Matemáticas Tempranas en Familia

Early Family Math

# Capítulo 4 Material adicional

## — Introducción —

¿Es usted de los que desean que haya más ejemplos, discusiones y comentarios en las descripciones intencionalmente breves de las lecciones? Si es así, ¡usted ha venido al lugar correcto! Este archivo contiene material adicional para algunas de las actividades del capítulo 4.

Para los juegos, se dan varios ejemplos resueltos, junto con comentarios adicionales sobre cómo crearlos. El programa Early Family Math está basado en la idea de que las matemáticas tempranas son algo que una familia debe hacer en conjunto, y crear juegos matemáticos para que su niño/niña los resuelva con usted es una parte importante de ese proceso. Una vez que domine cada juego, usted encontrará que la mayoría, si no todos, son bastante fáciles de crear.

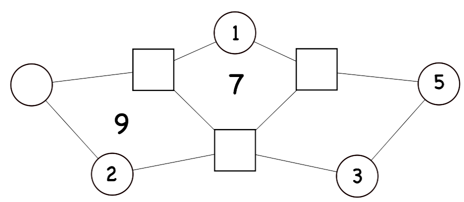
Muchos de estos juegos tienen diferentes niveles de dificultad, y en las próximas páginas hay numerosas sugerencias y ejemplos sobre cómo crear esos diferentes niveles. Empiece siempre con los juegos más fáciles. Es mucho mejor que su niño/niña experimente el éxito, la comprensión y la diversión con juegos que son demasiado fáciles, a que se sienta frustrado, desanimado y desafiado por juegos que son demasiado difíciles. Una vez que su niño/niña desarrolle confianza y entusiasmo por una actividad matemática, es el momento de incorporar lentamente desafíos mayores. Además, no todos los juegos serán divertidos para todos, así que no fuerce los juegos y las actividades que simplemente no parecen encajar.

Esto es lo que encontrará en las siguientes páginas:

# Capítulo 4 — Sumas encerradas

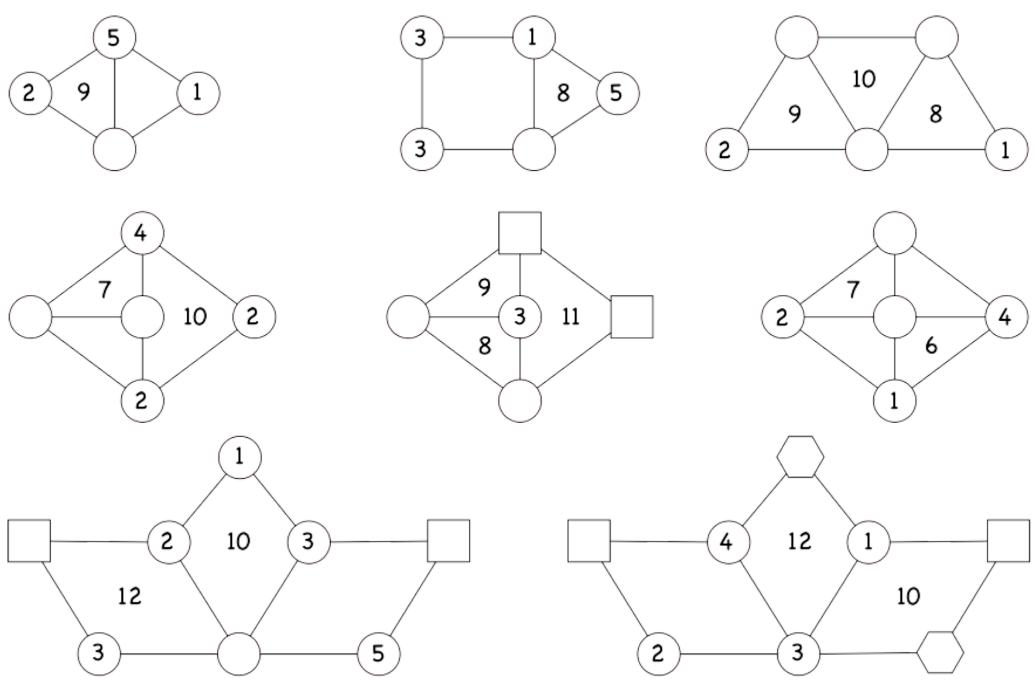
Estos juegos matemáticos tienen figuras conectadas por líneas. Cada región encerrada tiene un número que es la suma de las figuras que la rodean (ej. 7 y 9 en la figura de abajo). Al igual que en los juegos de Sumas de figuras, los círculos pueden tener cualquier valor y el valor de una figura no circular debe ser el mismo que el de cualquier otra figura del mismo tipo. Por ejemplo, todos los cuadrados deben tener el mismo valor y todos los hexágonos deben tener el mismo valor. También puede agregar la regla de que las diferentes figuras no circulares necesitan tener valores diferentes; por ejemplo, que los cuadrados y los hexágonos deben tener valores diferentes.

El reto para su niño/niña es encontrar los números en las figuras y regiones que no se proporcionan.




Cree estos juegos haciendo un diagrama de círculos y tal vez algunas otras figuras. A continuación, llene todas las figuras con números y llene las regiones encerradas con la suma de las cifras que las rodean. Finalmente, quite algunos de los números.

Al igual que con los juegos de Sumas de figuras en el Capítulo 3, comience con juegos simples con solo uno o dos números faltantes y progrese lentamente a juegos con más números faltantes, con más regiones cerradas una al lado de la otra y más uso de valores en figuras no circulares.



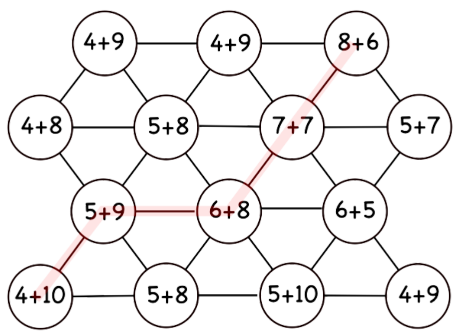
# Capítulo 4 — Saltando islas — compensación

Usar la compensación para la suma es una forma de hacer los problemas de suma de una manera más fácil. La idea es quitar una cantidad de uno de los números que está sumando y dársela al otro número; el resultado sigue siendo el mismo, pero es más fácil trabajar con uno de los números.

