⚠ Questo capitolo è stato tradotto con Google Translate – Aiutaci a migliorarlo!

Capitolo 5 Materiale bonus

— Introduzione —

Sei una persona che desidera che ci siano più esempi, discussioni e commenti nelle descrizioni intenzionalmente brevi delle lezioni? Se è così, sei capitato nel posto giusto! Questo file contiene materiale bonus per alcune delle attività del Capitolo 5.

Per i puzzle, vengono forniti molti esempi di puzzle risolti, insieme a commenti aggiuntivi su come crearli. Il programma Early Family Math si basa sull'idea che la matematica precoce è qualcosa che una famiglia dovrebbe fare insieme, e fare puzzle per tuo figlio da fare con te è una parte importante di questo processo. Una volta che avrai preso confidenza con ogni puzzle, dovresti scoprire che la maggior parte, se non tutti, i puzzle sono abbastanza facili da creare.

Molti di questi puzzle hanno diversi livelli di difficoltà e nelle prossime pagine ci sono molti suggerimenti ed esempi su come creare quei livelli. Inizia sempre con i puzzle più semplici. È molto meglio che tuo figlio sperimenti successo, comprensione e divertimento con enigmi un po' troppo facili, piuttosto che essere frustrato, scoraggiato e sopraffatto da enigmi troppo difficili. Una volta che tuo figlio acquisisce fiducia ed entusiasmo per un'attività di matematica, è il momento di incorporare lentamente le sfide più grandi. Inoltre, non tutti i puzzle saranno divertenti per tutti, quindi non spingere puzzle e attività che semplicemente non sembrano connettersi.

Questo è ciò che troverai nelle pagine seguenti:

- **Capitolo 5 — Nim con fattori**
- **Capitolo 5 — Il crivello di Eratostene**
- **Capitolo 5 — Leve e mobili**
- **Capitolo 5 — Dividi la scatola**
- **Capitolo 5 — Puzzle di sostituzione delle lettere**
- **Capitolo 5 — Indagini — Giocare con le forme**
- **Capitolo 5 — Gioco del prodotto**
- **Capitolo 5 — Calcolatrici limitate**
- **Capitolo 5 — Raddoppia o niente**

Capitolo 5 — Nim with Factors

— Introduzione —

Inizia con qualsiasi numero, diciamo 20. Lascia che sia il bambino a decidere se iniziare per primo o per secondo. Durante il proprio turno, un giocatore può sottrarre qualsiasi divisore del numero corrente dal numero. Il giocatore costretto a 0 perde.

— Analisi —

Come al solito, una buona strategia per conoscere questo gioco è guardare una versione più semplice del gioco, che in questo caso significa iniziare con numeri molto piccoli. Se è il tuo turno e ti trovi di fronte a ciascuno di questi numeri, ecco cosa accadrà: 1 - perdi, 2 - vinci, 3 - perdi, 4 - vinci, 5 - perdi, 6 - vinci, 7 perdi e 8 vincita. Ormai lo schema è chiaro: se è la tua mossa e hai un numero dispari, allora perderai; se hai un numero pari, allora vincerai.

Trovare la strategia vincente è un grande passo, ma andiamo più a fondo. Perché funziona? Quali sono le proprietà dei numeri pari e dispari che creano questa situazione? Poni questa domanda a tuo figlio e dai loro molto tempo per pensarci e sperimentare - non c'è fretta, e questo processo di lotta con una domanda è inestimabile e non dovrebbe essere in cortocircuito.

Alcuni esperimenti con piccoli numeri rivelano rapidamente cosa sta succedendo. Se hai un numero dispari, tutti i divisori sono dispari, quindi quando sottrai un divisore il risultato è un numero pari. Di conseguenza, i numeri dispari in un turno portano sempre a un numero pari nel turno successivo. I numeri pari hanno sempre sia numeri pari che dispari per i divisori. Quindi, la situazione non è proprio la stessa. Tuttavia, se hai un numero pari, il tuo obiettivo è dare al tuo avversario un numero dispari, e c'è un modo semplice per farlo: seleziona il divisore 1 e sottrailo!

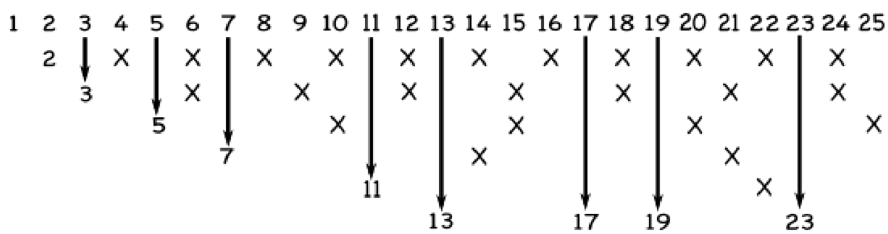
Capitolo 5 — Crivello di Eratostene

— Introduzione —

Inizia con una linea numerica numerata da 1 a 25 - o un intervallo più ampio se lo spazio e la tua pazienza lo consentono.

Scrivi il numero 2 sotto di sé. Sulla riga anche con questo 2, metti X sotto ogni multiplo di 2.

