⚠ Ce chapitre traduit avec Google Translate – Aidez-nous à l'améliorer !

Chapitre 5 Matériel bonus

— Introduction —

Êtes-vous quelqu'un qui souhaite qu'il y ait plus d'exemples, de discussions et de commentaires dans les descriptions intentionnellement brèves des leçons ? Si oui, vous êtes au bon endroit ! Ce fichier contient du matériel bonus pour certaines des activités du chapitre 5.

Pour les puzzles, de nombreux exemples de puzzles résolus sont donnés, ainsi que des commentaires supplémentaires sur la façon de les créer. Le programme Early Family Math est basé sur l'idée que les mathématiques précoces sont quelque chose qu'une famille devrait faire ensemble, et faire des puzzles pour votre enfant à faire avec vous est une partie importante de ce processus. Une fois que vous maîtrisez chaque casse-tête, vous devriez constater que la plupart des énigmes, sinon toutes, sont assez faciles à créer.

Beaucoup de ces puzzles ont différents niveaux de difficulté, et il y a de nombreuses suggestions et exemples dans les pages à venir sur la façon de créer ces niveaux. Commencez toujours par les énigmes les plus faciles. Il est de loin préférable que votre enfant connaisse le succès, la compréhension et le plaisir avec des énigmes un peu trop faciles, que d'être frustré, découragé et trop sollicité par des énigmes trop difficiles. Une fois que votre enfant gagne en confiance et en enthousiasme pour une activité mathématique, c'est le moment d'intégrer lentement de plus grands défis. De plus, tous les puzzles ne seront pas amusants pour tout le monde, alors ne poussez pas les puzzles et les activités qui ne semblent pas se connecter.

Voici ce que vous trouverez dans les pages suivantes :

Chapitre 5 — Nim avec facteurs

— Introduction —

Commencez par n'importe quel nombre, disons 20. Laissez l'enfant décider s'il doit commencer ou deuxième. Pendant son tour, un joueur peut soustraire n'importe quel diviseur du nombre actuel du nombre. Le joueur forcé à 0 perd.

— Analyse —

Comme d'habitude, une bonne stratégie pour découvrir ce jeu consiste à regarder une version plus simple du jeu, ce qui signifie dans ce cas commencer avec de très petits nombres. Si c'est votre tour et que vous êtes confronté à chacun de ces nombres, voici ce qui se passera : 1 - perdre, 2 - gagner, 3 - perdre, 4 - gagner, 5 - perdre, 6 - gagner, 7 perdre et 8 gagner. A présent, le schéma est clair - si c'est votre coup et que vous avez un nombre impair, alors vous perdrez ; si vous avez un nombre pair, vous gagnerez.

Trouver la stratégie gagnante est un grand pas, mais allons plus loin. Pourquoi ça marche ? Quelles sont les propriétés des nombres pairs et impairs qui créent cette situation ? Posez cette question à votre enfant et donnez-lui beaucoup de temps pour y réfléchir et l'expérimenter - rien ne presse, et ce processus de lutte avec une question est inestimable et ne doit pas être court-circuité.

Certaines expérimentations avec de petits nombres révèlent rapidement ce qui se passe. Si vous avez un nombre impair, tous les diviseurs sont impairs, donc lorsque vous soustrayez un diviseur, le résultat est un nombre pair. Par conséquent, les nombres impairs à un tour conduisent toujours à un nombre pair au tour suivant. Les nombres pairs ont toujours des nombres pairs et impairs comme diviseurs. La situation n'est donc pas tout à fait la même. Cependant, si vous avez un nombre pair, votre objectif est de donner à votre adversaire un nombre impair, et il existe un moyen simple de le faire - sélectionnez le diviseur 1 et soustrayez-le !

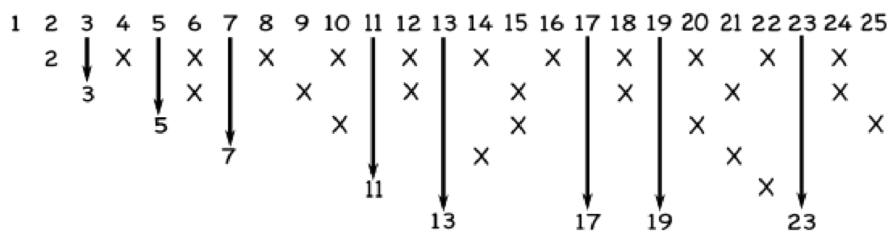
Chapitre 5 — Tamis d'Eratosthène

— Introduction —

Commencez par une droite numérique numérotée de 1 à 25 - ou une plage plus large si l'espace et votre patience le permettent.

Écrivez le chiffre 2 ci-dessous lui-même. Sur la ligne même avec ce 2, placez des X en dessous de chaque multiple de 2.

Maintenant, déroulez le premier nombre sans X en dessous (3 dans ce cas) et placez-le sur la ligne suivante. Écrivez le 3 et mettez des X sur cette ligne pour tous ses multiples. Continuez ainsi. A la fin, vous aurez abaissé tous les *nombres premiers*. N'oubliez pas que 1 est une *unité* et non un nombre premier !



— Analyse —

Ce processus simple révèle quelques faits intéressants sur les nombres premiers. Voyez si votre enfant peut poser certaines de ces questions - cependant, si elles ne se posent pas naturellement, voici quelques questions à poser.

1) Pourquoi les nombres qui descendent sont-ils premiers ?