Por ejemplo, cuando suma 7 + 8, si quita 2 del 7 y le da el 2 al 8, el problema se convierte en 5 + 10. Alternativamente, si quita 3 del 8 y le da 3 al 7, el problema se convierte en 10 + 5. Siempre que pueda convertir uno de los números en múltiplo de 10, tendrá un problema mucho más simple.

Estos juegos proporcionan práctica en crear nuevos problemas usando la compensación. El desafío es encontrar un camino que conecte todas las islas con la misma respuesta. Solo es válido conectar dos islas si los números del problema difieren por uno. Solo algunas de las islas estarán en el camino.

Haga estos juegos comenzando con unas diez islas con algunas conexiones. Identifique un camino de un borde de las islas al otro. A lo largo de ese camino, coloque problemas que se diferencian entre sí por uno; tal vez comience con un problema que implique sumar 10 y luego haga variaciones. En las islas cercanas al camino, ponga problemas con pequeños cambios que tengan diferentes respuestas.

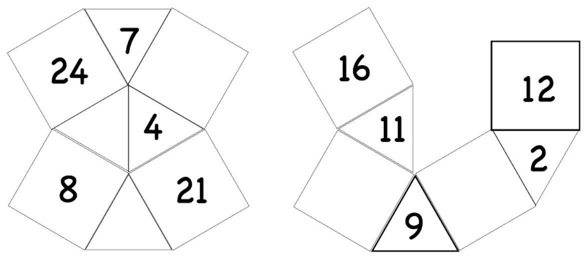



Realmente hay poco por hacer para variar la dificultad de este juego. La introducción de caminos falsos probablemente generará confusión en lugar de desafíos, por eso es generalmente una mala idea.

# Capítulo 4 — Diftriángulos y sumtriángulos

## — Diftriángulos —

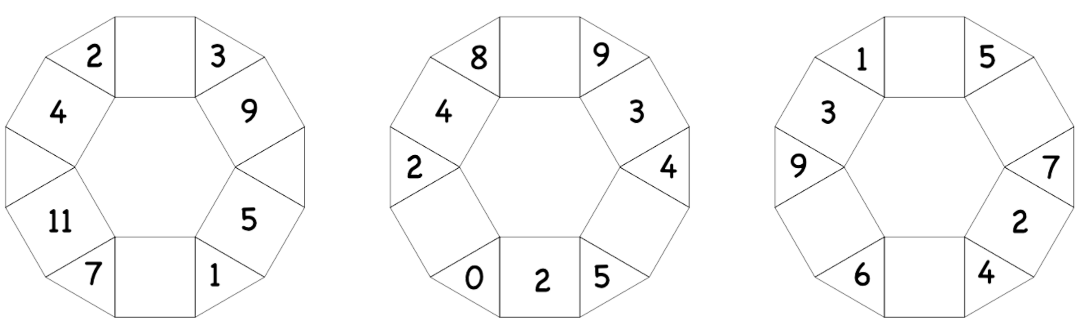
Los rompecabezas diftriángulos tienen triángulos y cuadrados que comparten lados. Un triángulo siempre tiene exactamente dos cuadrados en sus lados y el lado restante tiene un triángulo o está vacío. El número de un triángulo es la diferencia de los dos cuadrados contiguos. El desafío es proporcionar los números que faltan.



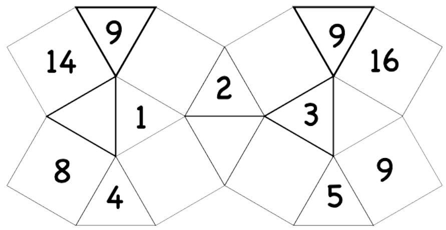

**Construir rompecabezas**: Haciendo rompecabezas sin bucles es fácil. Dibuje una secuencia alterna de cuadrados y triángulos, coloque números comenzando en un lado y luego avance hasta el otro lado. Cuando haya terminado, elimine algunos de los números. Hacer rompecabezas con bucles o interacciones más complicadas es más difícil; sin embargo, ¡el esfuerzo vale la pena al dar con algunos rompecabezas desafiantes!

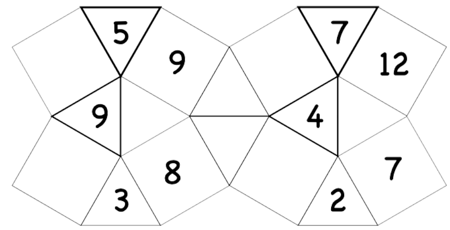
Cuando su niño/niña se sienta cómodo con estos, es posible que desee crear sus propios rompecabezas. Deben divertirse y aprender mucho averiguando cómo encajan los números.

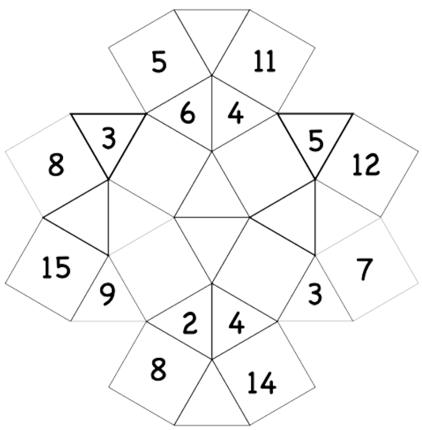
**Estrategias para resolver**: Los lugares para resolver primero son los triángulos entre dos cuadrados resueltos. Otro caso fácil es un cuadrado al lado de un triángulo resuelto que tiene un cuadrado resuelto más pequeño al lado; en este caso, debido a que no estamos trabajando con números negativos, solo hay una opción para completar el cuadrado vacío. El caso más común es un cuadrado que tiene dos valores posibles mirando en una dirección y otras dos posibilidades mirando en la otra dirección; por lo general, usualmente solo hay un número que se superpone en esas posibilidades.

