Matemáticas Tempranas en Familia

Early Family Math

Capítulo 3 Material adicional

— Introducción —

¿Es usted de los que desean que haya más ejemplos, discusiones y comentarios en las descripciones intencionalmente breves de las lecciones? Si es así, ¡usted ha venido al lugar correcto! Este archivo contiene material adicional para algunas de las actividades del capítulo 3.

Para los juegos, se dan varios ejemplos resueltos, junto con comentarios adicionales sobre cómo crearlos. El programa Early Family Math se basa en la idea de que las matemáticas tempranas son algo que una familia debe hacer en conjunto, y crear juegos matemáticos para que su niño/niña los resuelva con usted es una parte importante de ese proceso. Una vez que domine cada juego, usted encontrará que la mayoría, si no todos, son bastante fáciles de crear.

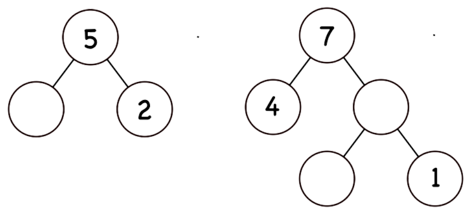
Muchos de estos juegos tienen diferentes niveles de dificultad, y en las próximas páginas hay numerosas sugerencias y ejemplos sobre cómo crear esos diferentes niveles. Empiece siempre con los juegos más fáciles. Es mucho mejor que su niño/niña experimente el éxito, la comprensión y la diversión con juegos que son demasiado fáciles, a que se sienta frustrado, desanimado y desafiado por los que son demasiado difíciles. Una vez que su niño/niña desarrolle confianza y entusiasmo por una actividad matemática, es el momento de incorporar lentamente desafíos mayores. Además, no todos los juegos serán divertidos para todos, así que no fuerce los juegos y las actividades que simplemente no parecen encajar.

Esto es lo que encontrará en las siguientes páginas:

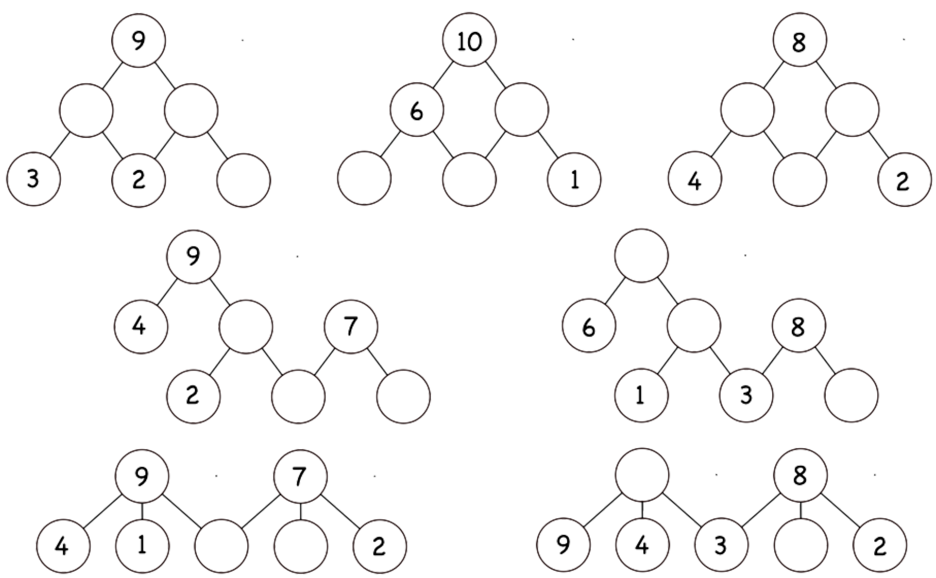
Capítulo 3 — Suma de formas

Estos juegos matemáticos utilizan círculos numerados conectados de manera ascendente, y cada círculo es la suma de todos los círculos directamente debajo y conectados a él.

Los juegos más fáciles tienen la mayoría de los círculos resueltos. Aquí hay dos ejemplos que son fáciles de resolver.



Estos juegos se pueden hacer más difíciles si se usa un círculo en más de una dirección. Los siguientes siete son cálculos directos, excepto el de la derecha de la primera fila. Es más complicado porque el círculo en el medio está conectado a dos círculos desconocidos encima de él. Este juego involucra números lo suficientemente pequeños como para que se pueda resolver fácilmente con un poco de prueba y error.

