valor posicional, suma y resta

Requisito previo: Tener un sentido del valor posicional de 2 dígitos y cómo se relaciona con la suma y las comparaciones.

— HACIENDO 100 —

JUEGO

Cada jugador tiene una hoja de papel con 7 filas y 3 columnas. Las columnas están marcadas con "10", "1" y "Total acumulado". El total acumulado de cada jugador comienza en 0. Tira un dado o elige una carta de juego al azar del 1 al 9. Cada jugador elige usar este número en la columna de 1 o 10 para la fila actual. Por ejemplo, si es un 4, puede convertirse en 4 o 40. El número elegido se suma al total acumulado. Un jugador que pasa por encima del objetivo de 100 "se arruina" y pierde. Si ninguno de los jugadores se quiebra, el que esté más cerca de 100 gana.

Hay muchas opciones para este juego:

- Use un número objetivo diferente.
- Utilice menos o más filas.
- No vayas a la quiebra si pasas por encima del objetivo. El jugador más cercano de cualquier lado gana.
- Use una cuarta columna de 100 para practicar números de 3 dígitos.
- Practique la resta comenzando en el número objetivo y reste hasta 0.

— HAGA SU RECLAMO —

JUEGO

Tenga un papel con una recta numérica del 0 al 99 para compartir. En un turno, un jugador usa dos cartas aleatorias del 0 al 9, eligiendo el orden de estos dos dígitos, para generar un número del 00 al 99, y luego coloca ese número en su lado de la recta numérica. El primer jugador que obtenga cuatro números en una región sin ninguno de los números del oponente en el medio gana. El juego también se puede jugar de 000 a 999 si lo desea.

— GRUPOS VINCULADOS —

ROMPECABEZAS

Hay dos versiones de esto. El primero es el mismo que el rompecabezas Suma de Grupos del Capítulo 3, solo que ahora el objetivo de sumas pueden ser mayores.

	7	9	7	4
	8	4	4	16
20	12	5	9	6
	13	7	7	7

La otra versión usa un tablero de 4 por 4 con un número objetivo, digamos 20. Como en los grupos de suma, el tablero está lleno de pares y triples de números que se suman al objetivo. Sin embargo, ahora habrá una casilla que no esté involucrada en ninguno de esos grupos. El desafío es encontrar ese número.

— NÚMEROS AUSENTES —

ROMPECABEZAS

Cree estos tomando una ecuación simple de suma o resta y omitiendo algunos de los dígitos. Por ejemplo, los siguientes dos problemas se convierten en acertijos de números ausentes al omitir un par de dígitos.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \\ -46 \\ \hline 27 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} _3 \quad 7_ \\ +46 \quad -_6 \\ \hline 6_ \quad 27 \end{array}$$

Después de sentirse cómodo con estos, su niño/niña puede disfrutar haciendo algunos acertijos de sustitución de letras que se describen en una página posterior de sumar y restar en este capítulo.

Tarjetas y tablas de multiplicar

Requisito previo: Mayor comodidad con la multiplicación de un solo dígito para todos los números

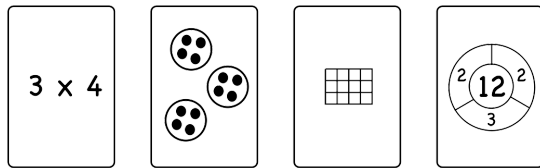
— HACIENDO TARJETAS DE MULTIPLICACIÓN —

ACTIVIDAD

Haga un juego de tarjetas de multiplicación para practicar estas operaciones matemáticas mientras juega juegos de emparejar que su familia jugó anteriormente: Capítulo 1 - Ve a pescar, Desafío de memoria; Capítulo 2 - Bingo; Capítulo 3 - Papa caliente; y Capítulo 4 - Gin Rummy.

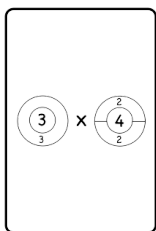
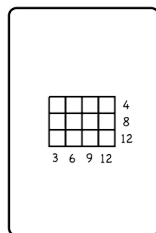
Dibuje cuatro tarjetas para cada operación matemática: 1) la expresión 2) grupos de objetos, 3) una matriz y 4) la factorización prima. Si los hace del tamaño de cartas de juego (2½" por 3½"), use una plantilla del archivo Imprimibles si lo desea.

En 3 x 4 por ejemplo. Las cuatro cartas serían:



Tienes varias opciones para estas cartas. Una opción es incluir 3 x 4 y no 4 x 3. Si bien esto significa que genera aproximadamente la mitad de las tarjetas, tiene el inconveniente de que ver 3 grupos de 4 es diferente a ver 4 grupos de 3.

Para tarjetas de matriz, coloque los números de conteo de saltos a lo largo de uno o ambos lados para ayudar a su niño/niña a practicar el conteo de saltos.



Para las tarjetas de expresión, reemplace cada número con el símbolo de factorización prima del número. Esto hace que sea más fácil ver cómo encajan las factorizaciones primas al multiplicar dos números.

— PRODUCTOS REVELADORES —

ROMPECABEZAS

Comience con una tabla de multiplicar en blanco que tenga 4 filas de productos y 4 columnas de productos. También hay grupos de cuatro números faltantes en los lados superior e izquierdo; estos tendrán algunos de los números del 2 al 9, y estos números se pueden duplicar.

Llene la tabla fuera de la vista de su niño/niña y luego dé vuelta o cubra todos los números. Su niño/niña puede pedir revelar, uno a la vez, hasta 10 de las 16 entradas de productos. El objetivo es averiguar las entradas para los lados superior e izquierdo antes de quedarse sin turnos.