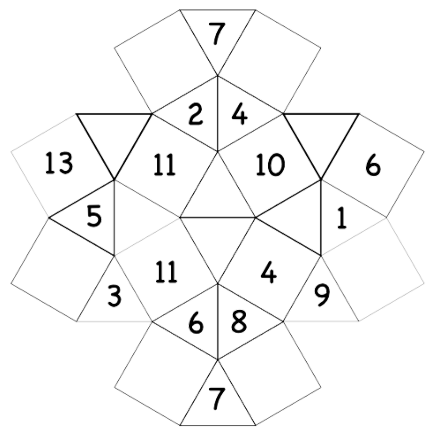


Aquí hay algunos ejemplos con muchas interconexiones.



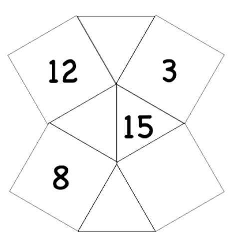



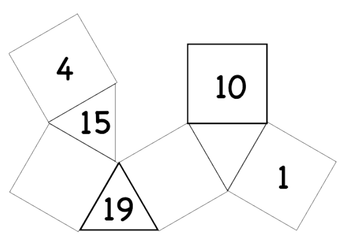



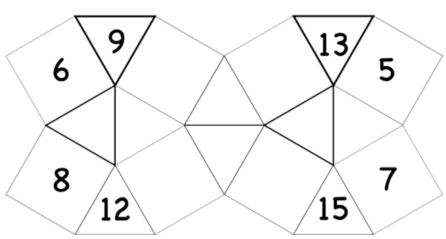



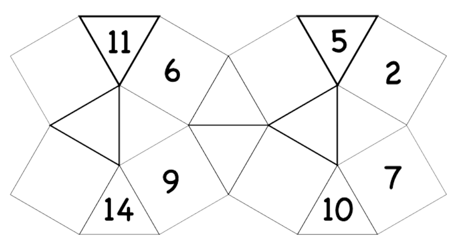

## — Sumtriángulos —

Los rompecabezas sumtriángulos son como los diftriángulos, solo que usan la suma en lugar de la resta. El valor de un triángulo es la suma de sus dos o tres vecinos cuadrados. Haga estos rompecabezas usando métodos similares a los diftriángulos. Los acertijos de sumtriángulos suelen ser más sencillos de resolver que los diftriángulos.



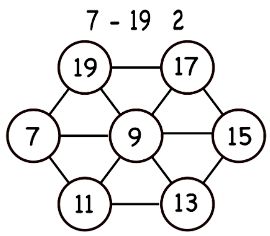



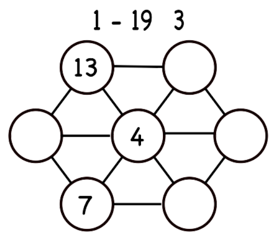



# Capítulo 4 — Saltando islas — conteo salteado

Estos juegos tienen islas (círculos) conectadas por puentes (líneas). En esta versión de Saltando islas, las conexiones se realizan al contar saltándose números. Algunas de las islas tienen números escritos y algunas comenzarán en blanco. Encima del juego está el número inicial, el número final y la cantidad que se salta. El desafío es completar los números que faltan y encontrar el camino. También puede colocar los números y los espacios en blanco en pedazos de papel en el piso para hacer un juego.



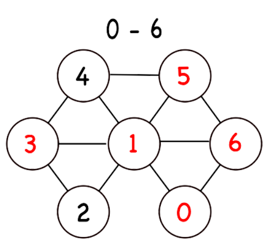



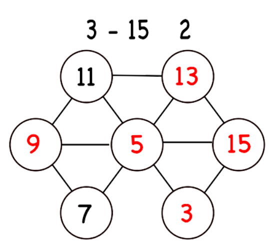

Al igual que con la actividad de Conteo salteado, cree juegos para practicar el conteo hacia adelante o hacia atrás comenzando con una variedad de números, no solo números que son un múltiplo de la cantidad de saltos.

Crear estos juegos es lo mismo que crear los juegos de Saltando islas: contando de principios del Capítulo 2. Primero haga las islas, agregue los números de conteo salteado, conecte esas islas en el orden correcto y luego agregue algunas conexiones adicionales para ayudar a hacer un juego a partir de él. En la versión que le dé a su niño/niña, elimine algunos números dejando suficientes números para que aún se pueda descifrar.

Puede volver a consultar las estrategias de construcción del juego descritas en el Material adicional del Capítulo 2 para Saltando islas: contando. Además, si todavía tiene alguno de esos juegos, es muy fácil convertir uno de esos en uno de estos. Tome el siguiente juego del Capítulo 2. Se trata de contar del 0 al 6. Los números rojos son los que normalmente se dejarían fuera cuando se le da el juego a su niño/niña. Para convertirlo en un juego que comience en 3 y cuente de 2 en 2, simplemente multiplique todos los números por 2 y luego sume 3, como se muestra en la siguiente tabla. Después de eso, reemplace los números originales por los nuevos (omitiendo los rojos, por supuesto).

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mult. por 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| Sume 3 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |



# Capítulo 4 — Arréglalo

Empiece con una cuadrícula de números de 4 por 4 con una suma objetivo. El desafío es encontrar números para eliminar de modo que la suma de los números restantes en cada fila y columna sea el objetivo. Una versión alternativa utiliza como objetivo sumas individuales para cada fila y columna.

Haga estos juegos colocando pares o tríos de números que den la suma objetivo. Luego, agregue números para distraer en los espacios restantes. Puede hacer esto más complicado si tiene pares o tríos alternativos de números que funcionan parcialmente. Si su niño/niña disfruta de estos, pero los encuentra demasiado fáciles, siempre puede hacer otros más grandes de 4 por 5, 5 por 5 o incluso más grandes.

Se han agregado estrellas rojas aquí para mostrar qué números se eliminarían para que los juegos funcionen.