Supposons que vous ayez un nombre composé. Nous voulons montrer que ce nombre aura un X en dessous. Étant composé, il est divisible par un certain nombre, n, compris entre 1 et ce nombre. Si n est un nombre premier, alors notre nombre composé aurait un X sous lui, n étant un nombre premier antérieur. Si n n'est pas un nombre premier, alors il a un X en dessous d'un nombre premier antérieur, appelez-le p. Maintenant, p divise uniformément n et n divise également notre nouveau nombre, donc p doit diviser notre nouveau nombre. Par conséquent, en marquant les multiples de p, un X aurait été placé sous notre nouveau nombre.

2) Lorsque vous placez des X pour les multiples d'un nombre premier, certains nombres ont déjà un X d'un nombre premier antérieur. Quand cela arrive-t-il et quand cela n'arrive-t-il pas?

Regardons les multiples de 5 dans le tamis ci-dessus. Les multiples 5 x 2, 5 x 3 et 5 x 4 sont déjà barrés. Seulement 5 x 5 est nouveau. Cela se produit parce que 5 x 2, 5 x 3 et 5 x 4 sont tous des multiples de 2 et 3, des nombres premiers antérieurs. Si nous voulons mettre des X dans de nouveaux endroits, nous devons multiplier 5 par des nombres qui n'ont que des facteurs premiers de 5 et plus. Parce qu'il est un peu fastidieux de garder une trace de tout cela, certaines personnes ne font que rayer des multiples impairs et en rester là.

3) Pour ce tamis, quel était le dernier premier qui avait un nouveau X utile dans sa rangée?

Dans ce tamis, les nombres premiers avec des X utiles sont 2, 3 et 5. Les multiples de 7 et 11 étaient tous d'anciens X. Si vous regardez la réponse à la dernière question, vous verrez la réponse ici. La seule façon d'obtenir de nouveaux X est de multiplier un nombre premier par des nombres premiers supérieurs ou égaux à lui-même. Une fois que nous atteignons un nombre premier comme 7 où 7 x 7 > 25, nous n'avons pas besoin de le vérifier. Il suffit donc de vérifier les nombres premiers dont le carré est inférieur ou égal au dernier nombre.

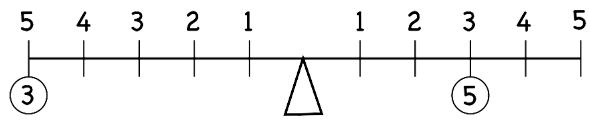
4) Si on vous donnait un nombre, disons 53, par quels nombres premiers auriez-vous besoin de le diviser pour voir qu'il est premier?

À partir de la réponse à la dernière question, nous n'avons qu'à vérifier les nombres premiers dont le carré est inférieur ou égal à 53. Ces nombres premiers sont 2, 3, 5 et 7 - aucun de ces nombres ne divise 53 uniformément, donc 53 doit être premier!

Chapitre 5 — Leviers et mobiles

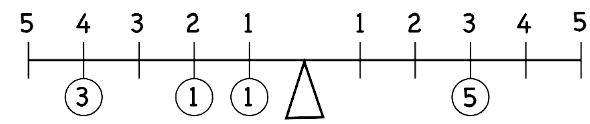
— Leviers —

Le principe du levier stipule que la force exercée sur un côté d'un levier par une masse est égale à la masse multipliée par sa distance du point de pivot, le point d'appui.



Dans le levier ci-dessus, le 3 sur le côté gauche est à une distance de 5 du point d'appui, donc sa force est de 3 x 5 = 15. Le 5 sur le côté droit est à une distance de 3 du point d'appui, donc sa force est de 5 x 3 = 15. Ce levier est en équilibre.

S'il y a plus d'un poids sur un côté, les forces s'additionneront.



Dans ce levier, il y a 3 x 4 + 1 x 2 + 1 x 1 = 15 du côté gauche, et 5 x 3 = 15 du côté droit. Il est donc en équilibre.

Nous limiterons ces problèmes à n'utiliser que des nombres entiers. Vous pouvez décider si vous autorisez plusieurs poids à être suspendus au même point - nous supposerons qu'il est acceptable de faire plusieurs poids dans la discussion qui suit.

— Puzzles à levier —

Vous avez un poids de 3 unités et un poids de 5 unités à mettre sur les côtés opposés du point d'appui. Où faut-il les équilibrer ? La réponse à cette question peut être les distances 5 et 3, mais cela peut aussi être 10 et 6, ou même des réponses plus grandes telles que 15 et 9. Soyez ouvert à discuter de tout ce que votre enfant propose.

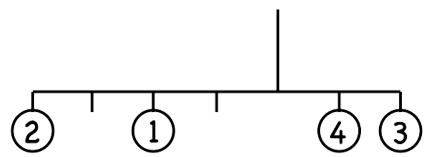
Si vous avez un poids à 3 et 5 éléments à mettre d'un côté d'un levier, quels poids pouvez-vous mettre à quelles distances de l'autre côté ? Cette question fait suite aux questions de la page Faites que ça compte à la fin du chapitre 4. Comme auparavant, explorez différentes combinaisons de pondérations. Que se passe-t-il si 3 et 5 sont remplacés par 4 et 5, 4 et 9, ou 6 et 9 ?

