⚠ Dit hoofdstuk vertaald met Google Translate - Help ons dit te verbeteren!

Early Family Math

Hoofdstuk 5 Bonusmateriaal

— Inleiding —

Ben jij iemand die zou willen dat er meer voorbeelden, discussies en commentaren waren in de opzettelijk korte beschrijvingen van de lessen? Dan bent u bij ons aan het juiste adres! Dit bestand bevat bonusmateriaal voor sommige activiteiten uit hoofdstuk 5.

Voor puzzels worden veel voorbeelden van opgeloste puzzels gegeven, samen met aanvullend commentaar over hoe je ze kunt maken. Het Early Family Math-programma is gebaseerd op het idee dat vroege wiskunde iets is dat een gezin samen zou moeten doen, en puzzels maken die uw kind met u kan doen, is een belangrijk onderdeel van dat proces. Als je elke puzzel eenmaal onder de knie hebt, zul je merken dat de meeste, zo niet alle, puzzels vrij eenvoudig voor je zijn om te maken.

Veel van deze puzzels hebben verschillende moeilijkheidsgraden en er zijn veel suggesties en voorbeelden op de komende pagina's voor het maken van die niveaus. Begin altijd met de makkelijkste puzzels. Het is veel beter om uw kind succes, begrip en plezier te laten ervaren met puzzels die een beetje te gemakkelijk zijn, dan gefrustreerd, ontmoedigd en te veel uitgedaagd te worden door puzzels die te moeilijk zijn. Zodra uw kind vertrouwen en enthousiasme voor een wiskundige activiteit heeft opgebouwd, is dat het moment om langzaam grotere uitdagingen op te nemen. Ook zullen niet alle puzzels leuk zijn voor iedereen, dus push geen puzzels en activiteiten die gewoon geen verbinding lijken te maken.

Dit is wat je op de volgende pagina's vindt:

Hoofdstuk 5 — Nim met factoren

— Inleiding —

Begin met een willekeurig getal, zeg 20. Laat het kind beslissen of het eerste of tweede gaat. Tijdens zijn beurt mag een speler elke deler van het huidige getal van het getal aftrekken. De speler gedwongen tot 0 verliest.

— Analyse —

Zoals gewoonlijk is een goede strategie om over dit spel te leren, te kijken naar een eenvoudigere versie van het spel, wat in dit geval betekent dat je met heel kleine getallen moet beginnen. Als het jouw beurt is en je wordt geconfronteerd met elk van deze getallen, dan gebeurt er het volgende: 1 - verliezen, 2 - winnen, 3 - verliezen, 4 - winnen, 5 - verliezen, 6 - winnen, 7 verliezen en 8 winnen. Inmiddels is het patroon duidelijk - als het jouw zet is en je hebt een oneven nummer, dan verlies je; als je een even getal hebt, dan win je.

Het vinden van de winnende strategie is een grote stap, maar laten we dieper gaan. Waarom werkt dit? Wat zijn de eigenschappen van oneven en even getallen die deze situatie creëren? Stel deze vraag voor aan uw kind en geef ze veel tijd om erover na te denken en ermee te experimenteren - er is geen haast, en dit proces van worstelen met een vraag is van onschatbare waarde en mag niet worden kortgesloten.

Enige experimenten met kleine aantallen onthullen al snel wat er aan de hand is. Als je een oneven getal hebt, zijn alle delers oneven, dus als je een deler aftrekt, is het resultaat een even getal. Daarom leiden oneven nummers in de ene beurt altijd tot een even nummer in de volgende beurt. Even getallen hebben altijd zowel oneven als even getallen voor delers. De situatie is dus niet helemaal hetzelfde. Als je echter een even getal hebt, is je doel om je tegenstander een oneven getal te geven, en er is een gemakkelijke manier om dat te doen - selecteer de deler 1 en trek deze af!

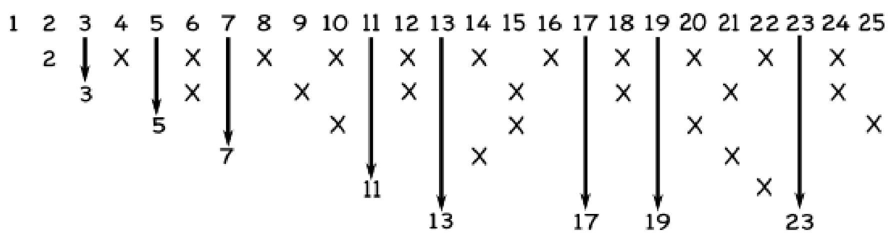
Hoofdstuk 5 — Zeef van Eratosthenes

— Inleiding —

Begin met een getallenlijn genummerd van 1 tot 25 - of een groter bereik als de ruimte en uw geduld het toelaten.