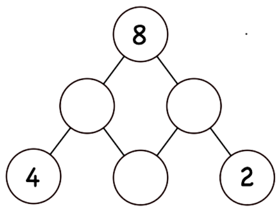


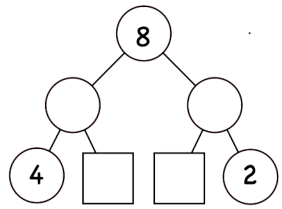
Otra opción para agregar complejidad a estos juegos es utilizar figuras no circulares. Si bien el valor en un círculo puede o no ser el doble del valor en algún otro círculo o figura, el valor en una figura no circular debe tener el mismo valor en todos los demás lugares con la misma figura. Por ejemplo, todos los cuadrados tienen el mismo valor. Use figuras similares para practicar la suma de números iguales, casi iguales y calcular mitades.

Si lo desea, puede agregar la regla de que dos figuras no circulares que tienen formas diferentes deben tener valores diferentes; por ejemplo, un cuadrado y un hexágono deberían tener valores diferentes.

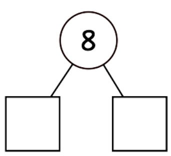
Haga cualquiera de estos juegos comenzando con un diagrama que esté completamente resuelto y luego quite algunos números. Si el juego tiene algunos números repetidos, use un cuadrado u otra figura en lugar de un círculo para ese número repetido.

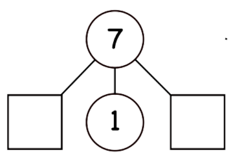
Los siguientes dos juegos ilustran la diferencia psicológica entre usar un círculo desde dos direcciones y reemplazar el círculo con dos cuadrados. Estos dos juegos son esencialmente iguales, pero un niño pequeño encontrará el primero mucho más fácil de entender y trabajar. Por favor, ofrézcale a su niño/niña mucha práctica con juegos de solo círculos antes de aventurarse con juegos más sofisticados con figuras no circulares.

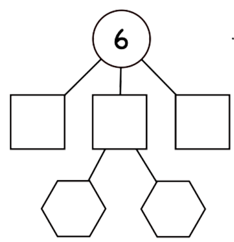




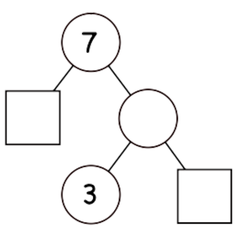
Los juegos similares a los tres siguientes son útiles para practicar la suma de números iguales, casi iguales y triples.

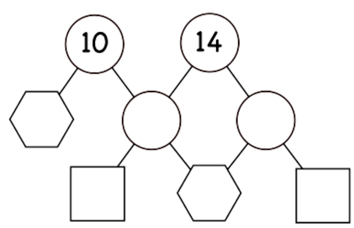


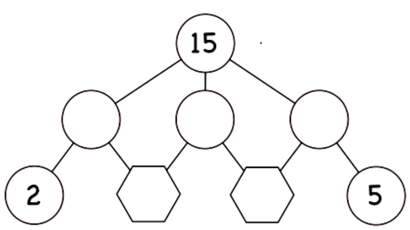


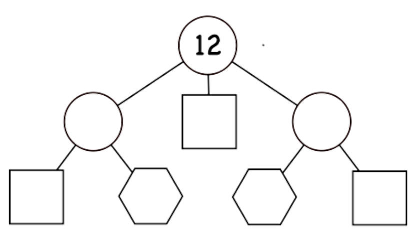


A continuación, se muestran algunos ejemplos del uso de figuras no circulares para hacer juegos más complicados. Si su niño/niña disfruta de estos, hay muchas más variaciones para explorar. ¡Diviértanse!









Capítulo 3 — Nim: Doblando el límite

— Un montón —

Establezca un total inicial, digamos 20. Deje que su niño/niña elija si va primero o segundo. Durante el primer turno, un jugador elige restar 1 o 2 del total actual. Después del primer turno, un jugador puede restar cualquier número desde 1 hasta el doble del número utilizado en el último turno. La primera persona en llegar a 0 gana.

Hay muchas versiones alternativas de este juego. Algunas de ellas son:

- La primera persona en alcanzar el objetivo pierde.
- En lugar de utilizar el rango de 1 a 2, el rango inicial es de 1 a uno menos (o dos menos) que el número objetivo.
- Practiquen sumar, en lugar de restar, comenzando en 0 y haciendo que la primera persona en alcanzar el objetivo gane (o pierda).
- El límite inicial es uno (o dos) menos que el número objetivo y, en lugar de duplicar el valor utilizado en el último turno, utilice el valor del último turno como límite.
- El límite inicial es uno (o dos) menos que el número objetivo, y en lugar de duplicar el valor usado en el último turno, use el triple del valor del último turno.