Comment ce dernier problème change-t-il si nous mettons les poids à 3 et 5 unités sur les côtés opposés du point d'appui ? Maintenant, il est facile de peser un poids à 1 unité en utilisant 3 x 2 = 5 x 1 + 1 x 1. Quels autres poids pouvez-vous peser de cette façon ?

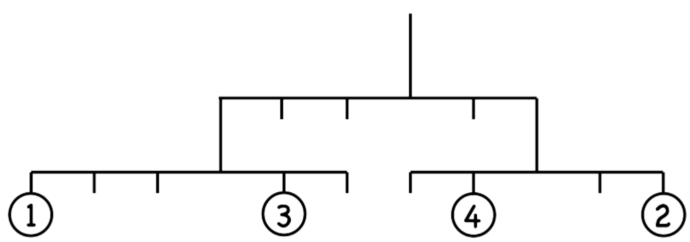
— Mobiles —

On vous donne des poids et un design pour un mobile qui a des points d'attache. Le défi est de mettre au plus un poids par point d'attache afin que le mobile s'équilibre le long de chaque bras. Pour ces problèmes, nous supposerons que les fils qui créent le mobile sont en apesanteur. Chaque bras du mobile est un levier qui a besoin d'être équilibré, donc ces énigmes sont une extension de l'équilibre du levier - entraînez-vous à ces énigmes avant de les commencer.

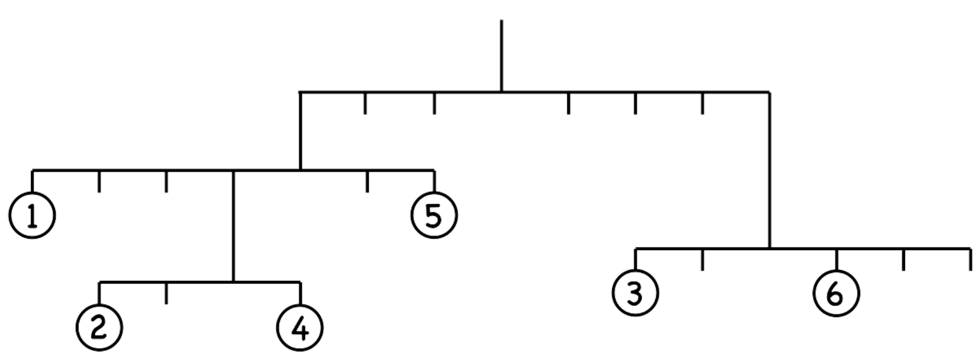
Commencez par les mobiles les plus simples, qui ne sont que des leviers en l'air. Voici une solution pour mettre les poids de 1 à 4 sur ce mobile pour l'équilibrer. Cela fonctionne comme un levier avec le point d'appui au point de suspension. Pour ce mobile, nous avons 2 x 4 + 1 x 2 = 4 x 1 + 3 x 2.



S'il y a plus d'un niveau au mobile, alors chaque bras individuel à chaque niveau doit s'équilibrer comme un levier. Pour ce prochain mobile, les deux bras inférieurs s'équilibrent car 1 x 3 = 3 x 1 et 4 x 1 = 2 x 2. Pour le niveau supérieur, il vous suffit d'additionner les poids en dessous. Par exemple, le poids sur le côté gauche est 1 + 3 = 4 - en ce qui concerne le niveau supérieur, peu importe où sur ce bras inférieur se trouvent les poids. Donc, pour le niveau supérieur, (1 + 3) x 3 = (4 + 2) x 2 = 12, donc le niveau supérieur s'équilibre également.



Amusez-vous à créer des puzzles mobiles les uns pour les autres. Voici un dernier avec lequel jouer en utilisant chacun des nombres de 1 à 6. Ne vous inquiétez pas d'être fantaisiste et d'utiliser chaque numéro une fois. Tout puzzle terminé sera amusant. En vérifiant les niveaux, nous avons : 2 x 2 = 4 x 1 ; 1 x 4 + (2 + 4) x 1 = 5 x 2 ; 3x2 = 6x1; et (1 + 2 + 4 + 5) x 3 = (3 + 6) x 4.



Chapitre 5 — Diviser la boîte

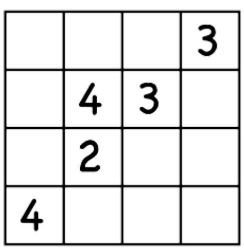
— Introduction —

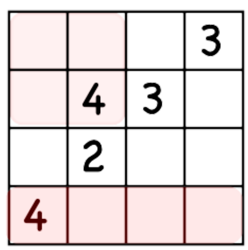
Un rectangle, 4 par 4 ou plus, avec des nombres dans certains de ses carrés, doit être divisé en rectangles plus petits. Chaque numéro doit se terminer dans un rectangle séparé dont la surface correspond à ce numéro.

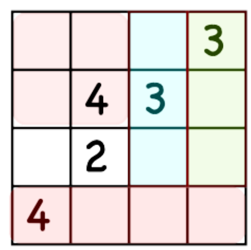
Pour les adultes, la construction de ces puzzles est assez simple. Prenez un rectangle, divisez son intérieur en rectangles, mettez des nombres pour les zones à l'intérieur de chaque rectangle intérieur, puis supprimez tout signe des rectangles intérieurs. La seule partie délicate consiste à placer des nombres à des endroits qui rendent le casse-tête assez facile à résoudre - vous pouvez toujours donner des indices si nécessaire si votre casse-tête s'avère trop difficile.