Ora, tira giù il primo numero senza X sotto (3 in questo caso) e mettilo sulla riga successiva. Scrivi il 3 e metti le X su quella riga per tutti i suoi multipli. Continua in questo modo. Alla fine, avrai tirato giù tutti i *numeri primi*. Ricorda che 1 è *un'unità* e non un numero primo!



— Analisi —

Questo semplice processo rivela alcuni fatti interessanti sui numeri primi. Vedi se tuo figlio riesce a fare alcune di queste domande - tuttavia, se non sorgono naturalmente, ecco alcune domande da porre.

1) Perché i numeri che scendono sono primi?

Supponiamo di avere un numero composto. Vogliamo mostrare che questo numero avrà una X sotto di esso. Essendo composto, è divisibile per un numero, n, compreso tra 1 e quel numero. Se n è un numero primo, allora il nostro numero composto avrebbe una X sotto di esso poiché n è un primo precedente. Se n non è un primo, allora ha una X sotto di sé da qualche primo precedente, chiamalo p. Ora, p divide equamente n e n divide equamente il nostro nuovo numero, quindi p deve dividere il nostro nuovo numero. Di conseguenza, quando si segnavano i multipli di p, una X sarebbe stata posta sotto il nostro nuovo numero.

2) Quando metti X per i multipli di un numero primo, ci sono alcuni numeri che hanno già una X da un numero primo precedente. Quando succede e quando no?

Diamo un'occhiata ai multipli di 5 nel setaccio sopra. I multipli 5 x 2, 5 x 3 e 5 x 4 sono già cancellati. Solo 5 x 5 è nuovo. Questo accade perché 5 x 2, 5 x 3 e 5 x 4 sono tutti multipli di 2 e 3, primi precedenti. Se vogliamo mettere X in posti nuovi, dobbiamo moltiplicare 5 per numeri che hanno solo fattori primi che sono 5 e superiori. Poiché è un po' noioso tenere traccia di tutto ciò, ciò che fanno alcune persone è solo barrare i multipli dispari e lasciar perdere.

3) Per questo crivello, qual'è stato l'ultimo numero primo che ha avuto una nuova X utile nella sua riga?

In questo crivello, i primi con X utili sono 2, 3 e 5. I multipli di 7 e 11 erano tutti vecchi X. Se guardi la risposta all'ultima domanda, vedrai la risposta qui. L'unico modo per ottenere nuovi X è moltiplicare un numero primo per numeri primi maggiori o uguali a se stesso. Una volta raggiunto un numero primo come 7 dove 7 x 7 > 25, non è necessario verificarlo. Quindi, dobbiamo solo controllare i numeri primi il cui quadrato è minore o uguale all'ultimo numero.

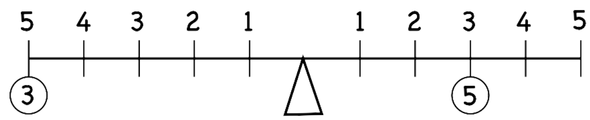
4) Se ti venisse dato un numero, diciamo 53, per quali numeri primi avresti bisogno di dividerlo per vedere che è primo?

Dalla risposta all'ultima domanda, dobbiamo solo controllare i numeri primi il cui quadrato è minore o uguale a 53. Questi numeri primi sono 2, 3, 5 e 7 – nessuno di questi divide 53 equamente, quindi 53 deve essere primo!

Capitolo 5 — Leve e mobili

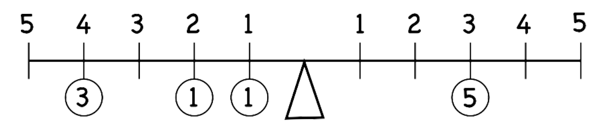
— Leve —

Il principio della leva afferma che la forza esercitata su un lato di una leva da una massa è uguale alla massa moltiplicata per la sua distanza dal punto di articolazione, il fulcro.



Nella leva sopra, il 3 sul lato sinistro è una distanza di 5 dal fulcro, quindi la sua forza è 3 x 5 = 15. Il 5 sul lato destro è una distanza di 3 dal fulcro, quindi la sua forza è 5 x 3 = 15. Questa leva è in equilibrio.

Se c'è più di un peso su un lato, le forze si sommano.



In questa leva, c'è 3 x 4 + 1 x 2 + 1 x 1 = 15 sul lato sinistro e 5 x 3 = 15 sul lato destro. Quindi è in equilibrio.

Limiteremo questi problemi a utilizzare solo numeri interi. Puoi decidere se consentire a più pesi di essere sospesi dallo stesso punto: assumeremo che sia corretto eseguire più pesi nella discussione che segue.

— Puzzle a leva —

Hai un peso di 3 unità e un peso di 5 unità da mettere sui lati opposti del fulcro. Dove dovrebbero essere messi in equilibrio? La risposta a questa può essere le distanze 5 e 3, ma può anche essere 10 e 6, o anche risposte più grandi come 15 e 9. Sii aperto a discutere qualunque cosa ti venga in mente tuo figlio.

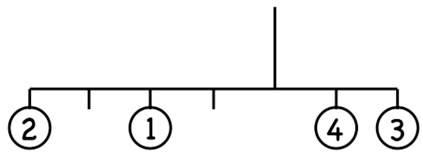
Se hai un peso da 3 unità e uno da 5 unità da mettere su un lato di una leva, quali pesi puoi mettere a quali distanze dall'altro lato? Questa domanda continua le domande sulla pagina Make It Count alla fine del Capitolo 4. Come prima, esplora diverse combinazioni di pesi. Cosa succede se 3 e 5 vengono sostituiti da 4 e 5, 4 e 9, o 6 e 9?