8

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 5 | 2 |
| 2 | 1 | 4 | 5 |
| 3 | 4 | 1 | 3 |
| 6 | 4 | 2 | 5 |

9

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 4 | 5 | 2 |
| 2 | 1 | 4 | 6 |
| 3 | 4 | 4 | 1 |
| 6 | 4 | 5 | 3 |

10

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 6 | 4 |
| 7 | 1 | 2 | 6 |
| 4 | 6 | 1 | 4 |
| 6 | 4 | 8 | 2 |

11

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 3 | 5 | 4 |
| 1 | 1 | 4 | 7 |
| 3 | 8 | 1 | 3 |
| 7 | 5 | 7 | 4 |

Aquí hay dos acertijos que utilizan como objetivo sumas individuales para las filas y columnas.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 7 | 8 | 16 |
| 2 | 1 | 4 | 5 | 9 |
| 3 | 4 | 7 | 3 | 10 |
| 5 | 6 | 3 | 5 | 11 |
| 11 | 9 | 18 | 8 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 | 5 | 2 | 8 |
| 7 | 8 | 5 | 4 | 12 |
| 2 | 7 | 1 | 4 | 9 |
| 3 | 1 | 9 | 8 | 17 |
| 9 | 13 | 14 | 12 | |

# Capítulo 4 — Saltando islas por unidades y decenas

Se proporciona una cuadrícula rectangular de números con algunos de los números completados. El desafío es completar los números restantes para que dos números que compartan un lado solo difieran en un solo valor posicional, y la diferencia de los dígitos en ese lugar es 1 (incluido ir entre 0 y 9). Ningún número puede usarse más de una vez en toda la cuadrícula. Consultar una tabla de 100 puede ser útil para principiantes.

Haga este juego tomando una cuadrícula vacía y llenándola con números, sin que se repita ningún número. A continuación, elimine algunos de los números, asegurándose de que no sea demasiado difícil para su niño/niña. En estos ejemplos, los números rojos son los que faltan.

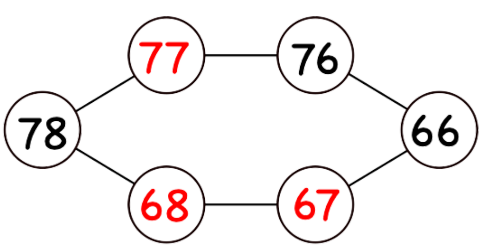
| | | | |
|---|---|---|---|
| 57 | 67 | 66 | 56 |

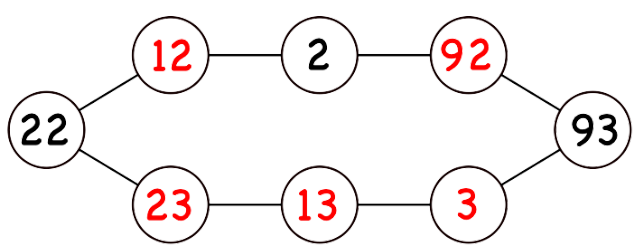
| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 94 | 95 |

| | | |
|---|---|---|
| 33 | 23 | 13 |
| 32 | 22 | 12 |

Usando solo números de uno y dos dígitos, no hay muchos trucos que se pueden introducir. Sin embargo, son una buena práctica para pensar en el valor posicional. Una novedad que puede sorprender a su niño/niña son las transiciones como de 95 a 5 a 15 o de 11 a 10 a 0 a 9; es posible que no se den cuenta de que hay un 0 en el lugar de las decenas para números de un solo dígito y pueden sorprenderse de que 0 y 9 estén conectados.

Las cuadrículas son una forma natural de presentar estos problemas. Sin embargo, los juegos también se pueden representar de la misma manera que los juegos de Saltando islas, usando círculos, y esta representación permite libertad adicional para crear juegos.



# Capítulo 4 — Rompecabezas con forma de solitario

## — Triángulos mágicos —

Haz un triángulo de seis círculos con tres círculos en cada lado. En los círculos, usa cada uno de los números del 1 al 6 una vez para que cada lado del triángulo tenga la misma suma. Esto implica dos desafíos: averiguar qué sumas funcionarán y luego averiguar cómo obtener esas sumas. Es mejor dejar que su niño/niña juegue con esto para averiguar qué sumas son posibles, pero si la frustración gana, las sumas posibles son 9, 10, 11 y 12.

Si a su niño/niña le gusta resolver esto, puede hacerlo con triángulos más grandes también. Para un triángulo con nueve círculos con cuatro círculos en cada lado, las sumas posibles son 17, 19, 20, 21 y 23.

Al igual que con muchos de los juegos para este rango etario, la razón principal para que su niño/niña juegue con esto es divertirse explorando cómo los números interactúan entre sí y practicar las operaciones numéricas. Todavía no tienen las habilidades matemáticas o de razonamiento para ser sistemáticos en su exploración. Sin embargo, estos acertijos se pueden explorar más profundamente, y aquí hay algunas ideas para profundizar su conocimiento si usted o un niño mayor están interesados.

Permita que SUM represente la suma de un lado del triángulo. Si suma los tres lados del triángulo, el total será 3 x SUM. Sin embargo, el total de los tres lados también será la suma de todos los números más una copia adicional para cada esquina del triángulo. Deje que C-SUM sea la suma de los valores en las tres esquinas. Terminamos con la relación que 3 x SUM = (Total de todos los números) + C-SUM.

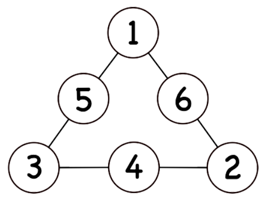
**Rompecabezas de 6 círculos**. Aplique esto al triángulo con seis círculos. La suma de todos los números es la suma de los números del uno al seis, que es 21. Entonces, la ecuación se convierte en 3 x SUM = 21 + C-SUM. El valor más pequeño de C-SUM es 1 + 2 + 3 = 6, y lo más grande que puede ser es 4 + 5 + 6 = 15. Entonces, 3 x SUM está entre 21 + 6 = 27 y 21 + 15 = 36. Esto obliga al SUM a ser 9, 10, 11, 12. Tenga en cuenta también que C-SUM = 3 x SUM - 21, que es útil para encontrar las esquinas.