— Stratégies de résolution —

Voici quelques stratégies générales qui peuvent simplifier la résolution de ces énigmes. Faites de votre mieux pour que votre enfant découvre ces règles tout en jouant avec les puzzles. Faites une liste ensemble des règles qu'ils proposent.







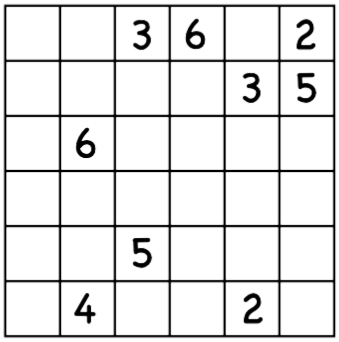
1) Regardez des nombres avec seulement une ou deux options pour leurs rectangles.

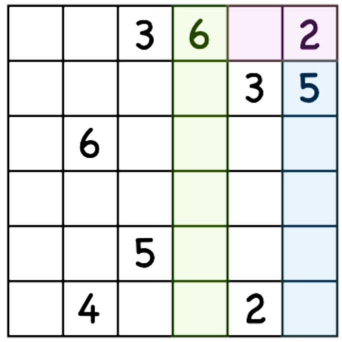
Les deux 4 sont fortement contraints. Chaque 4 ne peut être qu'à l'intérieur d'un rectangle 1 par 4 ou 2 par 2. Le 4 supérieur est ourlé, il ne peut donc pas être à l'intérieur d'un 1 par 4. Il doit donc y avoir un rectangle 2 par 2 dans le coin supérieur gauche. Cela ne laisse au 4 inférieur que la possibilité que son rectangle soit 1 sur 4 et longe le côté inférieur.

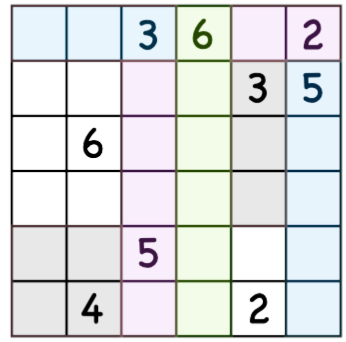
2) Regardez les nombres premiers - ils doivent être à l'intérieur d'un rectangle de 1 sur n.

Les 3 du puzzle ci-dessus doivent être contenus dans un rectangle de 1 sur 3. Le 3 dans le coin supérieur droit ne peut faire partie que d'un rectangle de 1 sur 3 longeant le bord supérieur ou le long du côté droit. Le carré supérieur gauche 2 par 2 étant bloqué pour le 4, il est impossible d'avoir un 1 par 3 le long du bord supérieur.

Le 1 par 4 le long du bas force le 1 par 3 pour que le plus bas des deux 3 soit le plus élevé des deux possibilités verticales.







3) Les nombres proches de la dimension maximale ont souvent peu d'options.

Regardez les 6 et les 5 dans ce prochain puzzle. Le 6 le plus haut a besoin de beaucoup d'espace, et la seule façon d'y avoir assez d'espace est verticalement vers le bas, en utilisant toute la colonne. Les 6 autres ne peuvent pas être 1 x 6 car la ligne a été coupée par la colonne des 6 autres. Ainsi, le 6 inférieur doit être un 2 x 3, ce qui n'est pas encore tout à fait déterminé.

Comme autre exemple, s'il y avait eu un 8 dans ce puzzle, 1 par 8 n'aurait pas tenu, il aurait donc dû faire partie d'un rectangle de 2 par 4.

4) Les carrés qui sont encadrés ont peu d'options.

Le 5 supérieur est encadré, son seul choix est donc d'être dans une colonne de 5 cases. Les 5 autres, parce que c'est aussi un premier, doivent aller verticalement ou horizontalement. Il est coupé horizontalement par la colonne du 6, il doit donc remonter verticalement jusqu'en dessous du 3.

5) Les coins sont souvent très contraints.

2 dans le coin supérieur droit doit aller horizontalement, il est donc facile à combler au-.

Chapitre 5 — Lettre substitution Puzzles

— Introduction —

Lorsque votre enfant devientaise les énigmes Nombre manquants de quelques pages plus haut dans ce chapitre, ils peuvent commencer jouer avec ces énigmes. Dans ceux-ci, un ou plusieurs chiffres sont remplacés par des lettres. Les trois règles pour les lettres sont :

- Une lettre donnée est toujours le même chiffrechiffre
- Lele plus à gauche d'un nombre n'est jamais 0
- Des lettres différentes doivent être des chiffres différents

Créez ces puzzles en prenant un problème d'addition ou de soustraction et en remplaçant un ou plusieurs chiffres. Les puzzles peuvent également être créés pour créer des défis de résolution de problèmes intéressants pour votre enfant. Notez que les valeurs des lettres ne se transmettent pas d'un puzzle à l'autre.

— Exemples —

Ce premier exemple illustre comment vous pouvez prendre un problème d'addition ou de soustraction standard et en faire un puzzle de substitution de lettres. La première version a remplacé tous les 6 par des A, et la deuxième version a remplacé les 2 par des B.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \dashrightarrow \begin{array}{r} 23 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array} \quad \begin{array}{r} B3 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array}$$

Le reste de ces exemples est soigneusement construit pour permettre la résolution en utilisant les propriétés de la situation particulière. Une propriété à noter est que lorsque vous ajoutez deux nombres, le report dans la colonne suivante est toujours 0 ou 1. Ainsi, par exemple, dans le problème A + A = C4, C doit être 1 car il n'est pas autorisé à être 0.