Como puede ver, hay muchas variaciones. Inventen sus propias reglas familiares si están disfrutando del juego.

En su mayor parte, estos juegos son mucho más difíciles de analizar que las versiones de Nim que utilizan un conjunto fijo de opciones para cada movimiento.

— Más de un montón —

Otra forma adicional de crear nuevas versiones de este juego es usar más de un número. Imagine que esta versión tiene varios montones de fichas (piedritas, trozos de comida). Por ejemplo, podría tener dos montones con 12 fichas en un montón y 8 en el otro. Una regla estándar a utilizar es que puede tomar cualquier número de fichas, pero todas deben ser de un solo montón.

Las versiones alternativas de este juego son:

- Hay más de dos montones.
- Tienen la opción de tomar la misma cantidad de fichas de todos los montones.
- Tienen la opción de tomar la misma cantidad de fichas de los montones que elijan.
- Solo pueden tomar fichas del montón más grande.

Como puede imaginar, hay incluso más versiones de este juego; sin embargo, ¡quizás esto sea más que suficiente por ahora!

Capítulo 3 — Contar pares e impares

— Configuración básica —

Utilice una pequeña colección de tarjetas numéricas con cantidades pequeñas. Comience con tres tarjetas y luego use más tarjetas si a su niño/niña le gusta la investigación.

Suponga que los números son 1, 2 y 3. La pregunta es: Si elige dos tarjetas al azar y las suma, ¿es más probable que obtenga una número par o impar?

Hay dos formas de analizar esto. Una forma es hacer experimentos. Baraje las cartas, elija dos cartas al azar y compruebe si la suma es par o impar. Después de cada experimento, coloque una marca de verificación en la columna correspondiente en una hoja de papel para contar los resultados pares e impares.

La segunda forma es contar cuántas formas hay de obtener un número impar frente a un número par. Por ejemplo, en el caso de usar 1, 2 y 3, hay una forma de obtener un número par (1 + 3) y dos formas de obtener un número impar (1 + 2, 2 + 3). Entonces, para los números 1, 2 y 3, las sumas de números impares son dos veces más probables.

Después de haber jugado con 1, 2 y 3 por un tiempo, pruebe con otros grupos de tres cartas. ¿Sucede algo diferente con los números 2, 3 y 4? Los grupos 1, 3, 5 y 2, 4, 6 solo producen números pares, ¿por qué? Después de jugar un rato con tres cartas, observen qué pasa con 4 o más cartas.

Para convertirlo en un juego, deje que un jugador sea par y el otro jugador impar. Vea quién tiene más éxitos después de una docena de pruebas.

— Análisis de la investigación —

Lo divertido de una investigación es que invita a una persona a jugar con los números y a ser matemático. Como se mencionó anteriormente, juegue con diferentes grupos de tres números. Después de un poco de experimentación, su niño/niña puede notar que cualquier grupo de tres números que tenga al menos un número par y un número impar se comporta de la misma manera. Sin embargo, si todos los números son impares o pares, entonces las sumas son todas pares. Lo que trae a colación la pregunta habitual: ¿Por qué sucede eso?

Después de un poco de experimentación, incluso un niño pequeño puede dar con la hermosa regla de la teoría de los números que dice:

- par más par resulta en par
- par más impar resulta en impar
- impar más impar resulta en par

¿Por qué funciona esta regla? Utilice la actividad Formas de números para representar números pares e impares con dos filas de fichas. ¿Cuándo va a resultar en dos filas iguales la suma de estos dos números?

Una vez que se descubre esta regla, su niño/niña puede darse cuenta de que los números en particular no importan tanto. Tener los números 1, 2, 3 realmente no es diferente de tener los números 3, 4, 5 (o 3, 12, 17 para el caso). El análisis realmente depende de cuántos números son pares y cuántos son impares.

Con eso en mente, aquí hay una tabla de los posibles resultados para grupos de tamaño tres y cuatro.