Come cambia quest'ultimo problema se mettiamo i pesi da 3 e 5 unità ai lati opposti del fulcro? Ora è facile pesare un peso di 1 unità usando 3 x 2 = 5 x 1 + 1 x 1. Quali altri pesi puoi pesare in questo modo?

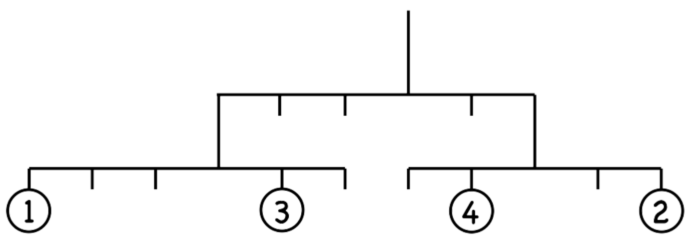
— Cellulari —

ti vengono dati alcuni pesi e un design per un cellulare che ha alcuni punti di attacco. La sfida è mettere al massimo un peso per punto di attacco in modo che il cellulare si equilibri lungo ogni braccio. Per il bene di questi problemi, assumeremo che i fili che creano il cellulare siano senza peso. Ogni braccio del cellulare è una leva che deve essere bilanciata, quindi questi puzzle sono un'estensione del Lever Balance: fai pratica con questi puzzle prima di iniziarli.

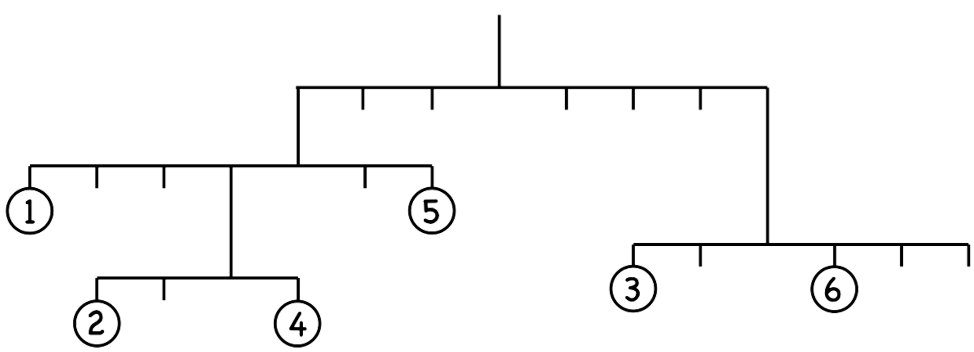
Inizia con i cellulari più semplici, che sono solo leve in aria. Ecco una soluzione per mettere i pesi da 1 a 4 su questo cellulare per bilanciare. Funziona come una leva con il fulcro nel punto di sospensione. Per questo cellulare abbiamo 2 x 4 + 1 x 2 = 4 x 1 + 3 x 2.



Se c'è più di un livello sul cellulare, allora ogni singolo braccio su ogni livello deve bilanciarsi come una leva. Per questo prossimo cellulare, i due bracci inferiori si bilanciano perché 1 x 3 = 3 x 1 e 4 x 1 = 2 x 2. Per il livello successivo, devi solo sommare i pesi sotto di esso. Ad esempio, il peso sul lato sinistro è 1 + 3 = 4 – per quanto riguarda il livello successivo, non importa dove si trovano i pesi su quel braccio inferiore. Quindi, per il livello successivo, (1 + 3) x 3 = (4 + 2) x 2 = 12, quindi anche il livello superiore si bilancia.



Divertiti a creare puzzle mobili l'uno per l'altro. Ecco un ultimo con cui giocare usando ciascuno dei numeri da 1 a 6. Non preoccuparti di essere fantasioso e di usare ogni numero una volta. Qualsiasi puzzle completato sarà divertente. Controllando i livelli abbiamo: 2 x 2 = 4 x 1; 1 x 4 + (2 + 4) x 1 = 5 x 2; 3x2 = 6 x 1; e (1 + 2 + 4 + 5) x 3 = (3 + 6) x 4.



Capitolo 5 — Dividi il riquadro

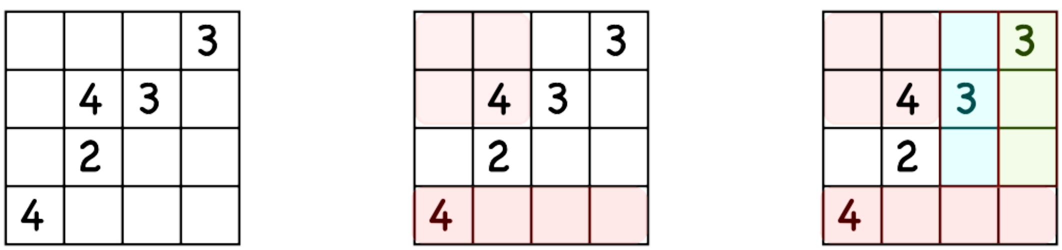
— Introduzione —

Un rettangolo, 4 per 4 o più grande, con numeri in alcuni dei suoi quadrati, deve essere diviso in rettangoli più piccoli. Ogni numero deve finire in un rettangolo separato la cui area è quel numero.