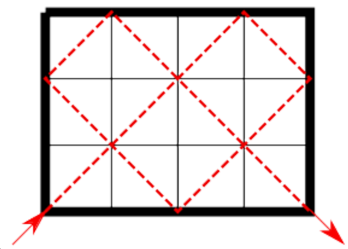
$$\begin{array}{r} B \\ +8 \\ \hline C \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +B \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +A \\ \hline C4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +2 \\ \hline BC \end{array} \quad \begin{array}{r} D \\ +2 \\ \hline EE \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline AC \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \\ A \\ +A \\ \hline B2 \end{array} \quad \begin{array}{r} C \\ C \\ +C \\ \hline D4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ A \\ +7 \\ \hline B \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ A \\ +B \\ \hline B0 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +BB \\ \hline A7 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +AB \\ \hline BA \end{array}$$

$$\begin{array}{r} BA \\ +BB \\ \hline CAB \end{array} \quad \begin{array}{r} AD \\ +BD \\ \hline BCC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +BA \\ \hline BBC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +CB \\ \hline BBC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +AB \\ \hline CAC \end{array} \quad \begin{array}{r} AA \\ +AA \\ \hline BBC \end{array}$$

Chapitre 5 — Jouer avec les formes

— Boule de billard rebondissante — Introduction —



Imaginez une table de billard qui a une poche dans chaque coin. Lorsqu'une balle rebondit sur le côté de la table, elle rebondit sous le même angle où elle est entrée. Si nous tirons une balle à un angle de 45 degrés depuis le coin inférieur gauche, où finira-t-elle ? La réponse dépend de la taille de la table. Sur la photo à droite, ce qui se passe sur une table de 3 par 4.

Donnez à votre enfant un dessin d'une table et mettez-le au défi de prédire quel coin sera touché en premier et combien de rebonds il faudra avant d'atteindre ce coin.

— Boule de billard rebondissante — Analyse —

Commencez par laisser votre enfant jouer avec cela et ne soyez pas pressé de découvrir les résultats. Comme vous le verrez, ce problème implique des idées sophistiquées pour un jeune. Au besoin, posez une ou deux questions pour structurer un peu plus sa réflexion. Vous savez ce qui s'en vient - regardez d'abord des tableaux plus simples pour rechercher des motifs - lorsque cette idée deviendra automatique pour votre enfant, cela lui sera utile pour le reste de sa vie !

Les tableaux les plus simples sont 1 par n, et ils sont faciles à comprendre. En jouant avec quelques valeurs de n, le motif émerge rapidement. Il est facile de sous-estimer un résultat simple comme celui-ci ; cependant, tout résultat parfaitement compris doit être célébré, et ce résultat en conduira à d'autres.

<u>Résultat</u>: 1 par n tableau : La balle prendra n-1 rebonds. La balle finira dans le coin inférieur droit si n est pair et dans le coin supérieur droit si n est impair.

Les prochains tableaux les plus simples sont 2 par n. Les modèles ici sont un peu plus impliqués. Une bonne tenue des dossiers peut faire une grande différence dans quelque chose comme ça. Un expérimentateur attentif remarquera qu'un tableau 2 par 4 se comporte comme un tableau 1 par 2, et un tableau 2 par 6 comme un 1 par 3. Cela se généralise rapidement au résultat suivant.

<u>Résultat</u>: Un tableau 2 par 2xn se comporte comme un tableau 1 par n.

Pourquoi est-ce? Que se passe-t-il? Il s'agit d'un processus mathématique à inculquer à votre enfant - recherchez des modèles, puis cherchez à les comprendre, et avec cette nouvelle compréhension, étendez vos résultats antérieurs.

Ce qui se passe, c'est que les rebonds sur une table ne changent pas si vous agrandissez les deux dimensions du même facteur. Lorsque cela est fait, la table est plus grande mais la géométrie est la même. En termes de géométrie, les deux tables sont dites « similaires ».

<u>Résultat</u>: Une table kxm par kxn se comporte exactement comme une table m par n.

Nous sommes arrivés ici par petites étapes, mais c'est un GRAND résultat. Cela signifie que nous pouvons commencer notre analyse sur n'importe quelle table en supprimant d'abord tout facteur commun.

Reprendre là où nous nous sommes arrêtés pour 2 par n tables. On comprend ce qui se passe quand n est pair, mais que se passe-t-il quand n est impair ? Que se passe-t-il pour 2 par n pour n = 1, 3, 5, 7, et ainsi de suite ? Le motif devient rapidement facile à voir.

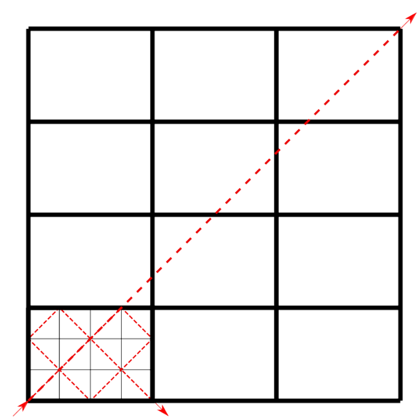
<u>Résultat</u>: Lorsque n est impair, une table 2 par n a n rebonds et se retrouve dans le coin supérieur gauche.