<u>3 números:</u>

- 3 pares, 0 impares - 3 sumas pares
- 2 pares, 1 impar - 1 suma par, 2 sumas impares
- 1 par, 2 impares - 1 suma par, 2 sumas impares
- 0 pares, 3 impares - 3 sumas pares

<u>4 números:</u>

- 4 pares, 0 impares - 6 sumas pares
- 3 pares, 1 impar - 3 sumas pares, 3 sumas impares
- 2 pares, 2 impares - 2 sumas pares, 4 sumas impares
- 1 par, 3 impares - 3 sumas pares, 3 sumas impares
- 0 pares, 4 impares - 6 sumas pares

¡Los resultados son sorprendentes y dejan muchas cosas por investigar si a uno le interesa! ¿Qué sucede con 5 números, 6 números o más? ¿Por qué el intercambio de números pares e impares no parece cambiar los resultados? Por ejemplo, si tiene 3 pares y 1 impar, obtendrá los mismos resultados que 1 par y 3 impares. Para circunstancias como 3 pares y 1 impar, ¿por qué los resultados salen equilibrados cuando los pares e impares comienzan desequilibrados?

¡Estas son algunas matemáticas geniales e incluso un niño pequeño puede jugar con ellas!

Capítulo 3 — Grupos de suma

Estos juegos matemáticos utilizan una cuadrícula de números con una suma objetivo. Busque grupos de dos, tres o cuatro números que sumados den como resultado el objetivo. Los miembros de un grupo deben compartir lados. Use fichas, como diferentes tipos de productos alimenticios, para identificar a cada grupo dentro de la cuadrícula. Cuando esté completada, toda la cuadrícula estará compuesta por grupos identificados.

6

1	2	2
5	3	4
1	3	3

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

Estos juegos proporcionan una práctica particularmente buena con los vínculos numéricos. Al usar fichas en lugar de un lápiz, puede usar las hojas de juegos una y otra vez.

Cree estos juegos comenzando con una cuadrícula vacía y colocando números alrededor de la cuadrícula usando pares y tríos que sumados den como resultado la suma objetivo. Es más divertido si el juego tiene una sola solución, pero no se preocupe por eso.

6

1	2	2
5	3	4
1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6

5	1	4	2
3	1	3	3
2	2	3	1
5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7

2	4	3
5	2	1
6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7

5	2	1	1
6	1	2	6
3	4	3	1
4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8

5	1	7
1	2	3
6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9

1	0	9
4	6	5
4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9

5	4	3	6
7	4	2	3
2	5	3	6
8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10

8	2	3
5	3	4
5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10

1	5	3	2
4	3	7	4
5	3	5	6
3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5

Capítulo 3 — Rescate del zoológico

— Descripción del juego —

En este juego, use dos dados o dos juegos de tarjetas numéricas que vayan del 1 al 6. Cada jugador tiene 6 fichas; las fichas de animales son perfectas para este juego si las tiene. Cada jugador también tiene una hoja de papel con casillas numeradas del 0 al 5. Cada jugador decide dónde colocar sus 6 fichas; está bien poner más de una ficha en una casilla.

Durante el turno de un jugador, se crean dos números tirando los dados o eligiendo dos cartas, y se usa la resta de esos números. El jugador puede liberar una de sus fichas si tiene una en la casilla con el número correspondiente. El primer jugador en rescatar todas sus fichas gana.

— Estrategia para colocar las fichas —

¿Cómo debe un jugador colocar las 6 fichas? Como suele ser una buena idea, comencemos con una pregunta más simple: ¿Dónde sería el mejor lugar para colocar 1 ficha? Esto claramente sería en la casilla con más probabilidades de ocurrir. En lugar de hacer un análisis complicado, simplemente podemos enumerar las posibilidades y ver qué diferencias ocurren más seguido.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1- 3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Contando los resultados, tenemos 0 - 6 veces, 1 - 10 veces, 2 - 8 veces, 3 - 6 veces, 4 - 4 veces y 5 - 2 veces. Entonces, 1 es claramente la mejor opción y sucederá 10/36 de las veces. Podemos clasificarlos en orden de frecuencia como 1, 2, 3, 0, 4 y 5.

La pregunta mucho más difícil es qué hacer con más de una ficha. Una vez que haya visto estos números, una buena pregunta para un niño mayor es: ¿por qué no pondría todas sus fichas en 1? Para ver la respuesta a esto, imagine la situación más simple en la que solo tiene dos fichas e ignora todos los resultados que no sean 1 o 2. Entonces 1 sucedería 10/18 de las veces y 2 sucedería 8/18 de las veces. Si pone ambas fichas en 1, necesitaría obtener un 1 y luego un 1 para ganar después de dos tiradas. Sin embargo, si pone una ficha en 1 y una ficha en 2, tendrá éxito después de dos tiradas con un 1 y luego un 2, o un 2 y luego un 1, ¡algo que es aproximadamente un 60% más probable que suceda!