Schrijf het getal 2 eronder zelf. Zet op de regel zelfs met deze 2 X'en onder elk veelvoud van 2.

Trek nu het eerste getal naar beneden zonder X'en eronder (3 in dit geval) en plaats het op de volgende regel. Schrijf de 3 en zet X'en op die regel voor al zijn veelvouden. Ga zo verder. Aan het einde heb je alle naar beneden getrokken *priemgetallen*. Onthoud dat 1 een *eenheid is* en geen priemgetal!



— Analyse —

Dit eenvoudige proces onthult enkele interessante feiten over priemgetallen. Kijk of uw kind enkele van deze vragen kan bedenken - maar als ze niet van nature opkomen, zijn hier enkele vragen die u kunt stellen.

1) Waarom zijn de getallen die naar beneden vallen priemgetallen?

Stel je hebt een samengesteld getal. We willen laten zien dat er onder dit nummer een X staat. Omdat het samengesteld is, is het deelbaar door een getal, n, tussen 1 en dat getal. Als n een priemgetal is, dan zou er onder ons samengestelde getal een X staan, aangezien n een eerder priemgetal is. Als n geen priemgetal is, dan staat er een X onder van een eerder priemgetal, noem het p. Nu, p deelt n gelijk en n verdeelt ons nieuwe getal gelijk, dus p moet ons nieuwe getal delen. Bijgevolg zou bij het markeren van de veelvouden van p een X onder ons nieuwe nummer zijn geplaatst.

2) Als je X'en plaatst voor de veelvouden van een priemgetal, zijn er enkele getallen die al een X van een eerder priemgetal hebben. Wanneer gebeurt dat en wanneer niet?

Laten we eens kijken naar de veelvouden van 5 in de zeef hierboven. De veelvouden 5 x 2, 5 x 3 en 5 x 4 zijn al doorgestreept. Slechts 5x5 is nieuw. Dit gebeurt omdat 5 x 2, 5 x 3 en 5 x 4 allemaal veelvouden zijn van 2 en 3, eerdere priemgetallen. Als we X'en op nieuwe plaatsen willen zetten, moeten we 5 vermenigvuldigen met getallen die alleen priemfactoren hebben die 5 of hoger zijn. Omdat het een beetje vervelend is om dat allemaal bij te houden, wat sommige mensen doen, is alleen oneven veelvouden doorstrepen en het daarbij laten.

3) Wat was voor deze zeef het laatste priemgetal dat een bruikbare nieuwe X in zijn rij had?

In deze zeef zijn de priemgetallen met bruikbare X'en 2, 3 en 5. De veelvouden van 7 en 11 waren allemaal oude X'en. Als u naar het antwoord op de laatste vraag kijkt, ziet u het antwoord hier. De enige manier om nieuwe X'en te krijgen is door een priemgetal te vermenigvuldigen met priemgetallen groter dan of gelijk aan zichzelf. Als we eenmaal een priemgetal als 7 hebben bereikt, waarbij 7 x 7 > 25, hoeven we het niet te controleren. We hoeven dus alleen priemgetallen te controleren waarvan het kwadraat kleiner is dan of gelijk is aan het laatste getal.

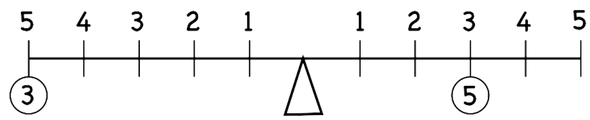
4) Als je een getal zou krijgen, zeg 53, door welke priemgetallen zou je het dan moeten delen om te zien dat het een priemgetal is?

Uit het antwoord op de laatste vraag hoeven we alleen maar priemgetallen te controleren waarvan het kwadraat kleiner is dan of gelijk is aan 53. Die priemgetallen zijn 2, 3, 5 en 7 - geen van deze verdeelt 53 gelijkmatig, dus 53 moet priemgetal zijn!

Hoofdstuk 5 — Hefbomen en mobielen

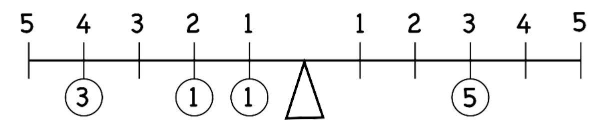
— Hefbomen —

Het hefboomprincipe stelt dat de kracht die aan één kant van een hefboom wordt uitgeoefend door een massa gelijk is aan de massa maal de afstand tot het draaipunt, het draaipunt.