X	5	3	7	8
2	10	6	14	16
9	45	27	63	72
8	40	24	56	64
5	25	15	35	40

Imagínese que se voltearon todas las cartas en este ejemplo. Si su niño/niña elige darle la vuelta a la tarjeta que tenía el 63 debajo, entonces sabría que proviene de un 7 y un 9. Voltear cualquier

otra tarjeta en la misma fila o columna que el 63 indicaría dónde están el 7 y 9. Suponga que la segunda carta que voltearon estaba donde está el 56. No solo sabrían que la tercera columna era para 7, sino que también sabrían que la segunda fila era para 9 y la tercera fila para 8.

Los tamaños más grandes también funcionan. Por ejemplo, una tabla con 5 filas y columnas en blanco que permita hasta 12 volteos funcionará bien.

Elija números para los lados superior e izquierdo con los que desea que su niño/niña practique.

Factores, múltiplos y primos

Requisito previo: Mayor comodidad con la multiplicación de un solo dígito para todos los números

— CUBRIR FACTORES Y MÚLTIPLOS —

JUEGO

Tenga un tablero de números del 1 al 30. Hay dos tipos de fichas: una sola ficha reservada para "el último movimiento" y una pila de otras fichas.

El primer jugador puede elegir cualquier número y cubrirlo con la ficha de último movimiento. Después de eso, un jugador reemplaza la ficha de último movimiento con el otro tipo de ficha y mueve la ficha de último movimiento a cualquier número que sea un factor o múltiplo del número del último movimiento. El jugador perdedor es el que se ve obligado a cubrir el número 1.

A medida que los niños mejoren en este juego, descubrirán las reglas que deben seguir y que determinan los primeros movimientos razonables. La regla más básica es que el primer movimiento no puede estar en un número primo en la mitad superior de los números.

Ajuste el rango de números para el nivel de habilidad de los jugadores; puede usar 1 a 24, 1 a 48 o incluso 1 a 60.

— NIM CON FACTORES —

JUEGO

Empiece con cualquier número, digamos 20. Deje que su niño/niña decida si va primero o segundo. Durante su turno, un jugador puede restar cualquier divisor del número actual de ese número. El jugador obligado a 0 pierde.

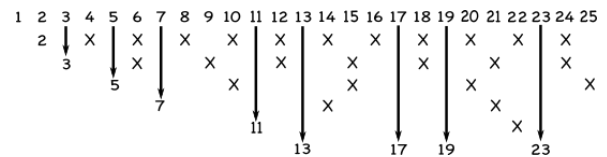
Después de que su niño/niña se familiarice con el juego, animelo a buscar la estrategia notablemente simple para jugarlo; una vez que lo descubra, vea si puede explicar por qué funciona.

— TAMIZ DE ERATÓSTENES —

ACTIVIDAD

Los niños se divierten poniendo las X y viendo caer los números primos a través del tamiz. Esta actividad crea oportunidades para descubrir muchas propiedades interesantes de divisibilidad y números primos.

Comience con una recta numérica numerada del 1 al 25, o un rango mayor si el espacio y la paciencia lo permiten.



Escribe el número 2 debajo de sí mismo. En la línea par con este 2, coloque una X debajo de cada múltiplo de 2.

Ahora, baje el número más bajo sin X debajo de él (3 en este caso) y colóquelo en la siguiente línea. Escribe el 3 y coloca X en esa línea para todos sus múltiplos. Sigue tirando números y marcando sus múltiplos. Cuando haya terminado, habrá eliminado todos los *números primos*. Recuerde que 1 es una *unidad* y no un primo.

Aquí hay algunas buenas preguntas para discutir con su niño/niña mientras juega con este colador:

- ¿Por qué los números se reducen a números primos?
- ¿Cuál es el último primo cuyos múltiplos necesitas tachar? ¿Por qué los otros números primos no fueron útiles?
- Para todos los números primos que fueron útiles, ¿cuáles de sus múltiplos produjeron nuevas restricciones y cuáles no fueron útiles?
- Si tuvieras un número, digamos 53, ¿por qué números primos necesitarías dividirlo para confirmar que es primo?

Operaciones mixtas

Requisito previo: *Comodidad con la suma y resta de dos dígitos y la multiplicación de un dígito*

— MÉZCLALO —

JUEGO

Tenga una colección de tarjetas numeradas del 1 al 25, o cualquier rango con el que su niño/niña se sienta cómodo. Se selecciona una carta al azar y se utiliza como número objetivo de todos. La carta se devuelve a la baraja. A cada jugador se le reparten cinco cartas para usar, en cualquier orden y con cualquier operación, para acercarse lo más posible al número objetivo. El jugador más cercano gana la ronda.

Una forma diferente de anotar le da a un jugador el doble de puntos que la cantidad de cartas que usa para alcanzar el objetivo; un jugador recibe 5 puntos por llegar al objetivo con ayuda; y un jugador recibe 6 puntos por ayudar a alguien a dar en el blanco.

— OPERACIONES SECRETAS —

ACTIVIDAD

Cerca del final del Capítulo 4, la actividad de Diferencia de suma hizo que una persona pensara en dos números y luego desafiara a la otra persona a encontrar los números diciéndoles la suma y la diferencia de los números. Operaciones secretas usa la misma idea, solo que ahora el retador puede usar dos operaciones, como multiplicar y restar.

Por ejemplo, el retador podría decir "¿Qué dos números tienen un producto de 12 y una diferencia de 4?" Puede ampliar esto a tres números, si lo desea: "¿Qué tres números tienen un producto de 12 y una suma de 8?"

— ROMPECABEZAS DE PARÉNTESIS —

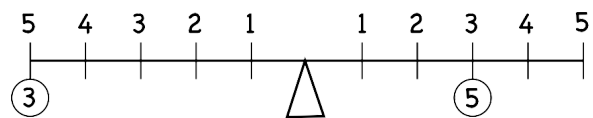
ROMPECABEZAS

Estos rompecabezas son muy fáciles de crear para un adulto. Toma cualquier ecuación, como $9 = (2 + 7) \times (5 - 2 \times 2)$ y quita el paréntesis. El desafío para su niño/niña es cómo tomar $2 + 7 \times 5 - 2 \times 2$ y agregarle paréntesis para que el resultado sea 9.