En lugar de comenzar un análisis largo y detallado, dejémoslo en algo bastante simple que atraiga nuestra intuición: coloque la mayoría de sus fichas en 1, algunas más en 2 y tal vez una en 0 o 3. No hay garantía de que usted ganará, ¡pero debería irle bastante bien a largo plazo!

Capítulo 3 — Sumas comunes

— Introducción a la investigación —

Haga una hoja de papel con 12 filas. En cada fila, coloque 8 cuadrados. La columna de cuadrados más a la izquierda tiene los números del 1 al 12 escritos en los cuadrados. Ponga 1 ficha en cada uno de los 12 números. Empiece a lanzar un par de dados. Después de cada tirada, sume los dados y mueva la ficha del número que corresponda a la suma de los dados un cuadrado hacia la derecha. El objetivo de cada ficha es ser la primera en atravesar la página hasta llegar al lado derecho.

Deje que su niño/niña haga algunas preguntas para investigar. Algunas preguntas naturales son:

- ¿Qué ficha ganará y por qué?
- ¿Qué fichas funcionan bien y cuáles no?
- ¿Qué ficha es la peor?
- ¿Cómo cambiarán los ganadores si las filas se cambian para tener menos cuadrados o más cuadrados?

Haga que su niño/niña explique sus ideas sobre las respuestas a estas preguntas y luego investigue sus ideas realizando experimentos.

Agregue un elemento competitivo a esto adivinando qué ficha ganará antes de que comience la ronda.

— Análisis —

Al igual que con el análisis del juego anterior, la forma más sencilla de analizar esto es enumerar todas las posibilidades.

1 + 1	2		2 + 1	3		3 + 1	4		4 + 1	5		5 + 1	6		6 + 1	7
1 + 2	3		2 + 2	4		3 + 2	5		4 + 2	6		5 + 2	7		6 + 2	8
1 + 3	4		2 + 3	5		3 + 3	6		4 + 3	7		5 + 3	8		6 + 3	9
1 + 4	5		2 + 4	6		3 + 4	7		4 + 4	8		5 + 4	9		6 + 4	10
1 + 5	6		2 + 5	7		3 + 5	8		4 + 5	9		5 + 5	10		6 + 5	11
1 + 6	7		2 + 6	8		3 + 6	9		4 + 6	10		5 + 6	11		6 + 6	12

Resumiendo la frecuencia tenemos: 1 - 0 veces, 2 - 1 vez, 3 - 2 veces, 4 - 3 veces, 5 - 4 veces, 6 - 5 veces, 7 - 6 veces, 8 - 5 veces, 9 - 4 veces, 10 - 3 veces, 11 - 2 veces, 12 - 1 vez. Por cierto, estos son buenos números para recordar para cualquier juego de dados que implique sumar los dos dados.

Entonces, 1 siempre perderá y 7 es el más probable de que gane. Sin embargo, la diferencia de frecuencia entre 7 y 6 u 8 no es muy grande. Si solo hace unas pocas tiradas, sería muy difícil predecir con certeza cuál ganaría. Solo cuando haga muchas tiradas puede garantizar que el 7 ganará finalmente.

Capítulo 3 — Variaciones de sudoku

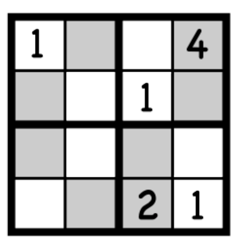
Hay muchas variaciones de sudoku en el mundo, e incluso hay otros juegos que son similares a esas variaciones de sudoku. Esta sección analizará cinco de estas variaciones de sudoku. Todos siguen la regla del cuadrado latino: que cada número aparece exactamente una vez en cada fila y columna.

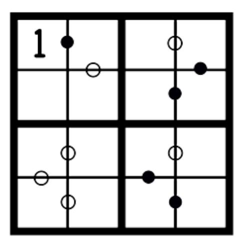
Puede hacer cualquiera de estos sudokus comenzando con un juego resuelto del tipo apropiado, ya sea un cuadrado latino o un rompecabezas sudoku. Todas las soluciones de sudoku proporcionadas en el Material adicional para los Capítulos 1-2 deberían serle útiles para esto. Una vez que tenga una solución a la mano, agregue la información adicional necesaria para este tipo especial de juego y elimine algunos o todos los números.

— Rompecabezas sudokus con información adicional —

Estos dos tipos de sudokus son cuadrados latinos que tienen la restricción adicional de que cada subregión tiene todos los números apareciendo exactamente una vez. Además de ser un rompecabezas sudoku, tienen propiedades adicionales.