Beaucoup de progrès sont faits. Jouer avec plus d'exemples conduit à plus de modèles.

<u>Résultat</u>: Si n n'est pas un multiple de 3, un tableau 3 par n a n+1 rebonds et se termine dans le coin supérieur droit si n a un reste de 1 lorsqu'il est divisé par 3, et dans le coin inférieur droit si n a un reste de 2 divisé par 3. Si n est impair, une table de 4 par n a n + 2 rebonds et se termine dans le coin supérieur gauche. Si n n'est pas un multiple de 5, une table de 5 sur n a n+3 rebonds et se retrouve dans le coin supérieur droit lorsque n est impair et dans le coin inférieur droit lorsque n est pair.

À ce stade, nous sommes tentés d'examiner les données, de voir quelques modèles et de faire des conjectures.

<u>Conjecture</u>: Supposons que k et n n'aient pas de facteurs en commun. Alors ak by n table aura k + n - 2 rebonds. Il se terminera dans le coin supérieur gauche si k est pair. Il se terminera dans le coin supérieur droit si k est impair et n est impair, et dans le coin inférieur droit si k est impair et n est pair.



Wow - si cette conjecture est vraie, nous avons complètement résolu ce problème ! Vous savez ce qui s'en vient… Voyons si nous pouvons expliquer pourquoi cette conjecture devrait être vraie (ou découvrir qu'elle est fausse).

Bien qu'il existe d'autres façons de comprendre cette situation, comme cela arrive parfois, ce qui rend ce problème beaucoup plus facile à comprendre est une idée nouvelle. Cela ne vous vient peut-être pas à l'esprit, mais une fois que vous le verrez, vous serez probablement étonné. L'idée est de déplier la table pour que la balle puisse aller en ligne droite ! Voici ce qui se passe si nous déplions la table originale 3 par 4 et transformons le chemin de la balle en ligne droite.

Voir que la conjecture est vraie est beaucoup plus facile maintenant. Les rebonds correspondent à des lignes de croisement - il y en a (k - 1) à traverser dans un sens et (n - 1) à traverser dans l'autre sens, donc ensemble cela fait un total de (k - 1) + (n - 1) = k + n - 2 lignes à traverser. Voir dans quel coin il se retrouve est une question de garder une trace de la façon dont les choses se déroulent. Nous avons tous terminé maintenant avec un voyage assez intéressant.

— Remplir des régions avec des formes — Introduction —

Supposons que vous ayez un échiquier de 8 par 8 et que vous ayez une collection de tuiles 1 par 2. Trouver un moyen de couvrir exactement l'échiquier avec 32 de ces tuiles 1 par 2 est assez simple.

Commençons par retirer quelques cases de l'échiquier et voyons ce qui se passe. Si vous supprimez un coin de l'échiquier, vous savez immédiatement que vous ne pouvez plus couvrir l'échiquier de tuiles car les tuiles couvriront toujours un nombre pair de cases, et il y a maintenant 63 cases à couvrir. D'accord, supprimez deux coins pour créer un nombre pair de carrés restants - pouvez-vous le couvrir maintenant ? La réponse dépend des deux coins que vous supprimez. Pourquoi? Et si vous ne vous limitiez plus à supprimer des coins, que se passera-t-il alors ?

— Remplir des régions avec des formes — Analyse —

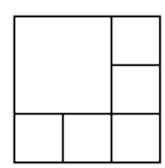
Laissez votre enfant jouer avec avant de révéler l'idée de coloration. S'ils jouent avec de petites planches, ils découvriront peut-être la règle par eux-mêmes, et c'est toujours mieux.

Une observation qui aide beaucoup avec cette question est d'utiliser la coloration des cases de l'échiquier. Si vous prenez les carreaux 1 par 2 et coloriez un carré en blanc et l'autre en noir, vous verrez une chose intéressante se produire. Chaque tuile doit couvrir un carré de chaque couleur. Non seulement k carreaux couvriront 2xk carrés, mais ils couvriront k carrés blancs et k carrés noirs - le même nombre de carrés de chaque couleur. En utilisant cette idée, il devient évident que si vous enlevez plus de carrés d'une couleur que d'une autre, il sera impossible de recouvrir le plateau.

Si votre enfant aime ces questions, commencez à utiliser d'autres formes pour remplir le tableau. Amusez-vous à le remplir avec 1 par 3 tuiles ou avec 3 carrés en forme de L. Quels modèles et règles découvrez-vous avec ceux-ci ? Avec quelles autres formes pourrait-il être intéressant de jouer ?

— Remplir des carrés avec des carrés — Introduction —

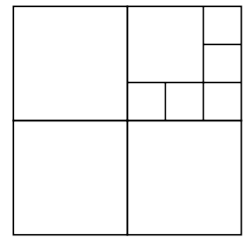
De quelles manières pouvez-vous remplir un carré avec d'autres carrés, où les autres carrés n'ont pas besoin d'avoir tous la même taille ? Cependant, les longueurs ne peuvent pas être des nombres totalement aléatoires - la longueur du côté de chaque carré doit être un multiple entier d'une longueur fixe. La question à étudier est : quels sont tous les nombres de carrés qui sont possibles ? De plus, si vous savez qu'un nombre est possible, existe-t-il un moyen simple de décrire comment le faire ?



Laissez votre enfant jouer avec pendant plusieurs jours et ne soyez pas pressé d'obtenir la réponse. Il existe de nombreuses façons différentes de trouver des idées pour cette enquête, alors soyez flexible et travaillez avec les idées de votre enfant. Voici un schéma montrant comment 6 est possible.