— BALANCE DE PALANCA —

INVESTIGACIÓN

Usa el principio de palanca para practicar la multiplicación y la suma. El principio establece que la fuerza ejercida por una masa en un lado de una palanca es igual a la masa multiplicada por su distancia desde el punto de pivote, el fulcro. Las fuerzas de un lado de varias masas se suman para dar la fuerza total. Las fuerzas totales en los dos lados deben ser iguales para que la palanca esté en equilibrio.



Tienes un peso de 3 unidades y un peso de 5 unidades para colocar en lados opuestos del fulcro. ¿Dónde deben equilibrarse? La respuesta a esto puede ser distancias 5 y 3, pero también puede ser 10 y 6, o respuestas incluso más grandes como 15 y 9.

Si tienes un peso de 3 unidades y un peso de 5 unidades para poner en un lado de una palanca, ¿qué pesas puedes poner a cuales distancias del otro lado? ¿Qué pasa si las dos pesas están en lados diferentes de la palanca? Esta pregunta continúa con las preguntas de la página Hazlo contar al final del Capítulo 4.

Multiplicar y tablas

Requisito previo: *Comodidad con la multiplicación de un solo dígito*

— GUERRA — MULTIPLICACIÓN —

JUEGO

Saque las tarjetas con imágenes de una baraja y divídalas equitativamente entre dos jugadores. Para brindar una práctica más enfocada, elimine también las A y los 10.

Cada jugador da vuelta dos cartas, las multiplica y el jugador con el producto más grande gana esas cuatro cartas. Si los productos son iguales, se dan la vuelta a dos cartas más y el ganador se queda con las ocho cartas. El jugador con más cartas después de jugar durante un tiempo determinado es el ganador.

— PITIDO —

JUEGO

Empiece por identificar un grupo de números para usar en la ronda. Pueden ser números impares o múltiplos de 3 junto con números que tienen un 3 en ellos, o cualquier grupo que proporcione una buena práctica.

Dos o más jugadores se turnan para decir los números a partir de 1. Cuando un jugador tiene un número en el grupo, deben decir “bip”. Si no dicen bip, o dicen bip para un número incorrecto, están fuera. ¡El último jugador que queda gana!

— 3 EN FILA —

JUEGO

Use una baraja de cartas con Q (como 0), A (como 1) y 2-9, o use cuatro juegos de Tarjetas numéricas del 0 al 9. Use una cuadrícula de 4 por 5 en un papel con 20 espacios llenos al azar con múltiplos de 5 y 10. Tenga un juego de fichas para cada jugador. Seleccione una carta al azar y ponga su ficha en ese número multiplicado por 5 o 10, su elección. Una vez ocupada, el otro jugador no puede moverse allí. El primer jugador en conseguir 3 seguidos gana.

Los números 5 y 10 se pueden reemplazar por otros pares como 2 y 4, o 3 y 6. Estos emparejamientos ayudan a practicar estrategias de duplicación para la multiplicación. Por ejemplo, si el jugador no conoce 6×7 , puede doblar 3×7 .

— ARREGLANDO LAS TABLAS —

ROMPECABEZAS

Completar una tabla de multiplicar estándar es aburrido, y los niños rápidamente se dan cuenta de que pueden completarlo usando la suma en lugar de la multiplicación. Para practicar realmente la multiplicación, así como para practicar la resolución de problemas y la factorización, cree una tabla de multiplicar mezclada para su niño/niña.

Haga estas tablas moviendo las filas y columnas y dejando fuera la mayoría de los encabezados y entradas en el medio. A continuación, se muestra un ejemplo que utiliza títulos del 2 al 9:

X	5				6			
2								
		40						
				49				
	20					36		
		72						
			9					12
					48			

Resuelva esto comenzando con las entradas distintivas. El 20 hace que esa fila se multiplique por 4, y luego el 36 hace que su columna sea 9. El 49 obliga a su columna y fila a multiplicarse por 7. El 9 obliga a su columna y fila a multiplicarse por 3. Ahora el 12 debe estar en la columna de 4. Continúe el trabajo de detective de esta manera y complete las entradas a medida que se descubren los títulos.

Área del rectángulo

Requisito previo: Comodidad con la multiplicación de un solo dígito y la suma de dos dígitos

— INTRODUCCIÓN —

El área de un rectángulo es el largo por lo ancho. Esa afirmación se puede hacer tangible para su niño/niña de al menos dos formas. La primera es mostrar un rectángulo dividido en una colección de cuadrados. La segunda es usar formas numéricas para mostrar cómo una cantidad, como 12, se puede colocar en una matriz: 3 por 4, 2 por 6 o 1 por 12. Jugar con áreas rectangulares nos brinda una arena divertida en la que jugar alrededor con multiplicación y factorización!

— OTRA VISITA A FORMAS DE NÚMEROS —

INVESTIGACIÓN

Comience con una gran colección de objetos pequeños, como pasas. Para cada número, investiga qué rectángulos puedes hacer con esa cantidad de objetos. 1 solo se puede hacer con un rectángulo de 1 por 1, y 1 se llama *unidad*. Los números, como el 5, que solo tienen rectángulos de 1 por 5 y 5 por 1, se llaman *primos*. Los números que no son una unidad o un número primo se llaman *compuestos*; se les llama así porque están compuestos de números primos que se multiplican juntos, como $12 = 2 \times 2 \times 3$.