Sudokus pares-impares. En estos sudokus, los números pares están en gris. Esta información adicional tiende a hacer estos juegos mucho más fáciles y, por lo general, es posible eliminar casi todos los números inicialmente.



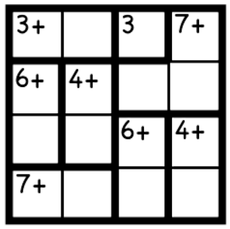


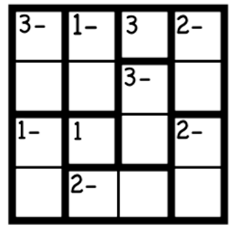
Sudokus kropki. Esto es lo mismo que el sudoku normal, excepto que se agregan dos tipos de puntos colocados entre las celdas. Si el punto es hueco, entonces los dos números están separados por uno. Si el punto está relleno, un número es la mitad del otro número. Al igual que en los sudokus pares-impares, esta información adicional tiende a hacer que estos juegos sean bastante fáciles y eso significa que casi todos los números se pueden eliminar.

— Sudokus con sumas y restas —

Estos sudokus se dividen en subregiones que tienen un número objetivo asignado a ellas. A diferencia del sudoku estándar, se permite que un número se repita en una subregión siempre que el rompecabezas siga siendo un cuadrado latino. Si una subregión tiene solo un cuadrado, entonces el número objetivo será el valor de ese cuadrado.

En un rompecabezas sudoku, la suma de todos los números en una subregión es el número objetivo dado. En un rompecabezas de sudoku diffdoku, todas las subregiones tienen uno o dos cuadrados. Si una subregión tiene dos cuadrados, entonces la resta de los dos números es el número objetivo dado.





En un sudoku sumdiffdoku, se utilizan tanto la suma como la resta. Las subregiones están marcadas con un “+” o un “-” para indicar si tomar una suma o una diferencia.

Los tres tipos de rompecabezas generalmente se proporcionan sin números iniciales. Por supuesto, las subregiones con un cuadrado son esencialmente cuadrados con el número resuelto. Para un niño pequeño, es posible que desee proporcionar algunos de los números para hacer el rompecabezas dentro de su nivel de experiencia.

Para variar los cálculos matemáticos, use diferentes grupos de números en lugar del habitual 1 a 4 para un 4 por 4. Por ejemplo, use los números 1, 3, 5 y 7. Si hace esto, enumere los números sobre el rompecabezas para que su niño/niña sepa qué usar.

Capítulo 3 — Cuántas maneras

Contar la cantidad de maneras de tomar decisiones puede conducir a algunos resultados interesantes. La mayoría de estas situaciones de conteo son beneficiosas si se analizan de manera sistemática. Esto es difícil de hacer para un niño/niña, y está bien: déjelo jugar con esto y que disfrute de la exploración. Ser sistemático puede esperar hasta que sean mayores.

— Investigación 1 —

Dibujando solo con rojo y azul, ¿de cuántas formas puede dibujar un monstruo con sombrero, ojos y capa? ¿Cómo cambia esto si solo colorea el sombrero y la capa? ¿Cómo cambiaría si usara tres colores, o si solo pudiera usar cada color una vez?

Hacer esta investigación de una manera sofisticada implica multiplicar, y es demasiado pronto para eso. Sin embargo, su niño/niña puede jugar con estas ideas y comenzar a desarrollar un sentido de cómo hacer este tipo de conteo.

Abordemos estas preguntas una por una. El sombrero puede ser rojo o azul, los ojos pueden ser rojos o azules y la capa puede ser roja o azul. Cada objeto a colorear duplica el número de posibilidades. Por lo tanto, 2 duplicado y luego duplicado nuevamente da 8 posibilidades. Listarlos es una buena manera de verlo. Si R es rojo y A es azul, enumere los colores en el orden del sombrero, los ojos y la capa. Las posibilidades son: RRR, RRA, RAR, RAA, ARR, ARA, AAR, AAA.

Colorear solo el sombrero y la capa da el doble de 2, que son 4 posibilidades. La lista para esto es: RR, RA, AR, AA.

Si tuviera tres colores para colorear las tres cosas, tendría 3 x 3 x 3 = 27 posibilidades (una lista larga).

En general, si tiene eventos que no se influyen entre sí, multiplique las posibilidades. Si solo se le permite usar cada color una vez, los eventos se restringen entre sí y se influyen mutuamente. Vamos a enumerarlos usando V (para verde) para el tercer color: RAV, RVA, AVR, ARV, VRA, VAR.