Otra cosa a tener en cuenta es la simetría de los posibles valores. Lo que está causando esta simetría es que para cada solución hay otra solución creada al restar todos los números del 7 (o del 10 para el rompecabezas con nueve círculos). Un poco de cálculo mostrará que esta simetría toma un rompecabezas con suma SUM y crea uno nuevo con suma (21 - SUM) (o 40 - SUM para el rompecabezas con nueve círculos).

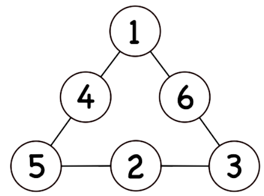
Lo último que debemos notar antes de empezar con los números reales es que para cualquier solución para las tres esquinas, podemos suponer que están en orden creciente en el sentido de las agujas del reloj, con el número más pequeño en la parte superior. Si no están en esa configuración para empezar, puede rotar o voltear el diagrama hasta que lo estén.

Todas estas observaciones ahorran una enorme cantidad de trabajo. Solo necesitamos mirar a SUM igual a 9 y 10, y solo necesitamos tener las esquinas en orden creciente. Si SUM es 9, entonces C-SUM = 3 x 9 - 21 = 6, entonces el trío es 1, 2 y 3. Si SUM es 10, entonces a + b + c = 3 x 10 - 21 = 9. Esto deja dos posibilidades, ya sea valores de esquina de 1, 2 y 6, o 1, 3 y 5. Una prueba rápida descarta 1, 2 y 6 como una posibilidad.

Después de mucho trabajo, tenemos que las soluciones para SUM son 9 y 10 para el rompecabezas de seis círculos. Recuerde que puede obtener las soluciones para cuando SUM es 11 y 12 restando todas las entradas de 7.



Sum = 9



Sum = 10

**<u>Rompecabezas de 9 círculos</u>**. Utilice el mismo enfoque para el rompecabezas de 9 círculos. La suma de los números del 1 al 9 es 45. Por lo tanto, 3 x SUM = 45 + C-SUM. El valor más pequeño que C-SUM puede ser es 1 + 2 + 3 = 6, y el más grande que puede ser es 7 + 8 + 9 = 24. Entonces, 3 x SUM está entre 45 + 6 = 51 y 45 + 24 = 69, lo que obliga al SUM a estar entre 17 y 23. Tomando una solución y restando todas las entradas de 10, se obtienen los siguientes pares de SUM: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21 y 20 - 20. Por lo tanto, las soluciones solo son necesarias para 17, 18, 19 y 20. Los valores correspondientes para C-SUM son 6, 9, 12 y 15.

SUM = 17 y C-SUM = 6. Para ello, solo funciona si las esquinas son 1, 2 y 3.

SUM = 18 y C-SUM = 9. Para esto, las esquinas deben ser 1, 2, 6 o 1, 3, 5. Ninguna de las dos funciona.

SUM = 19 y C-SUM = 12. Hay bastantes posibilidades para las esquinas, pero las únicas combinaciones que funcionan son 1, 4, 7 y 2, 3, 7.

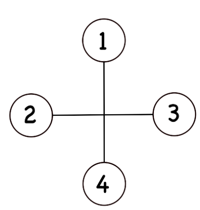
SUM = 20 y C-SUM = 15. Hay demasiadas combinaciones para las esquinas, y muchas de ellas funcionan. Dos que funcionan son 1, 5, 9 y 2, 5, 8.

## — Diseños mágicos —

Al igual que los Triángulos mágicos, estos tienen círculos conectados en un patrón geométrico y un grupo asociado de números. Coloque los números en los círculos para que cada línea recta de círculos conectados tenga la misma suma.

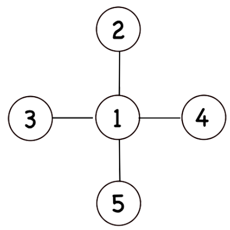
El análisis de estos acertijos es similar a lo que se hizo para Triángulos mágicos. Deje que SUM sea la suma común que comparten todas las filas. Para los juegos que tienen un círculo en el medio, deje que C represente su valor. La estrategia general será sumar todas las filas e investigar la relación que se revela. Tenga en cuenta también que, al igual que para los Triángulos mágicos, se puede crear una nueva solución restando todas las entradas de uno más que el número más grande.

1. Los números del 1 al 4 están en la forma del signo más sin círculos en común. Los números del 1 al 4 suman 10, y esto se divide uniformemente entre las dos direcciones. Entonces SUM = 5 y la respuesta es fácil.

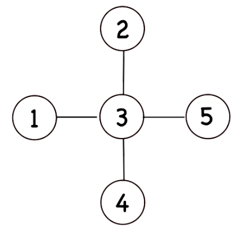


SUM = 5

2. Los números del 1 al 5 están en un signo de más con un círculo en común en el medio. Los números del 1 al 5 suman 15. La suma de las dos direcciones da 2 x SUM = 15 + c. Como 15 + c debe ser par, c puede ser 1, 3 y 5. Obtén la solución para c = 5 (SUM = 10) de la solución c = 1 restando todos los números del 6.

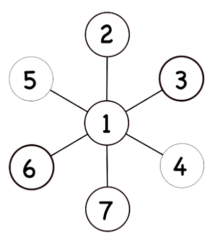



c = 1 SUM = 8

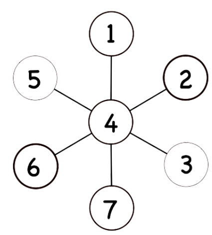



c = 3 SUM = 9

3. Los números de 1 a 7 están en líneas de 3 círculos con un círculo común en el medio. Sumando las tres direcciones da 3 x SUM = 28 + 2 x c. Dado que 3 divide uniformemente 28 + 2 xc, esto obliga a que c sea 1, 4 o 7. Se dan las soluciones para c = 1 y 4.