Las dimensiones de cada rectángulo están formadas por valores que dividen el número de manera uniforme y se multiplican juntos para dar el número. Hacer rectángulos es una forma directa de experimentar la divisibilidad. Los números como 16 se llaman *cuadrados* porque uno de sus rectángulos es un cuadrado; un rectángulo para 16 es el cuadrado de 4 por 4.

— EL JUEGO DE PADDOCK —

JUEGO

Cada jugador recibe una hoja de papel cuadriculado. Para el turno de un jugador, use dos naipes del 1 al 10 para determinar las dimensiones de un rectángulo. Si el papel de un jugador tiene espacio, el rectángulo puede colocarse en cualquier lugar en el que su interior no se superponga con un rectángulo existente. Una vez colocado, se sombrea ligeramente su interior y se inscribe su área y dimensiones. Si no hay espacio, se salta el turno. El jugador con el total más grande gana. Para una hoja normal de papel cuadriculado, esto puede ser un juego largo: reduzca el tiempo usando la mitad del papel o limitando el número de turnos.

— DIVIDE LA CAJA —

ROMPECABEZAS

Un rectángulo, de 4 por 4 o más grande, con números en algunos de sus cuadrados, se dividirá en rectángulos más pequeños. Cada número debe terminar en un rectángulo separado cuya área sea ese número.

Fuera de la vista de su niño/niña, crea estos rompecabezas completando primero el rectángulo grande con rectángulos más pequeños. A continuación, coloque el área en cada rectángulo. Por último, dele a su niño/niña el rectángulo grande con solo los números.

			3
	4	3	
	2		
4			

Para resolverlo, observe primero las áreas que son números primos. Además, a veces un área está encuadrada; en este

rompecabezas, el "4" superior debe relacionarse con el cuadrado superior izquierdo de 2 por 2. A continuación, la esquina superior derecha debe usarse en un rectángulo vertical de 3 por 1. ¡Sigue adelante!

Sienta el poder

Requisito previo: *Comodidad al multiplicar números de un solo dígito*

— UNA DEFINICIÓN Y UNA REGLA —

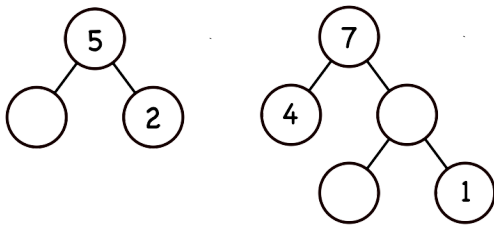
Así como 4×2 es una forma rápida de escribir $2 + 2 + 2 + 2$, 2^4 es una forma rápida de escribir $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Es mucho más fácil decir y entender la frase “dos al cuarto”, “que decir” dos veces dos veces... “Hay dos nombres especiales asociados con poderes. La segunda potencia, 4^2 por ejemplo, se puede decir *cuatro al cuadrado*, y la tercera potencia, 4^3 por ejemplo, se puede decir *cuatro al cubo*.

Cuando se multiplican dos potencias del mismo número, una regla simple gobierna cómo simplificar el resultado: *las potencias se suman*. Por ejemplo, si haces $4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5$, tenemos dos cuatros multiplicados por tres cuatros, por lo que el resultado es cinco cuatros multiplicados. Tenga en cuenta que esta regla de sumar exponentes solo funciona cuando se lleva el mismo número a una potencia.

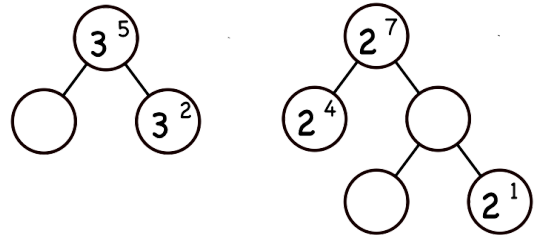
—REUTILIZAR LAS ACTIVIDADES ADICIONALES—

Debido a que los poderes se suman al multiplicar los poderes, cualquiera de nuestros viejos juegos y acertijos que involucran sumas se puede usar para practicar la multiplicación de números que son poderes. Algunos ejemplos de esto son: Capítulo 3 - Sumas de formas y Grupos de suma; Capítulo 4: Sumas adjuntas, Suma Triángulos y Arreglalo.

Aquí hay dos ejemplos usados en el Capítulo 3 para Sumas de formas.



Estos son los mismos dos ejemplos para Productos de forma donde utilizamos multiplicación combinando los círculos en lugar de adición.



Con la práctica, esto se convierte en una rutina y tan fácil como los problemas de suma originales.

Si su niño/niña disfruta de estos problemas y quiere un desafío adicional, comience a hacer que más de un número se eleve a una potencia. Por ejemplo, si multiplica $(4^2 \times 3^3) \times (4^5 \times 3^2)$ puede aplicar nuestra regla por separado a las potencias de 4 y las potencias de 3 y obtener el resultado $4^7 \times 3^5$.

— PRACTICA FACTORIZACIONES DE PRIMOS —

Algo excelente para practicar cuando viaja y tiene tiempo libre es recitar las factorizaciones primas de los números en orden. Esto también proporciona práctica para hablar sobre poderes. Conocer las factorizaciones primas con facilidad será útil en muchas cosas por venir, como trabajar con fracciones. Diviértase con esto y no empuje a su niño/niña más allá de su nivel de comodidad.

Dice así: 1 es una unidad, 2 es primo, 3 es primo, 4 es 2 al cuadrado, 5 es primo, 6 es 2×3 , 7 es primo, 8 es 2 al cubo, 9 es 3 al cuadrado, 10 es 2×5 , 11 es primo, 12 es 2 al cuadrado $\times 3$, 13 es primo, 14 es 2×7 , 15 es 3×5 y 16 es 2 elevado al cuarto. Si su niño/niña falla, ayúdalo(a) a resolverlo en lugar de simplemente recordarle la respuesta.