Per gli adulti, costruire questi puzzle è abbastanza semplice. Prendi un rettangolo, dividi il suo interno in rettangoli, inserisci i numeri per le aree all'interno di ciascun rettangolo interno, quindi rimuovi qualsiasi segno dei rettangoli interni. L'unica parte difficile è inserire i numeri in punti che rendono il puzzle ragionevolmente facile da risolvere: puoi sempre dare suggerimenti se necessario se il tuo puzzle finisce per essere troppo difficile.

— Strategie di risoluzione —

Ecco alcune strategie generali che possono semplificare la risoluzione di questi enigmi. Fai del tuo meglio per far scoprire a tuo figlio queste regole mentre gioca con i puzzle. Fate un elenco insieme delle regole che escogitano.



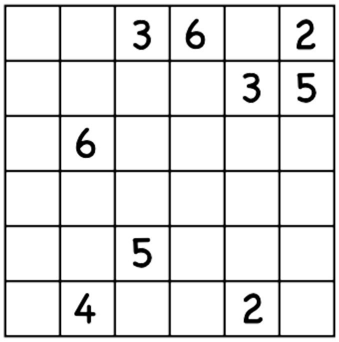
1) Guarda i numeri con solo una o due opzioni per i loro rettangoli.

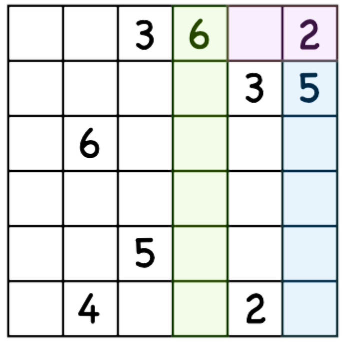
Entrambi i 4 sono altamente vincolati. Ogni 4 può essere solo all'interno di un rettangolo 1 per 4 o 2 per 2. Il 4 superiore è orlato, quindi non può essere all'interno di un 1 per 4. Quindi, ci deve essere un rettangolo 2 per 2 nell'angolo in alto a sinistra. Ciò lascia al 4 inferiore solo la possibilità che il suo rettangolo sia 1 per 4 e vada lungo il lato inferiore.

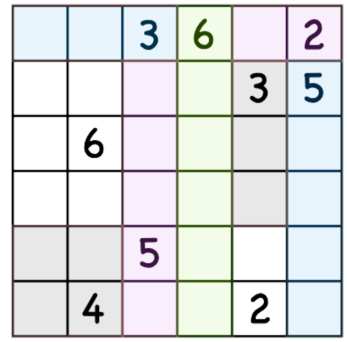
2) Guarda i numeri primi: devono essere all'interno di un rettangolo 1 per n.

I 3 nel puzzle sopra devono essere contenuti in un rettangolo 1 per 3. Il 3 nell'angolo in alto a destra può essere solo parte di un rettangolo 1 per 3 che va lungo il bordo superiore o lungo il lato destro. Il quadrato 2 per 2 in alto a sinistra bloccato per il 4 rende impossibile avere un 1 per 3 lungo il bordo superiore.

L'1 per 4 lungo il fondo obbliga l'1 per 3 per il più basso dei due 3 a essere il più alto delle due possibilità verticali.







3) I numeri vicini alla dimensione massima hanno spesso poche opzioni.

Guarda i 6 e i 5 in questo prossimo puzzle. Il 6 più in alto ha bisogno di molto spazio e l'unico modo per farlo è verticalmente verso il basso, utilizzando l'intera colonna. Gli altri 6 non possono essere 1 x 6 perché la riga è stata tagliata dalla colonna dell'altro 6. Quindi, il 6 inferiore deve essere un 2 x 3, che non è ancora del tutto determinato.

Come altro esempio, se ci fosse stato un 8 in questo puzzle, 1 per 8 non sarebbe andato bene, quindi dovrebbe essere parte di un rettangolo 2 per 4.

4) I quadrati che sono inseriti in un riquadro hanno poche opzioni.

Il 5 più in alto è inserito in una casella, quindi l'unica scelta è di trovarsi in una colonna di 5 caselle. Gli altri 5, perché è anche un numero primo, devono andare in verticale o in orizzontale. È tagliato orizzontalmente dalla colonna per il 6, quindi deve andare verticalmente fino a destra sotto il 3.

5) Gli angoli sono spesso molto vincolati.

Il 2 nell'angolo in alto a destra deve andare orizzontalmente, quindi è facile da compilare.

Capitolo 5 — Puzzle di sostituzione delle lettere

— Introduzione —

Una volta che il bambino si è abituato ai puzzle dei numeri mancanti di alcune pagine prima di questo capitolo, può iniziare giocare con questi puzzle. In questi, una o più cifre sono sostituite da lettere. Le tre regole per le lettere sono:

- Una data lettera è sempre la stessa cifracifra
- Lapiù a sinistra di un numero non è mai 0
- Lettere diverse devono essere cifre diverse

Crea questi puzzle prendendo un problema di addizione o sottrazione e sostituendo una o più cifre. I puzzle possono anche essere creati per creare interessanti sfide di risoluzione dei problemi per il tuo bambino. Nota che i valori delle lettere non vengono trasferiti da puzzle a puzzle.