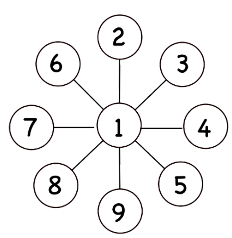



c = 1 SUM = 10

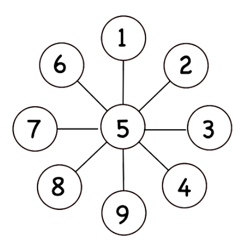



c = 4 SUM = 12

4. Los números del 1 al 9 están en líneas de 3 círculos con un círculo común en el medio. Sumando las cuatro direcciones da 4 x SUM = 45 + 3 x c. Debido a que 4 divide equitativamente 45 + 3 x c, esto significa que c = 1, 5 o 9. Se dan las soluciones para c = 1 y 5.




c = 1 SUM = 12

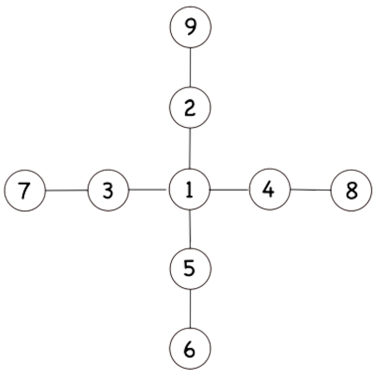



c = 5 SUM = 15

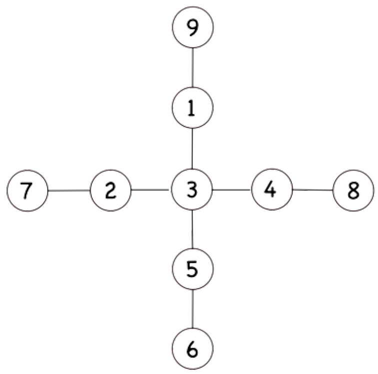
5. Los números del 1 al 5 se colocan en forma de L con un círculo en común en la esquina. Esto es realmente lo mismo que el problema # 2, por lo que las soluciones son esencialmente las mismas.

6. Los números del 1 al 8 están en un signo de más sin círculos en común. Las dos direcciones dividen equitativamente 36, la suma de todos los números, por lo que SUM = 18. Hay muchas formas de resolver esto al dividir el conjunto de números en dos grupos que suman 18. Una solución es 1, 2, 7, 8 y 3, 4, 5, 6, y otra es 1, 3, 6, 8 y 2, 4, 5, 7.

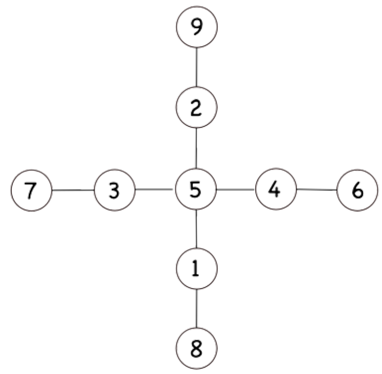
7. Los números del 1 al 9 están en un signo de más con un círculo en común en el medio . Sumando las dos direcciones da 2 X SUM = 45 + c, entonces c = 1, 3, 5, 7 y 9. Se dan las soluciones para c = 1, 3 y 5.



c = 1 SUM = 23

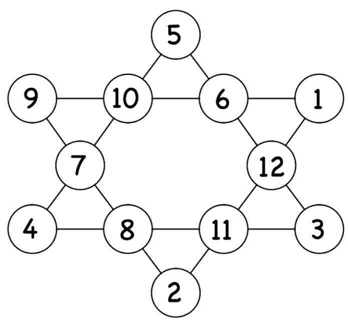


c = 3 SUM = 24

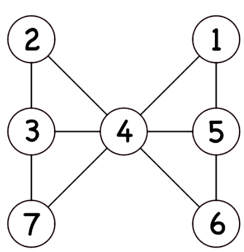


c = 5 SUM = 25

8. Los números del 1 al 12 están colocados en forma de estrella. Esta tiene 6 direcciones de líneas de 4 círculos. Este juego es mucho más difícil que los demás. Si suma todas las direcciones, cada número será usado dos veces. Los números del 1 al 12 suman 78. Por lo tanto, tenemos 6 x SUM = 2 x 78, lo que significa SUM = 26 (como se indica en la sugerencia). A continuación se ofrece una solución debajo. Como siempre, se puede obtener otra solución restando todas las entradas de 13.




9. Los números del 1 al 7 están colocados en forma de H: 3 verticalmente a la izquierda, 1 en el centro, 3 verticalmente a la derecha. Hay 5 líneas posibles de 3 círculos conectados. Si se suman las 5 direcciones, todos los círculos se usarán dos veces, con la excepción del centro que se usará tres veces. Sumando las cinco direcciones da 5 x SUM = 2 x 28 + c. Debido a que 5 divide equitativamente a 56 + c, esto significa que c = 4, y en ese caso SUM = 12 (como se indica en la sugerencia). Tenga en cuenta que 2 y 3 no pueden estar en el mismo lado que 1, y esto conduce a la siguiente solución.



# Capítulo 4 — Cuadrícula de sumas

Comience con una cuadrícula de 3 por 3 que tenga sumas objetivo para cada fila y columna. Algunos de los números del 1 al 9 ya están colocados en la cuadrícula. Para los números que aún no se han colocado, el desafío es colocarlos para que las sumas de filas y columnas den los valores objetivos.

Para hacer uno de estos juegos, comience colocando trozos de papel con los números del 1 al 9 en una cuadrícula de 3 x 3. Para cada fila y columna, escriba la suma a la derecha o abajo. Luego, elimine algunos de los números de la cuadrícula. Por último, entregue los pedazos de papel que retiró a su niño/niña y pregúntele "¿dónde estaban estos?" Debido a que estos juegos son tan fáciles de crear, son excelentes para que su niño/niña los cree y usted los resuelva.