Factorización con primos

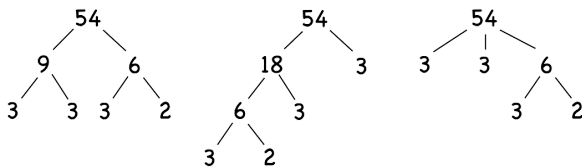
Requisito previo: *Comodidad al multiplicar números de un solo dígito*

— ÁRBOLES DE FACTORES —

INVESTIGACIÓN

Los árboles de factores son una extensión de Productos de Forma de la página anterior. Siente el poder. El objetivo al crear un árbol de factores es reducir un número a sus factores primos. Se pueden aprender muchas cosas sobre un número en el proceso de construcción de un árbol de factores.

Empiece con un número, digamos 54. Puede desglosarse de varias formas. Una forma es 9×6 , otra es 18×3 y otra más es $3 \times 3 \times 6$. Cada una de ellas produce un comienzo diferente para un árbol de factores.



Cada uno de estos árboles finalmente produce los mismos primos en sus hojas. En cada caso, terminamos con $2 \times 3 \times 3 \times 3$, ¡pero mire las diferentes formas de llegar allí!

Después de hacer algunos ejemplos como estos, su niño/niña naturalmente puede comenzar a hacer algunas preguntas.

¿Por qué algunos árboles tienen más niveles que otros? ¿Por qué algunos árboles son más anchos que otros? ¿Por qué las hojas siempre se detienen en los números primos? ¿Por qué las hojas siempre tienen la misma lista de números primos, quizás con reordenamiento?

Esta última pregunta es realmente importante. Es tan grande que se llama Teorema fundamental de la aritmética. ¡Dice que cada número tiene exactamente una forma de expresarse como producto de números primos!

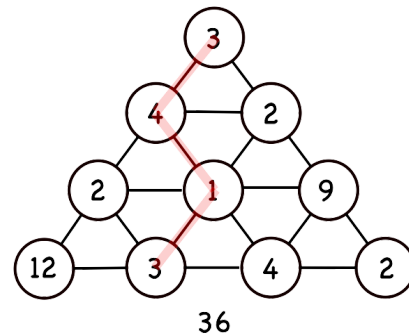
Puede preguntar: ¿Por qué es eso tan importante?

Dice que los números primos son los bloques de construcción multiplicativos de los números, y una vez que haya encontrado una forma de construir un número, esa es la única forma. Si sabe que $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$, entonces no hay forma, usando números enteros, de escribir $54 = 5 \times \underline{\hspace{1cm}}$. La singularidad de las factorizaciones primas es central en la gran cantidad de hermosas teorías de números.

— PIRÁMIDE DE PRODUCTO —

ROMPECABEZAS

Estos acertijos son la versión multiplicativa de las Pirámides de suma que se vieron en el Capítulo 4. Se le proporciona un número objetivo y una pirámide de números. El desafío es encontrar un camino de números conectados hacia abajo de la pirámide para que el producto de los números seleccionados sea el objetivo.



El objetivo es 36 en esta pirámide y las líneas rojas indican el camino que funciona. Su niño/niña puede notar que estos acertijos son mucho más fáciles si comienzan haciendo la factorización principal del objetivo. Debido a que $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, saben que deben recoger esos factores primos a lo largo del camino y esto ayuda a guiar la búsqueda. El que el adulto sepa sobre las factorizaciones primas también hace que sea mucho más fácil crear estos rompecabezas.

Suma y resta

Requisito previo: *Tener un sentido del valor posicional de 2 dígitos y cómo se relaciona con la suma y la resta.*

— 100 RISAS —

JUEGO

Utilice una baraja de cartas con Q (como 0), A (como 1) y 2-9. Establezca el número objetivo como 100. Se eligen cuatro cartas al azar y se usan para hacer un par de números de 2 dígitos, un recurso compartido.

Cada jugador recibe 14 cartas al azar boca arriba. Los jugadores alternan turnos. Durante un turno, un jugador usa dos cartas para reemplazar dos de las cuatro cartas, y el par de números resultante debe sumarse al objetivo. Un jugador pasa si eso no es posible. El primer jugador que se quede sin cartas gana. Si ambos jugadores se atascan, el jugador con menos cartas gana.

Algunas opciones son cambiar el número objetivo y dar a los jugadores menos o más de 14 cartas. Otra opción es utilizar la resta junto con un número objetivo más pequeño.

— SORTEO DE 5 CARTAS HACIA UN OBJETIVO —

JUEGO

Elija un número objetivo, digamos 100. Cada jugador toma cinco cartas al azar del 0 al 9. Se forman dos números de 2 dígitos con estos números, la quinta carta no se usa. Se suman los dos números y el jugador más cercano al objetivo gana un punto para esa ronda. Gana el mayor número de puntos después de un número fijo de rondas.

Una opción es usar números de tres dígitos, y el número objetivo de 1000, y cada jugador recibe siete cartas. Otra opción es utilizar la resta con un número objetivo más pequeño.