— Esempi —

Questo primo esempio illustra come si può prendere un problema di addizione o sottrazione standard e ricavarne un puzzle di sostituzione di lettere. La prima versione ha sostituito tutti i 6 con gli A, e la seconda versione ha continuato a sostituire i 2 con i B.

```
 23        23   B3
+46 --->  +4A  +4A
----      ---  ---
 69        A9   A9
```

Il resto di questi esempi sono costruiti con cura per consentire la risoluzione utilizzando le proprietà della situazione particolare. Una proprietà da notare è che quando si aggiungono due numeri, il riporto nella colonna successiva è sempre 0 o 1. Quindi, per esempio, nel problema A + A = C4, C deve essere 1 perché non è consentito 0.

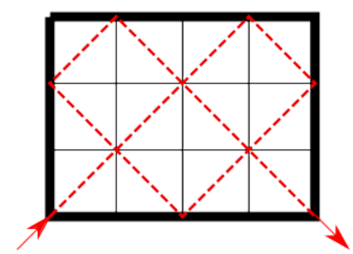
```
  B     B     A     A     D     A
 +8    +B    +A    +2    +2    +B
---   ---   ---   ---   ---   ---
  C     8    C4    BC    EE    AC

  A     C     A     A
  A     C     A     A     A     B
 +A    +C    +7    +B   +BB   +AB
---   ---   ---   ---   ---   ---
 B2    D4     B    B0    A7    BA

  BA    AD    AA    AA    AA    AA
 +BB   +BD   +BA   +CB   +AB   +AA
----  ----  ----  ----  ----  ----
 CAB   BCC   BBC   BBC   CAC   BBC
```

Capitolo 5 — Giocare con le forme

— Rimbalzare la palla da biliardo — Introduzione —



Immagina un tavolo da biliardo che ha una tasca in ogni angolo. Quando una pallina rimbalza sul lato del tavolo, rimbalza via con la stessa angolazione con cui è entrata. Se tiriamo una palla con un angolo di 45 gradi dall'angolo in basso a sinistra, dove andrà a finire? La risposta dipende dalle dimensioni del tavolo. Nella foto a destra è ciò che accade su un tavolo 3 per 4.

Dai a tuo figlio un disegno di un tavolo e sfida tuo figlio a prevedere quale angolo verrà colpito per primo e quanti rimbalzi ci vorrà prima di arrivare a quell'angolo.

— Palla da biliardo che rimbalza — Analisi —

Inizia lasciando che tuo figlio ci giochi e non avere fretta di scoprire i risultati. Come vedrai, questo problema implica alcune idee sofisticate per un giovane. Se necessario, fai una o due domande per dare un po' più di struttura al loro pensiero. Sai cosa sta arrivando - guarda prima le tabelle più semplici per cercare i modelli - quando questa idea diventa automatica per tuo figlio, questo gli servirà bene per il resto della sua vita!

Le tabelle più semplici sono 1 per n e sono facili da capire. Giocando con pochi valori di n, lo schema emerge rapidamente. È facile sottovalutare un risultato semplice come questo; tuttavia, ogni risultato completamente compreso deve essere celebrato, e questo risultato ne porterà ad altri.

Risultato: tabella 1 per n: la palla effettuerà n-1 rimbalzi. La pallina finirà nell'angolo in basso a destra se n è pari e nell'angolo in alto a destra se n è dispari.

Le prossime tabelle più semplici sono 2 per n. I modelli qui sono un po' più coinvolti. Una buona tenuta dei registri può fare una grande differenza in qualcosa del genere. Uno sperimentatore attento noterà che una tabella 2 per 4 si comporta proprio come una tabella 1 per 2 e una tabella 2 per 6 proprio come una 1 per 3. Questo si generalizza rapidamente al risultato successivo.

Risultato: una tabella 2x2xn si comporta esattamente come una tabella 1xn.

Perché è questo? Cosa sta succedendo? Questo è un processo matematico da instillare nel tuo bambino: cerca schemi e poi cerca di capirli, e con quella nuova comprensione espandi i tuoi risultati precedenti.

Quello che sta succedendo è che i rimbalzi su un tavolo non cambiano se ingrandisci entrambe le dimensioni dello stesso fattore. Fatto ciò, il tavolo è più grande ma la geometria è la stessa. In termini geometrici, le due tabelle si dicono "simili".

Risultato: una tabella kxm per kxn si comporta esattamente come una tabella mxn.

Siamo arrivati qui a piccoli passi, ma questo è un GRANDE risultato. Significa che possiamo iniziare la nostra analisi su qualsiasi tabella rimuovendo prima qualsiasi fattore comune.

Riprendendo da dove eravamo rimasti per 2 per n tavoli. Comprendiamo cosa succede quando n è pari, ma cosa succede quando n è dispari? Cosa succede per 2 per n per n = 1, 3, 5, 7 e così via? Il modello diventa rapidamente facile da vedere.

<u>Risultato</u>: quando n è dispari, una tabella 2 per n ha n rimbalzi e finisce nell'angolo in alto a sinistra.