Una variación que mantiene las sumas un poco más pequeñas es usar los números del 0 al 8. Una variación más difícil es hacer lo mismo con los números del 1 al 12 en una cuadrícula de 3 por 4, o incluso del 1 al 16 en una cuadrícula de 4 por 4.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 5 | 14 |
| 2 | 8 | 4 | 14 |
| 7 | 1 | 9 | 17 |
| 15 | 12 | 18 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 5 | 14 |
| 2 | 8 | 4 | 14 |
| 7 | 1 | 9 | 17 |
| 15 | 12 | 18 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 5 | 14 |
| 2 | 8 | 4 | 14 |
| 7 | 1 | 9 | 17 |
| 15 | 12 | 18 | |

Hacer el juego resuelto original es bastante fácil. Como se mencionó anteriormente, simplemente coloque todos los números y anote las sumas. El desafío para el creador del juego es eliminar la cantidad de información justa para que el juego sea difícil pero no demasiado difícil.

**<u>Estrategias para resolver y crear</u>**: Comience por resolver los cuadrados que son los únicos números que faltan en una fila o columna. El más a la izquierda de estos tres juegos es bastante fácil de resolver porque, después de completar el 5 y el 7, el 3 y el 2 son fáciles de resolver y, por último, el 8 será fácil: resolver cada número único crea nuevos números únicos que son fáciles de calcular.

Los juegos fáciles de calcular son una buena práctica para su niño/niña, así que no se preocupe por complicarlos todos.

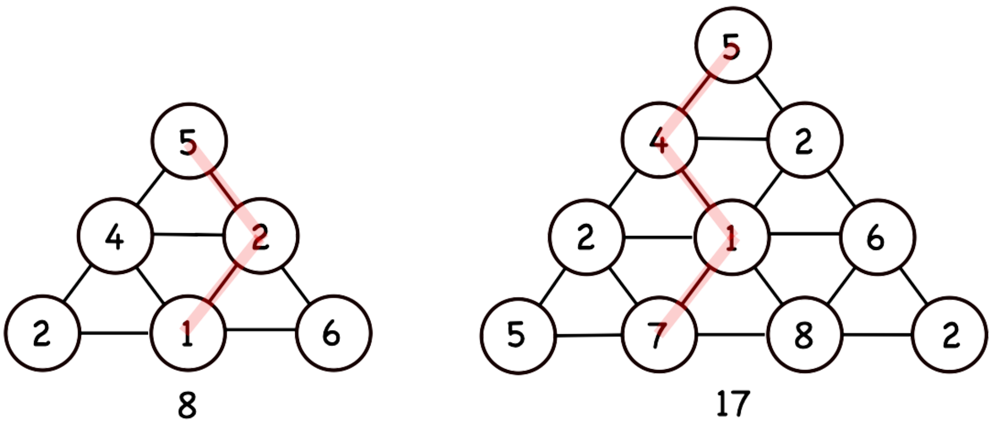
El juego del medio es un poco más difícil. No hay números únicos. Una buena estrategia para estos es buscar filas o columnas que tengan sumas faltantes particularmente grandes o pequeñas; estas tendrán relativamente pocas opciones para elegir. La fila inferior y la columna más a la derecha son buenos lugares para comenzar con este juego. Los números que faltan en la fila inferior suman 16, por lo que deben ser 7 y 9. El 9 no puede ir en la columna con el 6 (la suma sería demasiado grande para esa columna), por lo que se sabe dónde van el 7 y el 9. El resto se desarrolla  como en el juego anterior.

En el juego de la derecha, dos de los números del lado no están. Una vez que su niño/niña se dé cuenta de que los números de los lados suman 45, que es la suma de los números del 1 al 9, es fácil completar un número del lado que falta.

# Capítulo 4 — Pirámide de sumar

Se proporciona una pirámide de 10 números colocados en 4 filas con un número objetivo. El desafío es encontrar un camino a través de la pirámide usando un número de cada fila para que la suma de los números sea el número objetivo. Los números en el camino deben tocarse entre sí.

Haga uno de estos rompecabezas escribiendo los números que desee que formen el camino y registre la suma de esos números. Luego, coloque números para distraer en el resto de la pirámide. El número de caminos posibles a través de la pirámide se duplica con la adición de cada fila, así que hacer pirámides más grandes es una forma de desafiar a un niño que encuentra fácil el juego de 10 números. Para un niño que encuentra difícil un juego de 10 números, comience con juegos de 6 números hasta que sean fáciles y rápidos de resolver.




Para juegos más grandes, puede ser un desafío para el creador el asegurarse de que solo haya un camino correcto a través de la pirámide. No se preocupe demasiado por eso. Aunque es bueno si solo hay un camino, su niño/niña disfrutará mostrándole que hay más de una forma de resolverlo.

# Capítulo 4 — Investigaciones

## — PÉTALOS DE FLORES —

INVESTIGACIÓN

En un jardín mágico hay dos tipos de flores. Una tiene 4 pétalos y la otra tiene 7 pétalos. Se le pidió a un niño que recogiera algunas flores para que el número total de pétalos fuera 13. ¿Podría lograrse? ¿Qué tal 15 pétalos? ¿Para qué número de pétalos es posible? Para los números que son posibles, ¿se puede hacer de más de una manera? Por ejemplo, 32 pétalos son cuatro sietes  y un cuatro, y también ocho cuatros.

Al probar muchos pares de números, hay muchos ejemplos con los que jugar. Para algunos pares de números llega un punto en el que todos los números de pétalos son posibles, y para otros pares de números no existe tal punto. Para 4 y 7, todos los números a partir del 18 son posibles. Para 3 y 6, no hay un punto después del cual ocurran todos los números.

¿Cuál es el patrón y qué crea ese patrón? Esas son a menudo preguntas que surgen y es donde suceden muchas cosas interesantes.

Es más fácil ver qué sucede cuando un número divide ambos números de manera uniforme. Tome 3 y 6, por ejemplo. Piense en estos números como 1 x 3 y 2 x 3. Cuando sume estos números, siempre obtendrá un número de treses. No hay forma de sumar 3 y 6 juntos para obtener 10, porque 10 no es un múltiplo de 3.