Venir avec quelques exemples rapides est toujours une bonne idée. Casser le grand carré en carrés de taille égale pour commencer facilement. De là, vous savez que les nombres carrés (1, 4, 9, 16, 25, …) fonctionnent tous.

En partant de l'exemple de 6 carrés, nous pouvons utiliser un grand carré de n'importe quelle taille et mettre des carrés 1 par 1 sur deux de ses côtés. En faisant cela pour des carrés toujours plus grands (1 par 1, 2 par 2, 3 par 3, …) on obtient 1 + 3 = 4, 1 + 5 = 6 (comme sur la photo), 1 + 7 = 8, 1 + 9 = 10 , etc.
Ainsi, tous les nombres pairs commençant par 4 peuvent être faits de cette façon.



Une idée puissante qui résume rapidement cela est de voir que nous pouvons prendre un diagramme qui fonctionne et remplacer l'un de ses carrés par un autre diagramme qui fonctionne. Ainsi, par exemple, si vous prenez un simple 2 par 2 rempli de 4 carrés 1 par 1 et que vous remplacez l'un de ces carrés 1 par 1 par l'exemple de 6 carrés, vous obtenez le diagramme illustré à droite avec 9 carrés.

Parce qu'un carré est remplacé par un diagramme à n carrés, le changement net du nombre de carrés est d'en ajouter n-1. Cela signifie que nous pouvons prendre un nombre qui fonctionne et ajouter des multiples d'un de moins à n'importe quel autre nombre qui fonctionne. En particulier, nous pouvons ajouter des multiples de 4 -1 = 3 à n'importe quel autre nombre qui fonctionne - les plus faciles à ajouter à 3 sont tous les nombres pairs commençant par 4.

Mettre tout cela ensemble indique que les nombres 1, 4, 6, 7, 8, 9, … tous fonctionnent, et il est facile de voir au moins une façon simple de les construire. Il est également facile de se convaincre que 2, 3 et 5 sont impossibles.

Si votre enfant aime explorer cette question, explorez les variations sur ce thème. Supposons que vous n'autorisiez que des carrés de certaines tailles - comme 1 par 1, 2 par 2 et 3 par 3. Ou peut-être n'autorisez-vous que 2 par 2 et 3 par 3. Voyez quelles questions conduisent à des résultats intéressants et lesquels ne sont pas si intéressants .

Une autre direction à regarder consiste à remplir d'autres figures avec des figures qui ont la même forme. Par exemple, posez la même question pour des triangles réguliers (des triangles dont tous les côtés sont de même longueur). Certains chiffres sont intéressants à étudier de cette manière, et certains ne sont pas intéressants du tout - lesquels ?

Chapitre 5 — Jeu de produits

— Introduction —

Utilisez un morceau de papier commun rempli comme suit :

Le premier joueur déplace un jeton sur n'importe quel nombre de 1 à 9 dans les cases 1 à 9 de la rangée du bas. Le deuxième joueur place un autre jeton sur l'une des cases 1 à 9 de la rangée du bas et réclame le produit dans la grille 6 par 6. A partir de là, chaque joueur choisit de déplacer l'un des deux jetons et de réclamer le produit (s'il le peut). Le premier joueur à réclamer 3 cases d'affilée gagne. Mélangez les numéros de produits dans la grille 6 par 6 pour donner à votre enfant une meilleure pratique pour identifier les produits.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ces plateaux de jeu peuvent être aussi grands que vous le souhaitez, bien qu'ils deviennent assez grands assez rapidement. Voici quelques planches plus grandes avec les plus grandes plages de chiffres correspondantes en dessous.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
50	54	56	60	63	64
70	72	80	81	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

★	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	14
15	16	18	20	★	21	22
24	25	27	28	30	32	33
35	36	40	42	44	45	48
49	★	50	54	55	56	60
63	64	66	70	72	77	80
81	88	90	99	100	110	121

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

★	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	★	12	14	15
16	18	20	21	22	24	25	27
★	28	30	32	33	35	36	40
42	44	45	48	★	49	50	54
55	56	60	63	64	66	70	72
★	77	80	81	84	88	90	96
99	100	108	110	120	121	132	144

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Les carrés avec des étoiles rouges sont des carrés « libres » et peuvent être utilisés de chaque côté selon les besoins.

Chapitre 5 — Calculatrices limitées

— Introduction —

Supposons que vous ayez une calculatrice gravement cassée et que vous soyez mis au défi de produire un résultat sur la calculatrice. Vous pouvez proposer une grande variété de scénarios qui peuvent fournir des défis intéressants avec une description rapide du puzzle. Cette activité est facile à jouer à l'oral chaque fois que vous avez un moment libre. Voici quelques exemples pour vous aider à démarrer.

Bien qu'il y ait des moments où des mathématiques plus profondes se déroulent dans ces questions, la plupart du temps ce sont des problèmes entièrement pour le plaisir de jouer avec eux.

1a) Supposons que vous ayez une calculatrice avec +, -, x et /, mais une seule touche numérique fonctionnelle, le 4. Pourriez-vous obtenir le résultat 21 ? Si oui, quel est le plus petit nombre d'étapes dont vous auriez besoin ?