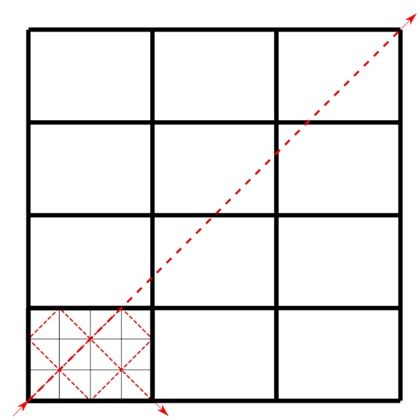
Si stanno facendo molti progressi. Giocare con più esempi porta ad altri modelli.

<u>Risultato</u>: se n non è un multiplo di 3, una tabella 3 per n ha n+1 rimbalzi e termina nell'angolo in alto a destra se n ha un resto di 1 quando diviso per 3 e nell'angolo in basso a destra se n ha un resto di 2 quando diviso per 3. Se n è dispari, una tabella 4 per n ha n + 2 rimbalzi e termina nell'angolo in alto a sinistra. Se n non è un multiplo di 5, una tabella 5 per n ha n+3 rimbalzi e finisce nell'angolo in alto a destra quando n è dispari e nell'angolo in basso a destra quando n è pari.

A questo punto siamo tentati di esaminare i dati, vedere alcuni schemi e fare alcune congetture.

<u>Congettura</u>: supponiamo che k e n non abbiano fattori in comune. Quindi la tabella ak per n avrà k + n - 2 rimbalzi. Finirà nell'angolo in alto a sinistra se k è pari. Finirà nell'angolo in alto a destra se k è dispari e n è dispari e nell'angolo in basso a destra se k è dispari e n è pari.

Wow, se questa congettura è vera, abbiamo completamente risolto questo problema! Sai cosa sta succedendo… Vediamo se riusciamo a spiegare perché questa congettura dovrebbe essere vera (o scoprire che è falsa).



Sebbene ci siano altri modi per capire questa situazione, come a volte accade, ciò che rende questo problema molto più facile da capire è una nuova idea. Potrebbe non venirti in mente, ma una volta che lo vedrai probabilmente rimarrai stupito. L'idea è di aprire il tavolo in modo che la palla possa andare in linea retta! Ecco cosa succede se apriamo il tavolo 3 per 4 originale e trasformiamo il percorso della palla in una linea retta.

Vedere che la congettura è vera ora è molto più facile. I rimbalzi corrispondono a linee che si incrociano - ce ne sono (k - 1) da attraversare in una direzione e (n - 1) da attraversare nell'altra direzione, quindi insieme si ottiene un totale di (k - 1) + (n - 1) = k + n - 2 linee da attraversare. Vedere in quale curva finisce è una questione di tenere traccia di come si svolgono le cose. Ora abbiamo finito con un viaggio piuttosto interessante.

— Riempire le regioni con le forme — Introduzione —

Supponiamo di avere una scacchiera 8 per 8 e di avere una collezione di tessere 1 per 2. Trovare un modo per coprire esattamente la scacchiera con 32 di queste tessere 1 per 2 è abbastanza semplice.

Iniziamo a rimuovere alcuni quadrati della scacchiera e vediamo cosa succede. Se rimuovi un angolo della scacchiera, sai subito che non puoi più coprire la scacchiera con le tessere perché le tessere copriranno sempre un numero pari di caselle e ora ci sono 63 caselle da coprire. Ok, rimuovi due angoli per creare un numero pari di quadrati rimanenti: puoi coprirli ora? La risposta dipende da quali due angoli rimuovi. Come mai? E se non ti limiti più a rimuovere gli angoli, cosa accadrà allora?

— Riempire le regioni con le forme — Analisi —

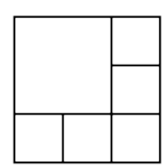
Lascia che tuo figlio ci giochi prima di rivelare l'idea della colorazione. Se giocano con piccole tavole, possono scoprire la regola da soli, e questo è sempre meglio.

Un'osservazione che aiuta molto con questa domanda è usare la colorazione dei quadrati della scacchiera. Se prendi le tessere 1 per 2 e colora un quadrato di bianco e l'altro di nero, vedrai accadere una cosa interessante. Ogni tessera deve coprire un quadrato di ogni colore. Non solo k tessere copriranno 2xk quadrati, ma copriranno anche k quadrati bianchi e k quadrati neri - lo stesso numero di quadrati di ogni colore. Usando questa idea, diventa ovvio che se rimuovi più quadrati di un colore rispetto a un altro, sarà impossibile coprire il tabellone.

Se a tuo figlio piacciono queste domande, inizia a usare altre forme per riempire la lavagna. Gioca a riempirlo con 1 per 3 tessere o con 3 quadrati a forma di L. Quali schemi e regole scopri con questi? Con quali altre forme potrebbe essere interessante giocare?

— Riempire i quadrati con i quadrati — Introduzione —

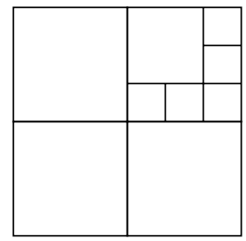
In che modo puoi riempire un quadrato con altri quadrati, dove gli altri quadrati non devono essere tutti della stessa dimensione? Tuttavia, le lunghezze non possono essere numeri totalmente casuali: la lunghezza del lato di ciascun quadrato deve essere un numero intero multiplo di una lunghezza fissa. La domanda da indagare è: quali sono tutti i numeri di quadrati possibili? Inoltre, se sai che un numero è possibile, c'è un modo semplice per descrivere come farlo?