Cuando 1 es el único número que divide ambos números de manera uniforme, siempre llegará un punto en el que se pueden alcanzar todos los números. Para 4 y 7, ese número es 18. Para encontrar ese número, reste 1 de cada uno de los números en el par y multiplique esos nuevos números juntos. En este caso, eso da 3 x 6 = 18. Otra faceta interesante de esta situación es que se podrá alcanzar exactamente la mitad de los números por debajo de 18. Por qué esto funciona, hace falta algo de matemática demasiado sofisticada para un niño pequeño; sin embargo, es divertido jugar con estos cálculos y las experiencias de su niño/niña con estos patrones pueden repentinamente hacer sentido mucho más adelante.

## — PASOS DE SUBIDA – CUÁNTAS MANERAS —

INVESTIGACIÓN

Suponga que a su niño/niña le gusta subir los escalones de dos en dos a veces, pero de uno en uno en otras ocasiones. Si su niño/niña quiere subir algunos escalones, una pregunta natural es: ¿De cuántas formas se puede hacer esto?

Por ejemplo, para 0 escalones solo hay una forma: simplemente te quedas ahí. Para 1 escalón hay una forma: subir un solo escalón. Para dos escalones, puede subir dos escalones de una vez  o uno por uno.

Su niño/niña debe contar cuidadosamente muchos casos de esto y hacer una tabla con los resultados. Cuando hay mucha información, una tabla a menudo ayuda a organizar la información y permite que los patrones se destaquen. La tabla se vería así (está bien, ir más allá de 6 puede requerir demasiada paciencia, pero aquí están los números):

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 |

Después de mirar estos números , su niño/niña puede notar que cada par de números consecutivos da el siguiente número. ¿Por qué pasa esto? Estos números se llaman números de Fibonacci. La regla para crear los números de Fibonacci oficiales es que cada número es la suma de los dos anteriores. Esto también sucede con los escalones. Mmmm ...

Veamos de cerca un ejemplo, digamos 5 escalones. Las 8 posibilidades son: 1 + 1 + 1 + 1 + 1, 1 + 1 + 2 + 1, 1 + 2 + 1 + 1, 2 + 1 + 1 + 1, 2 + 2 + 1, 1 + 1 + 1 +2, 1 + 2 + 2 y 2 + 1 + 2. Las primeras 5 posibilidades usan 1 para el último movimiento, y las últimas 3 posibilidades usan 2 para el último movimiento. Eso lo explica: puede subir 5 escalones subiendo 4 escalones y luego 1 más, o subiendo 3 escalones y luego 2 más. El número de formas de subir 5 escalones es exactamente igual a la suma del número de formas de subir 4 escalones más el número de formas de subir 3 escalones.

Los patrones se comprenden analizando los ejemplos con paciencia, organizando la información, observando de cerca y buscando explicaciones de por qué las cosas suceden de la manera en que suceden. Esto es un buen hábito para desarrollar en su niño/niña.

## — BALANZA —

INVESTIGACIÓN

Una balanza es un dispositivo simple para saber cuándo dos cosas tienen exactamente el mismo peso. La báscula generalmente se suministra con un juego de pesas que se utilizan para medir el peso de otros objetos. Hay muchas investigaciones interesantes que puede hacer si restringe los pesos que puede usar.

**Un tipo de peso**: Suponga que tiene muchos pesos, pero todos son iguales, digamos, 5 unidades. Entonces, las únicas cosas que puede pesar con exactitud son los objetos que son múltiplos de 5 (como contar de 5 en 5).

**Dos tipos de pesas— un lado**: Suponga que tiene muchas pesas de 4 o 7 unidades y solo las usa en un lado de la balanza. Las cosas que puede pesar son los mismos números que encontró en la investigación de pétalos de flores. Para 4 y 7, a partir de 18 unidades, puede pesar todo exactamente. Si los pesos son 4 unidades y 6 unidades, solo puede pesar números pares a partir del 4.

**Dos tipos de pesos— ambos lados**: Después de hacer la investigación con dos tipos de pesos en un lado, su niño/niña podría sorprenderse si le pide pesar un artículo de 3 unidades, o incluso un artículo de 1 unidad, con 4 y 7. El truco consiste en poner algunas pesas en un lado y otras pesas en el otro lado. Por ejemplo, verifique que un artículo pesa 3 unidades colocándolo con un peso de 4 unidades y verificando que se equilibre con un peso de 7 unidades. De manera similar, verifique que un artículo pesa 1 unidad colocándolo con un peso de 7 unidades y verificando que se equilibre con dos pesos de 4 unidades.

Hay un teorema matemático importante llamado Teorema de Bezout escondido en esta investigación. Su niño/niña no necesita saber sobre este teorema en este momento, ¡pero no es genial que un niño pequeño pueda estar jugando con matemáticas avanzadas!

**Duplicar pesos**: ¿Qué sucede si tiene un peso para cada uno de los pesos en la serie de dobles 1, 2, 4, 8 y 16? ¿De cuántas formas puede pesar algo que pesa 13? ¿Cuál es el peso más grande que puede medir?

Después de investigar un poco, encontrará que puede pesar todo hasta uno menos del doble del peso más alto; en este caso, es 31. Además, cada artículo que puede pesar solo se puede pesar de una manera, por ejemplo, 13 = 1 + 4 + 8, y no hay otra forma de hacerlo. ¡Muy genial! Esta situación está relacionada con el sistema numérico binario.

**Pesos de Fibonacci**: ¿Qué sucede si los pesos son los números de Fibonacci? ¿Hay más de una forma de pesar algunos pesos? Busque una restricción que provoque que solo haya una forma para cada peso.

Suponga que tiene uno para cada uno de los pesos 1, 1, 2, 3, 5, 8 y 13. Con esto, 10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8. Lo que está causando la duplicación es que la regla de Fibonacci crea más de una forma de escribir los números de Fibonacci en términos de sí mismos, por ejemplo, 2 = 1 + 1 y 8 = 5 + 3. La forma de solucionar este problema es insistir en que no se pueden usar dos números de Fibonacci que sean vecinos entre sí en la secuencia. Cuando se agrega esa restricción, la única forma de obtener 10 es 2 + 8.