— SUSTITUCIÓN DE LETRAS —

ROMPECABEZAS

Una vez que su niño/niña se sienta cómodo(a) con los acertijos de Números perdidos de algunas páginas anteriores de este capítulo, puede comenzar con estos rompecabezas. En estos, uno o más de los dígitos se reemplazan por letras. Las tres reglas para las letras son:

- Una letra dada es siempre el mismo dígito
- El más a la izquierda de un número nunca es 0
- Las letras diferentes deben ser dígitos diferentes

Cree estos rompecabezas tomando un problema de suma o resta y reemplazando uno o más de los dígitos, como en los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 23 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array} \quad \begin{array}{r} B3 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array}$$

Los acertijos también se pueden crear para crear interesantes desafíos de resolución de problemas para su niño/niña. Tenga en cuenta que los valores de las letras no se transfieren de un rompecabezas a otro.

$$\begin{array}{r} B \\ +8 \\ \hline C \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +B \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +A \\ \hline C4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +2 \\ \hline BC \end{array}$$
$$\begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline AC \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +BB \\ \hline A7 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +AB \\ \hline BA \end{array} \quad \begin{array}{r} BA \\ +BB \\ \hline CAB \end{array}$$

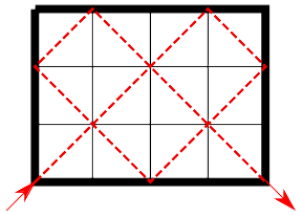
Formas dentro de las formas

Requisito previo: *Curiosidad y persistencia para encontrar patrones que involucran formas*

— BOLA DE BILLAR QUE REBOTE —

INVESTIGACIÓN

Imagine una mesa de billar que tiene un bolsillo en cada una de las cuatro esquinas. Cuando una pelota rebota en el costado de la mesa, rebota en el mismo ángulo en el que entró. Esta investigación analiza la pregunta: si disparamos una pelota en un ángulo de 45 grados desde una esquina, ¿dónde terminará? La respuesta depende del tamaño de la mesa. Esto es lo que sucede en una mesa de 3 por 4.



Después de jugar con varios de estos, desafíe a sus niños a predecir cuál es la respuesta de antemano. Comenzando en la esquina inferior izquierda, ¿qué esquina se golpeará primero y cuántos rebotes tomará?

— LLENANDO REGIONES CON FORMAS —

INVESTIGACIÓN

Suponga que tiene un tablero de ajedrez de 8 por 8 y tiene una colección de fichas de 1 por 2. Encontrar una manera de cubrir exactamente el tablero de ajedrez con 32 de estas fichas de 1 por 2 es bastante simple.

Empecemos a jugar quitando cuadrados del tablero de ajedrez. Si quita una esquina del tablero de ajedrez, sabrá de inmediato que ya no puede cubrir el tablero de ajedrez con fichas porque las fichas cubrirán un número par de casillas, y ahora hay 63 casillas. Bien, quite dos esquinas para hacer un número par de cuadrados restantes, ¿puede cubrirlo ahora? La respuesta depende de las dos esquinas que elimine. ¿Por qué? ¿Qué pasa si ya no te limitas a quitar esquinas, qué sucede?

Una lección importante al tratar con preguntas como estas es aprender jugando con problemas más pequeños. Pruebe estas preguntas en un tablero de 4 por 4 o 6 por 6 primero.

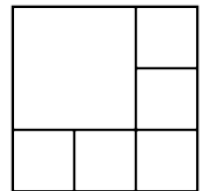
Si sus niños disfrutan con estas preguntas, comience a usar otras formas para llenar el tablero. Juega llenándolo con fichas de 1 por 3 o con 3 cuadrados en forma de L. ¿Qué patrones y reglas descubres con estos? ¿Con qué otras formas podría ser interesante jugar?

— LLENADO CUADRADOS CON CUADRADOS —

INVESTIGACIÓN

¿De qué manera se puede llenar un cuadrado con otros cuadrados, donde los otros cuadrados no necesitan ser todos del mismo tamaño? Sin embargo, la longitud del lado de cada cuadrado debe ser un múltiplo de un número entero de una longitud fija. La pregunta a investigar es: ¿Cuáles son todos los números de cuadrados que son posibles? Si sabe que un número es posible, ¿hay una manera fácil de describir cómo hacerlo?

Deje que su juego con él durante muchos días y no se apresure a encontrar la respuesta. Aquí hay un diagrama que muestra cómo 6 es posible.



Si a sus niños les gusta explorar esa pregunta, explore variaciones sobre este tema. Suponga que sólo permite cuadrados de ciertos tamaños, como 1 por 1, 2 por 2 y 3 por 3. Otra dirección para mirar es llenar otras figuras con figuras que tienen la misma forma. Por ejemplo, haz la misma pregunta para triángulos regulares (triángulos con todos sus lados de la misma longitud). Algunas cifras son interesantes de investigar de esta manera, y otras no lo son en absoluto, ¿cuáles?

Multiplicación y múltiplos

Requisito previo: *Comodidad al multiplicar números de un solo dígito y el conteo saltado hasta 100*

— EL JUEGO DEL PRODUCTO —

JUEGO

Utilice una hoja de papel compartida rellena de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

El primer jugador mueve una ficha a cualquier número del 1 al 9 en los cuadrados del 1 al 9. El segundo jugador coloca otra ficha en uno de los cuadrados del 1 al 9 y reclama el producto en la cuadrícula de 6 por 6. A partir de ese momento, cada jugador elige mover cualquiera de las dos fichas y reclama el producto (si puede). El primer jugador en reclamar 3 casillas seguidas gana.

Mezcle los números de los productos para que su niño/niña practique mejor la identificación de los productos. Consulte el Capítulo 5 Material adicional para conocer los diseños de tablas más grandes con rangos más amplios.

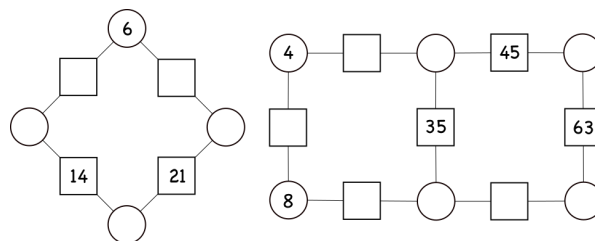
— SALTANDO ISLAS CON PRODUCTOS —

ROMPECABEZAS

Estos rompecabezas tienen islas (círculos y cuadrados) conectados por puentes (líneas). Si hay dos círculos a cada lado de un cuadrado, entonces el cuadrado contiene el producto de los dos círculos. El desafío consiste en completar los números que faltan.