Lascia che tuo figlio ci giochi per molti giorni e non avere fretta di arrivare alla risposta. Esistono molti modi diversi per trovare idee per questa indagine, quindi sii flessibile e lavora con le idee di tuo figlio. Ecco un diagramma che mostra come 6 sia possibile.

Fare degli esempi veloci è sempre una buona idea. Rompere il quadrato grande in quadrati di uguali dimensioni come inizio facile. Da ciò sai che i numeri quadrati (1, 4, 9, 16, 25, …) funzionano tutti.

Elaborando l'esempio dei 6 quadrati, possiamo usare un quadrato grande di qualsiasi dimensione e mettere i quadrati 1 per 1 su due dei suoi lati. Facendo così per quadrati sempre più grandi (1 per 1, 2 per 2, 3 per 3, …) otteniamo 1 + 3 = 4, 1 + 5 = 6 (come nella foto), 1 + 7 = 8, 1 + 9 = 10 , e così via. Quindi, tutti i numeri pari che iniziano con 4 possono essere eseguiti in questo modo.



Un'idea potente che conclude rapidamente questo è vedere che possiamo prendere un diagramma che funziona e sostituire uno dei suoi quadrati con un altro diagramma che funziona. Quindi, per esempio, se prendi un semplice 2 per 2 riempito con 4 quadrati 1 per 1 e sostituisci uno di quei quadrati 1 per 1 con l'esempio di 6 quadrati, ottieni il diagramma mostrato a destra con 9 quadrati.

Poiché un quadrato viene sostituito da un diagramma di n quadrati, la variazione netta nel numero di quadrati consiste nell'aggiungere n-1. Ciò significa che possiamo prendere un numero che funziona e aggiungere multipli di uno in meno a qualsiasi altro numero che funziona. In particolare, possiamo aggiungere multipli di 4 -1 = 3 a qualsiasi altro numero che funzioni - quelli a cui è facile aggiungere 3 sono tutti i numeri pari che iniziano con 4.

Mettendo tutto insieme si dice che i numeri 1, 4, 6, 7, 8, 9, … funzionano tutti ed è facile vedere almeno un modo semplice per costruirli. È anche facile convincersi che 2, 3 e 5 sono impossibili.

Se a tuo figlio piace esplorare questa domanda, esplora le variazioni su questo tema. Supponiamo di consentire solo quadrati di determinate dimensioni, come 1 per 1, 2 per 2 e 3 per 3. O forse consenti solo 2 per 2 e 3 per 3. Guarda quali domande portano a risultati interessanti e quali non sono così interessanti .

Un'altra direzione da guardare è riempire altre figure con figure che hanno la stessa forma. Ad esempio, fai la stessa domanda per i triangoli regolari (triangoli con tutti i lati della stessa lunghezza). Alcune cifre sono interessanti da indagare in questo modo, altre non lo sono affatto: quali?

Capitolo 5 — Gioco del prodotto

— Introduzione —

Usa un pezzo di carta condiviso compilato come segue:

Il primo giocatore sposta un gettone su qualsiasi numero da 1 a 9 nei quadrati 1-9 della riga inferiore. Il secondo giocatore mette un altro gettone su una delle caselle 1-9 nella riga inferiore e rivendica il prodotto nella griglia 6 per 6. Da quel momento in poi, ogni giocatore sceglie di spostare uno dei due gettoni e reclamare il prodotto (se può). Vince il primo giocatore che ottiene 3 caselle di fila. Mescola i numeri dei prodotti nella griglia 6 per 6 per consentire a tuo figlio di esercitarsi meglio nell'identificazione dei prodotti.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Queste tavole da gioco possono essere grandi quanto vuoi, anche se diventano abbastanza grandi abbastanza rapidamente. Ecco alcune schede più grandi con i corrispondenti intervalli di numeri più grandi sotto di esse.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
50	54	56	60	63	64
70	72	80	81	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

★	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	14
15	16	18	20	★	21	22
24	25	27	28	30	32	33
35	36	40	42	44	45	48
49	★	50	54	55	56	60
63	64	66	70	72	77	80
81	88	90	99	100	110	121

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

★	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	★	12	14	15
16	18	20	21	22	24	25	27
★	28	30	32	33	35	36	40
42	44	45	48	★	49	50	54
55	56	60	63	64	66	70	72
★	77	80	81	84	88	90	96
99	100	108	110	120	121	132	144

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

I quadrati con le stelle rosse sono quadrati "liberi" e possono essere utilizzati da entrambi i lati secondo necessità.

Capitolo 5 — Calcolatrici limitate

— Introduzione —

Supponi di avere una calcolatrice gravemente danneggiata e ti viene chiesto di produrre qualche risultato sulla calcolatrice. Puoi trovare un'ampia varietà di scenari che possono fornire sfide interessanti con una rapida descrizione del puzzle. Questa attività è facile da svolgere oralmente ogni volta che hai un momento libero. Ecco alcuni esempi per iniziare.

Sebbene ci siano alcuni momenti in cui la matematica è più profonda in queste domande, per lo più si tratta di problemi interamente per il divertimento di giocarci.