— Investigación 2 —

Tiene una fila de 5 caramelos idénticos. ¿De cuántas formas puede colorearlos para que haya 2 rojos y 3 azules?

Marque 2 hojas de papel con una R y 3 hojas de papel con una B. Su niño/niña puede jugar con las diez formas que existen para distribuirlas. La lista es: RRAAA, RARAA, RAARA, RAAAR, ARRAA, ARARA, ARAAR, AARRA, AARAR, AAARR. Una forma de ver esto es que una vez que decida los 2 caramelos rojos, el azul no tiene otra opción y debe ir en los otros 3 caramelos. Curiosamente, también puede mirarlo de otra manera colocando los 3 caramelos azules primero.

Si se está divirtiendo, varíe esta investigación cambiando los tres números; sólo asegúrese de que los dos números más pequeños sumen el número total de caramelos.

— Investigación 3 —

Encuentre todas las formas de obtener una suma sumando los números 1 y 2. Haga esto con y sin considerar el orden.

No considere el orden. Mire el ejemplo de sumar hasta 4. Las posibilidades son 1 + 1 + 1 + 1, 2 + 1 + 1 y 2 + 2. Hay tres formas de hacer esto. Después de probar algunos ejemplos más, se dará cuenta de que está contando la cantidad de formas de usar 2 para sumar números menores o iguales que 4. Puede tener de 0 a 2 de los 2, por lo que hay 3 formas de hacerlo. En general, la respuesta será uno más que la mitad del número para los números pares, y uno más que la mitad de uno menos que el número para los números impares.

Considere el orden. Para el ejemplo de 4, las posibilidades son 1 + 1 + 1 + 1, 2 + 1 + 1, 1 + 2 + 1, 1 + 1 + 2 y 2 + 2. Entonces hay 5 formas de hacerlo. Juegue con muchos ejemplos y haga una tabla con los resultados. Esto es lo que debería obtener (bueno, probablemente no subió a 10):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Después de mirar estos números, su niño/niña puede notar que la suma de cada par de números da el siguiente número. ¿Por qué pasa esto? Estos números se llaman números de Fibonacci y aparecen sorprendentemente a menudo.

Para ver por qué ocurren estos números en esta investigación, mire el ejemplo de 4 y observe el último número usado en la suma. El último número es 1 o 2. Si es un 1, entonces los números anteriores dan todas las formas de sumar hasta 3. Si el último número es un 2, entonces los números anteriores dan todas las formas de sumar hasta 2. Entonces, el número de formas de sumar hasta 4 es el total de las formas de sumar hasta 3 más las formas de sumar hasta 2.

Números más grandes. Si está disfrutando de esto, puede jugar con la cantidad de formas de obtener sumas que involucren los números del 1 al 3 o incluso del 1 al 4. Buscar patrones en estos casos es mucho más difícil, pero jugar con los números será bastante divertido.

Capítulo 3 — Ordenar cartas de una baraja

— Introducción —

El desafío es ordenar una baraja de cartas numeradas, digamos del 1 al 5, de modo que lo siguiente se cumpla:

La carta superior es 1. Ponga a un lado esta carta superior. Mueva la siguiente carta al fondo del mazo. La siguiente carta es 2 y se coloca a un lado. Mueva la siguiente carta al fondo del mazo. Continúe hasta que todas las cartas estén colocadas a un lado en orden.

Una vez que a su niño/niña le resulte fácil de 1 a 5, desafíelo a que lo haga para rangos de números más grandes.

— Sea sistemático —

La dificultad con este juego es ser sistemático. Para una baraja de cartas de cualquier tamaño, puede jugar con ella y, finalmente, encontrar la respuesta. Busquemos patrones interesantes que lo hagan más fácil.

Suponga que coloca las cartas en orden sobre la mesa. Aquí están las soluciones para los primeros siete casos. Los números que aparecen después de la flecha indican el orden de las cartas restantes después de la primera pasada por las cartas.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Si hay un número par de cartas (digamos 6), entonces las posiciones impares se llenan con la primera mitad de las cartas en orden (3 en este caso), y los otros lugares se llenan usando la solución para la mitad de las cartas solo que aumentadas de valor. En el ejemplo de 6, los lugares impares se llenan con 1, 2, 3, y los lugares pares se llenan con 4, 6, 5 - los valores 1, 3, 2 (la solución para una baraja de tres cartas) aumentado cada uno por 3.