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4/4 = 21 est une façon, mais il existe de nombreuses autres façons de le faire. Un autre est 4 x (4 + 4/4) + 4/4. Le but est de jouer et de profiter de l'exploration.

1b) Supposons que vous puissiez utiliser 4 au maximum quatre fois - quels nombres pourriez-vous produire ? Supposons que vous deviez utiliser le 4 exactement quatre fois.

Au fur et à mesure que les ressources mathématiques d'un enfant augmentent, le problème des quatre 4 est un casse-tête amusant. À ce stade, les choix de votre enfant sont assez limités, mais c'est toujours très amusant de jouer avec. Il sera particulièrement difficile de faire de nombreux nombres sans diviser ou utiliser des décimales. Ne vous préoccupez pas de trouver tous les nombres dans l'ordre - proposez simplement autant de nombres différents que possible.

Voici quelques exemples juste pour vous aider à démarrer.

1 = (4/4) x (4/4) = 44 / 44

2 = 4 / ((4 + 4) / 4)

3 = (4 + 4 + 4) / 4

4 = (4 - 4) x 4 + 4

6 = 4 + (4 + 4) / 4

7 = 44 / 4 - 4

8 = (4 + 4) x (4/4) = 4 + 4 + 4 - 4

32 = 4 x 4 + 4 x 4

1c) Jouez avec d'autres numéros simples et créez d'autres résultats.

2a) Supposez que votre calculatrice ne puisse additionner que 4 ou 7. Quels nombres pourriez-vous produire ?

C'est le résultat que nous avons vu plusieurs fois maintenant. À partir de (4 - 1) x (7 - 1), vous pouvez obtenir tous les nombres en additionnant des multiples de 4 et 7. 18 = 2 x 7 + 4, 19 = 3 x 4 + 7, 20 = 5 x 4, 21 = 3 x 7, et ainsi de suite.

2b) Supposons qu'il ait 4 ou 7, mais qu'il puisse additionner et soustraire. Quels nombres pourriez-vous produire ?

Vous pouvez produire tous les nombres de cette façon.

2c) Remplacez 4 et 7 par d'autres paires de nombres. Que se passe-t-il pour ces paires ?

En théorie des nombres, cela s'appelle le théorème de Bezout. Le résultat indique qu'en combinant des multiples de deux nombres, vous pouvez produire n'importe quel multiple du plus grand diviseur commun des deux nombres.

3) Supposons que vous n'ayez qu'une touche 1 et que vous ne puissiez qu'ajouter ou doubler. Par exemple, 2 x (2 x 1) + 1 fait 5. Quels autres nombres peux-tu créer ?

C'est une question sur les nombres binaires déguisés. Il n'est pas important que votre enfant s'en rende compte ou le comprenne, c'est juste pour jouer avec. N'importe quel nombre peut être écrit en binaire, donc tous les nombres peuvent être obtenus en combinant le doublement avec l'ajout de 1. Par exemple, 21 est 16 + 4 + 1. Donc, 21 = 2 x (2 x (2 x (2 x 1) + 0) + 1) + 0) + 1.

Chapitre 5 — Double or Nothing

— Introduction —

Les joueurs commencent le jeu en choisissant secrètement 5 nombres distincts supérieurs à 20 et inférieurs à 120. Une fois sélectionnés, ils sont écrits là où tous peuvent les voir. À l'aide de cartes numériques ou d'un autre appareil, un nombre aléatoire de 1 à 20 est créé. Ce nombre est doublé à plusieurs reprises jusqu'à ce que le nombre de quelqu'un soit touché pour la première fois ou que le nombre devienne supérieur à 120. Le premier joueur à avoir les cinq nombres touchés est le gagnant.

— Analyse —

La question est : quels sont les cinq meilleurs nombres à choisir ? Voici quelques idées à méditer.

<u>Règle</u>: Choisissez toujours un nombre qui est une puissance de 2 fois un nombre de 1 à 20.

Si vous choisissez un nombre tel que 23 ou 46, ils ne peuvent jamais être touchés et vous êtes assuré de perdre.

<u>Règle</u>: Ne choisissez jamais un nombre qui est deux fois un autre nombre que vous auriez pu choisir mais ne l'avez pas fait.

Si vous en choisissez 44, pourquoi ne pas en choisir 22 à la place ? Si l'autre personne choisit 22, vous manquerez un tour.

<u>Analyse approfondie</u>: Les nombres de 1 à 20 sont également susceptibles d'être choisis. Cependant, comme 9 mène à 18, 18 est deux fois plus probable comme point de départ que disons 11 ne l'est. Si vous combinez les façons d'obtenir des départs différents, les points de départ ont les probabilités suivantes :

11 - 1/20 (à partir de 11)

12 - 3/20 (à partir de 3, 6 et 12)

13 - 1/20 (à partir de 13)

14 - 2/20 (à partir de 7 et 14)

15 - 1/20 (à partir de 15)

16 - 5/20 (à partir de 1, 2, 4, 8 et 16)

17 - 1/20 (à partir de 17)

18 - 2 /20 (à partir de 9 et 18)

19 - 1/20 (à partir de 19)

20 - 3/20 (à partir de 5, 10 et 20)

De toute évidence, les meilleurs nombres à utiliser sont des multiples de 16, 12 et 20. Une stratégie simple consiste à utiliser les cinq numéros : 32, 64, 24, 48 et 40. Ces numéros ne seront pas toujours gagnants, mais ils devraient très bien vous convenir au fil du temps.