1a) Supponi di avere una calcolatrice con +, -, x e /, ma solo un tasto numerico funzionante, il 4. Potresti ottenere il risultato 21? Se sì, qual è il minor numero di passaggi di cui avresti bisogno?

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4/4 = 21 è un modo, ma ci sono molti altri modi per farlo. Un altro è 4 x (4 + 4/4) + 4/4. L'obiettivo è giocare e godersi l'esplorazione.

1b) Supponi di poter usare 4 al massimo quattro volte: quali numeri potresti produrre? Supponiamo di dover usare il 4 esattamente quattro volte.

Man mano che le risorse matematiche di un bambino aumentano, il problema dei quattro 4 diventa un puzzle divertente. A questo punto, le scelte di tuo figlio sono piuttosto limitate, ma è comunque molto divertente giocarci. Sarà particolarmente difficile fare molti dei numeri senza dividere o usare i decimali. Non preoccuparti di trovare tutti i numeri in ordine: inventa semplicemente il maggior numero possibile di numeri diversi.

Ecco alcuni esempi solo per iniziare.

1 = (4/4) x (4/4) = 44 / 44

2 = 4 / ((4 + 4) / 4)

3 = (4 + 4 + 4) / 4

4 = (4 - 4) x 4 + 4

6 = 4 + (4 + 4) / 4

7 = 44 / 4 - 4

8 = (4 + 4) x (4/4) = 4 + 4 + 4 - 4

32 = 4 x 4 + 4 x 4

1c) Gioca con altri numeri singoli e creando altri risultati.

2a) Supponi che la tua calcolatrice possa solo aggiungere 4 o 7. Quali numeri potresti produrre?

Questo è il risultato che abbiamo visto più volte ormai. A partire da (4 - 1) x (7 - 1), puoi ottenere tutti i numeri aggiungendo multipli di 4 e 7. 18 = 2 x 7 + 4, 19 = 3 x 4 + 7, 20 = 5 x 4, 21 = 3 x 7 e così via.

2b) Supponiamo che avesse 4 o 7, ma potrebbe aggiungere e sottrarre. Quali numeri potresti produrre?

Puoi produrre tutti i numeri in questo modo.

2c) Sostituisci 4 e 7 con altre coppie di numeri. Cosa succede per queste coppie?

In Teoria dei Numeri, questo è chiamato Teorema di Bezout. Il risultato dice che combinando multipli di due numeri puoi produrre qualsiasi multiplo del massimo comun divisore dei due numeri.

3) Supponiamo di avere solo una chiave 1 e di poter solo aggiungere o raddoppiare. Ad esempio, 2 x (2 x 1) + 1 è 5. Quali altri numeri puoi creare?

Questa è una domanda sui numeri binari sotto mentite spoglie. Non è importante che tuo figlio se ne renda conto o lo capisca, è solo per giocarci. Qualsiasi numero può essere scritto in binario, quindi tutti i numeri possono essere ottenuti combinando il raddoppio con l'aggiunta di 1. Ad esempio, 21 è 16 + 4 + 1. Quindi, 21 = 2 x (2 x (2 x (2 x 1) + 0) + 1) + 0) + 1.

Capitolo 5 — Raddoppia o niente

— Introduzione —

I giocatori iniziano il gioco scegliendo segretamente 5 numeri distinti maggiori di 20 e non maggiori di 120. Dopo che sono stati selezionati, vengono scritti dove tutti possono guardali. Usando le Schede Numeriche o qualche altro dispositivo, viene creato un numero casuale da 1 a 20. Quel numero viene ripetutamente raddoppiato fino a quando il numero di qualcuno viene colpito per la prima volta o il numero diventa maggiore di 120. Il primo giocatore ad avere tutti e cinque i numeri estratti è il vincitore.

— Analisi —

La domanda è: quali sono i cinque numeri migliori da scegliere? Ecco alcune idee su cui riflettere.

Regola: scegli sempre un numero che è una potenza di 2 volte un numero da 1 a 20.

Se scegli un numero come 23 o 46, non possono mai essere colpiti e sei sicuro di perdere.

Regola: non scegliere mai un numero che è il doppio di un altro numero che avresti potuto scegliere ma non l'hai fatto.

Se scegli 44, perché non scegli 22 invece? Se l'altra persona sceglie 22, perderai un round.

Ulteriore analisi: i numeri da 1 a 20 hanno la stessa probabilità di essere scelti. Tuttavia, poiché 9 porta a 18, 18 è il doppio delle probabilità di un punto di partenza rispetto all'11. Se combini i modi per ottenere partenze diverse, i punti di partenza hanno le seguenti probabilità:

11 - 1/20 (da 11)

12 - 3/20 (da 3, 6 e 12)

13 - 1/20 (da 13)

14 - 2/20 (da 7 e 14)

15 - 1/20 (da 15)

16 - 5/20 (da 1, 2, 4, 8 e 16)

17 - 1/20 (da 17)

18 - 2 /20 (da 9 e 18)

19 - 1/20 (da 19)

20 - 3/20 (da 5, 10 e 20)

Chiaramente i migliori numeri da usare sono multipli di 16, 12 e 20. Una strategia semplice è usare i cinque numeri: 32, 64, 24, 48 e 40. Questi numeri non sempre vinceranno, ma dovrebbero fare molto bene per te nel tempo.