El patrón para un número impar de cartas es un poco más complicado. Como antes, los puntos impares se llenan con la primera mitad aproximadamente de los números (del 1 al 4 en el caso del 7). Si observa los ejemplos, la primera carta después de la flecha se moverá al final, por lo que debería ser la última carta que desee en esa secuencia. Después de esa observación, la respuesta procede como en el caso del par.

Capítulo 3 — Pirámide de diferencias

— Introducción —

El desafío es colocar los números del 1 al 6 en una pirámide con una carta en la fila superior, dos cartas en la segunda fila y tres cartas en la tercera fila, donde cada número es la diferencia de los dos números debajo.

Si tiene problemas, aquí hay dos consejos que le ayudarán. El 6 debe estar en la fila inferior porque no puede ser la diferencia de ningún par de números. De manera similar, el 5 debe estar en la fila inferior o en la fila del medio encima del 6 y el 1.

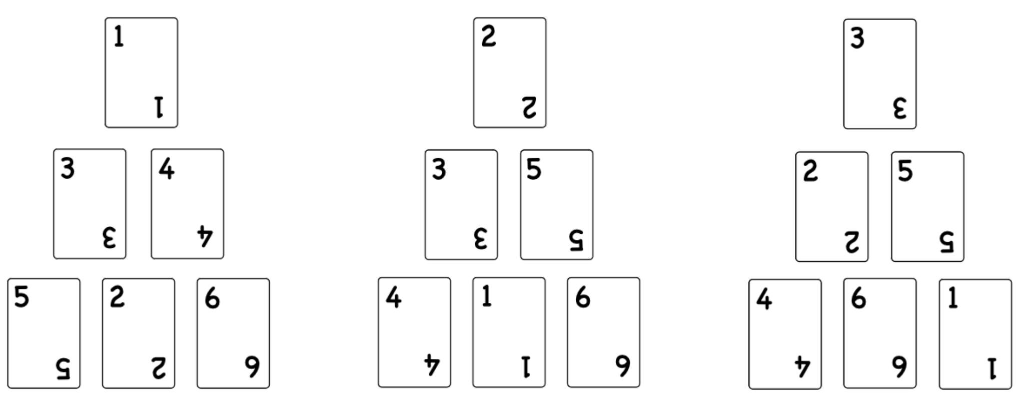
— ¿Cuáles son las soluciones “diferentes”? —

Si a su niño/niña le resulta fácil hacer este rompecabezas, desafíelo a encontrar todas las formas en que se puede hacer. Platique sobre lo que significa que dos soluciones sean diferentes: si una solución es el inverso de otra, ¿debería considerarse diferente?

Responder a la pregunta de qué hace que las soluciones sean diferentes es útil al principio. Debido a que el inverso de cualquier solución es fácil de hacer y también es una solución, tiene sentido ignorarlo. Ignorar las soluciones invertidas reducirá a la mitad el número de soluciones a considerar.

Por ejemplo, podemos suponer que no solo está el 6 en la fila inferior, sino que está en el medio o en el lado derecho de la fila inferior. Continuando pensando con el 5, la fila inferior solo puede tener cuatro diseños posibles: 5 a 6, b 5 6, c 1 6 o d 6 1.

En este punto, se trata de trabajar con los distintos valores posibles de a, b, c y d. Después de algunas pruebas, encontrará que a es 2, b nunca puede funcionar, c debe ser 4 y d debe ser 4. Por lo tanto, ignorando las soluciones invertidas, hay exactamente tres soluciones:



— Pirámides más grandes —

Usemos las tarjetas del 1 al 10 para hacer una pirámide con cuatro filas. Esto es mucho más complicado. Se pueden colocar algunas cartas, pero después de eso se requiere cierta perseverancia. Debido a que 10 no puede ser la diferencia de dos cartas, debe ir en la fila inferior. De manera similar, el 9 está en la fila inferior o está en la fila siguiente a la inferior encima del 1 y el 10. Las cartas 8 y 7 también son buenas cartas para deshacerse de las posibilidades.

Esto significa que la fila inferior se parece a una de las siguientes (ignorando las soluciones invertidas):

a b 9 10, c 9 d 10, 9 e f 10, g h 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, q r 10 1

¡Esas son muchas posibilidades a considerar!

Afortunadamente, si considera dónde pueden ir 8 y 7, las posibilidades se reducen a la siguiente lista (¡asumiendo que no hay errores!). Es fácil terminar cada una de estas después de tener la fila inferior.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

Las pirámides de tamaño 15, 21 o mayores se dejan a los verdaderamente dedicados. ¡Buena suerte y disfrute!