Haga estos rompecabezas llenando los círculos, luego llenando los cuadrados y finalmente quitando algunos de los números antes de dárselos a su niño/niña.

Además de practicar la multiplicación, estos acertijos se pueden estructurar para practicar también *factores comunes*. En el primer acertijo, el único número, que no sea 1, que divide 14 y 21 es 7, por lo que es el número en el círculo inferior.



— JUEGO DE LAS DAMAS EN MATEMÁTICAS —

JUEGO

Este juego está ligeramente inspirado por las damas. Cada jugador tiene 10 fichas. Las fichas están numeradas del 1 al 10, con la ficha "10" marcada con 10 y 11. Las fichas comienzan en las últimas filas de una tabla de 100: un jugador en las casillas 1 a 10 y el otro en las casillas 91 a 100.

Inicialmente, las fichas solo pueden avanzar una fila a cualquier múltiplo de los números en el marcador que elijan; para el jugador que comienza del 1 al 10, avanzar significa números más grandes, y para el jugador que comienza del 91 al 100, adelante significa números más pequeños. Una vez que un contador ha recorrido todo el tablero, se convierte en rey y luego puede avanzar o retroceder una fila después de eso. Una pieza del oponente se toma al aterrizar sobre ella. La pieza de un jugador no puede duplicarse con otra pieza del mismo jugador. Ganas tomando todas las piezas de tu oponente.

Para los jugadores más jóvenes, acorte el tablero para usar las primeras 6 filas, los números del 1 al 60. Los niños que aún no conocen todos los múltiplos pueden usar el conteo por saltos para calcular los movimientos.

Sumar, restar y multiplicar

Requisito previo: *Comodidad con la suma y resta de dos dígitos y la multiplicación de un dígito*

— CONTAR VECINOS —

JUEGO

Use tres dados y un tablero de números de 8 por 8 del 1 al 64. Un jugador tira los dados y usa sumas, restas, multiplicaciones y divisiones para hacer cualquier número no marcado en el tablero. El jugador marca este cuadrado y recibe un punto por el cuadrado más un punto más por cada cuadrado marcado que toca, incluso en diagonal. Si un jugador no puede hacer una jugada, cualquier otro jugador que encuentre una jugada puede reclamar esa puntuación. Juega cinco o más rondas, ganando la mayor puntuación.

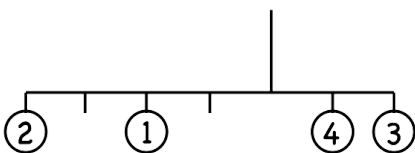
Algunas opciones del juego son usar un cuarto dado y usar un tablero más pequeño o más grande.

— HACIENDO UN MÓVIL —

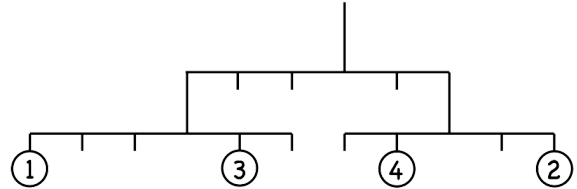
ROMPECABEZAS

Te dan algunas pesas y un diseño para un móvil que tiene algunos puntos de sujeción. El desafío es poner como máximo una pesa por punto de sujeción para que el móvil se equilibre a lo largo de cada brazo. Suponga que los cables no pesan. Cada brazo del móvil es una palanca que necesita equilibrio, por lo que estos acertijos son una extensión del acertijo de Palanca de balance que se presentó anteriormente en este capítulo; practique esos acertijos antes de comenzar con estos.

Comience con los móviles más simples, que son solo palancas en el aire. Aquí hay una solución para poner las pesas de 1 a 4 en este móvil para equilibrarlo. Esto funciona porque $2 \times 4 + 1 \times 2 = 4 \times 1 + 3 \times 2$.



Aquí hay un móvil más complicado. Use el total de las pesas debajo de él para equilibrar cada lado del cable superior $(1 + 3) \times 3 = (4 + 2) \times 2$.



Consulte el Material adicional del Capítulo 5 para obtener más ejemplos y una discusión más extensa sobre los móviles.

— CALCULADORAS LIMITADAS —

ROMPECABEZAS

La premisa es que tienes una calculadora que está muy averiada y tienes el desafío de producir algún resultado en la calculadora. Esto es fácil de jugar oralmente siempre que tengas un momento libre. Aquí hay algunos ejemplos para comenzar.

Suponga que tiene una calculadora con $+$, $-$, \times y $/$, pero solo una tecla numérica que funciona, la 4. ¿Podría obtener el resultado 21? Si es así, ¿cuál es la menor cantidad de pasos que necesitaría? Suponga que podría usar 4 como máximo cuatro veces, ¿qué números podría producir? Suponga que tiene que usar el 4 exactamente cuatro veces. Juega con tener otras teclas únicas y creando otros resultados.

Suponga que su calculadora solo pudiera sumar 4 o 7. ¿Qué números podría producir? Suponga que tiene 4 o 7, pero ahora puede sumar y restar. ¿Qué números podrías producir? Esta es la misma actividad que hemos visto en otros entornos.

Suponga que solo tiene una tecla del 1 y solo puede sumar o duplicar. Por ejemplo, $2 \times (2 \times 1) + 1$ es 5. ¿Qué otros números puedes crear?

Recuento de factores

Requisito previo: *Puede multiplicar números de un solo dígito y está mejorando en la factorización de números*

— AGARRANDO FACTORES —

JUEGO

Use un tablero con una cuadrícula de 4 por 6 Y números del 1 al 24. En un turno, un jugador elige un número que no está cubierto y tiene al menos un factor sin cubrir: el jugador obtiene el número seleccionado y el otro jugador obtiene uno o todos los factores no cubiertos (puede elegir cuantos quiera). Se juega alternativamente hasta que no queden números legales. Los jugadores suman sus números y la suma más alta gana.

Esto también se puede jugar como un rompecabezas solitario, a veces llamado Taxman. En esta versión, un jugador selecciona cada número y el recaudador de impuestos (Taxman) obtiene todos los factores disponibles. El juego continúa hasta que el jugador ya no tiene un movimiento legal; en ese momento, el recaudador de impuestos (Taxman) recibe los números restantes. El objetivo es tener una suma lo más grande posible, más grande que el recaudador de impuestos (Taxman) cuando sea posible.

Haga que el rango de números se adapte a la capacidad de los jugadores; podría ser del 1 al 12 o tan alto como del 1 al 60.

— DOBLE O NADA —

JUEGO

Los jugadores comienzan el juego eligiendo en secreto 5 números distintos mayores de 20 y no mayores de 120. Una vez seleccionados, se escriben donde todos puedan verlos.

Usando tarjetas numéricas o algún otro dispositivo, se crea un número aleatorio del 1 al 20. Ese número se duplica repetidamente hasta que se acierta el número de alguien por primera vez o el número se vuelve más grande que 120. El primer jugador en obtener los cinco números es el ganador.

Después de que su niño/niña haya jugado varias veces, comenzará a desarrollar estrategias para seleccionar sus cinco números. Una estrategia simple es que es una mala idea elegir un número, como 46, que no sea una potencia de 2 veces un número entre 1 y 20; nunca lo acertará. Algunos números con muchos factores de 2, como 32, tienen más probabilidades de acertar porque pueden llegar a ellos más números iniciales.

Hay muchas otras opciones para jugar. Puede triplicar el número cada vez en lugar de duplicarlo. Puede duplicarlo y agregar uno cada vez. Para los jugadores más jóvenes, seleccione números por encima de 10 y no por encima de 60, y seleccione un número aleatorio del 1 al 10.

— GUERRA DE FACTORES —

JUEGO

Tenga dos juegos de cartas, digamos del 1 al 25. Juegue el juego de guerra (War) estándar con estos, solo que ahora el ganador es la carta que tiene más factores. Por ejemplo, 12 vence a 16 porque 12 tiene 6 factores (1, 2, 3, 4, 6 y 12) mientras que 16 tiene 5 factores (1, 2, 4, 8 y 16). El poseedor de la carta ganadora debe poder enumerar correctamente los factores para ganar las cartas; de lo contrario, las cartas se volverán a barajar en la pila de robo de cada jugador. Al igual que con Guerra (War) estándar, cuando hay un empate, las siguientes cartas se dan la vuelta y el ganador recibe todas las cartas.

Hay varias variaciones posibles con las que puedes jugar. Puedes jugar a que gane el menor número de factores. Puede contar el total de sólo los factores primos en lugar de todos los factores. Puedes jugar a que las potencias primas (números que son la potencia de un primo) vencen a otros números.

Productos interesantes

Requisitos previos: *multiplicación de un solo dígito y conteo de saltos*

— BINGO DE MULTIPLICACIÓN —

JUEGO

Cada jugador comienza con una cuadrícula de números de 4 por 4 que son posibles productos de la multiplicación; estos números pueden ser asignados al azar o elegidos cuidadosamente por el jugador.

Para empezar, se reparten dos cartas y se ponen boca arriba sobre la mesa. Si alguno de los jugadores tiene el producto de esos dos números, lo cubren. A partir de ese momento, los jugadores se turnan para tomar la primera carta del mazo de robo y elegir cuál de las dos cartas reemplazar. Todos los jugadores que tienen un partido con el producto lo cubren. El primer jugador en conseguir 4 seguidos gana.

— CRUZANDO EL VOLCÁN —

JUEGO

Usa una tabla de 100 con los 36 cuadrados en los cuatro bordes de color gris. Use naipes sin dibujos o use tarjetas de números del 1 al 10.

En un turno, si elige un 1, puede reclamar cualquier número impar; si elige cualquier otro número, puede reclamar cualquier múltiplo. Si reclama un número, su oponente no puede reclamarlo. El objetivo es trazar un camino desde un borde hasta el borde opuesto, en cualquier dirección. No necesita reclamar los cuadrados en el orden de su ruta.

Puedes jugar a que las conexiones diagonales están bien o no. Otra opción es incluir tarjetas con imágenes; si obtiene una de estas, puede colocar un cuadrado bloqueado que no se puede incluir en el camino de ninguna de las personas.

— PRODUCTOS CRUZADOS —

ROMPECABEZAS

Este acertijo de multiplicación es de 3 por 3 con cada uno de los números del 1 al 6 que aparezcan exactamente una vez, o de 4 por 4 con los números del 1 al 8 exactamente una vez. El desafío es llenar algunos de los cuadrados, dos números para cada fila y cada columna, de modo que el producto de una fila sea el número marcado en el extremo izquierdo y el producto de la columna sea el número marcado arriba de la columna. Es posible que algunas filas o columnas no estén marcadas; de ser así, no hay ninguna restricción sobre el producto de esas filas o columnas.

		30	12	
4				
10				

----->

		30	12	
4	1		4	
10	2	5		
		6	3	

Resuelve este acertijo encontrando columnas y filas donde puedas identificar los dos números. La columna 30 debe tener 5 y 6, y la fila 10 debe tener 2 y 5. Luego, la columna 12 debe tener 3 y 4 y la fila 4 debe tener 1 y 4. El resto sigue rápidamente.

		7	40	18	
5					
21					
32					

----->

		7	40	18	
			2		6
5	1			5	
21	7				3
32		4	8		

Como suele ser el caso con estos rompecabezas, el adulto puede hacerlos completando los números en el interior del rompecabezas primero, escribiendo los productos y luego quitando todos los números del interior.