In de hendel hierboven is de 3 aan de linkerkant een afstand van 5 van het draaipunt, dus de kracht is 3 x 5 = 15. De 5 aan de rechterkant is een afstand van 3 van het draaipunt, dus de kracht is 5 x 3 = 15. Deze hefboom is in balans.

Als er meer dan één gewicht aan een kant is, zullen de krachten optellen.



In deze hendel zit 3 x 4 + 1 x 2 + 1 x 1 = 15 aan de linkerkant, en 5 x 3 = 15 aan de rechterkant. Het is dus in balans.

We zullen deze problemen beperken tot het gebruik van hele getallen. U kunt beslissen of u meerdere gewichten aan hetzelfde punt wilt laten hangen - we gaan ervan uit dat het goed is om meerdere gewichten te doen in de discussie die volgt.

— Hefboom Puzzels —

Je hebt een gewicht van 3 eenheden en een gewicht van 5 eenheden om aan weerszijden van het steunpunt te plaatsen. Waar moeten ze in evenwicht worden gebracht? Het antwoord hierop kunnen de afstanden 5 en 3 zijn, maar het kan ook 10 en 6 zijn, of zelfs grotere antwoorden zoals 15 en 9. Sta open voor alles wat uw kind bedenkt.

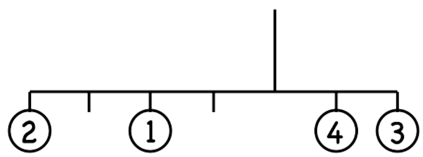
Als je een gewicht van 3 eenheden en een gewicht van 5 eenheden hebt om aan de ene kant van een hendel te plaatsen, welke gewichten kun je dan op welke afstanden aan de andere kant plaatsen? Deze vraag gaat verder met de vragen op de pagina Laat het tellen aan het einde van hoofdstuk 4. Onderzoek, net als eerder, verschillende combinaties van gewichten. Wat gebeurt er als 3 en 5 worden vervangen door 4 en 5, 4 en 9, of 6 en 9?

Hoe verandert dit laatste probleem als we de gewichten van 3 en 5 eenheden aan weerszijden van het steunpunt plaatsen? Nu is het gemakkelijk om een gewicht van 1 eenheid te wegen met 3 x 2 = 5 x 1 + 1 x 1. Welke andere gewichten kun je op deze manier wegen?

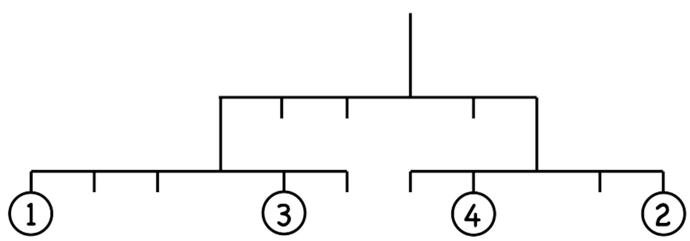
— Mobielen —

Je krijgt een aantal gewichten en een ontwerp voor een mobiel met enkele bevestigingspunten. De uitdaging is om maximaal één gewicht per bevestigingspunt te plaatsen, zodat de mobiel langs elke arm balanceert. Omwille van deze problemen gaan we ervan uit dat de draden die de mobiel maken gewichtloos zijn. Elke arm in de mobiel is een hefboom die moet worden uitgebalanceerd, dus deze puzzels zijn een uitbreiding van de hefboom balans - oefen die puzzels voordat je eraan begint.

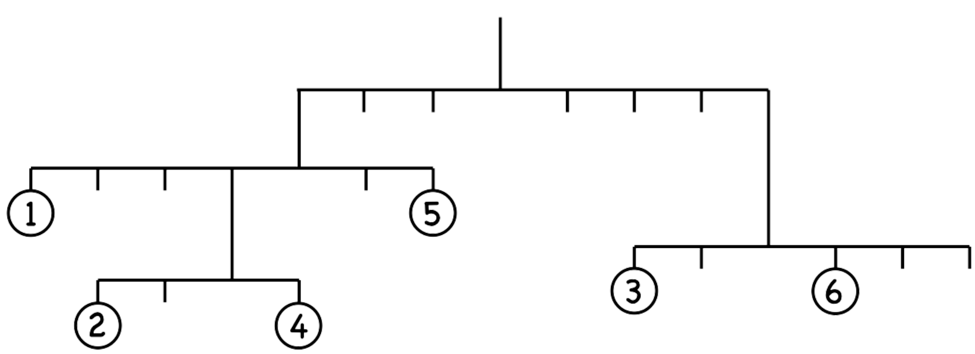
Begin met de eenvoudigste mobiele telefoons, die slechts hefbomen in de lucht zijn. Hier is een oplossing om de gewichten van 1 tot 4 op deze mobiel te plaatsen om hem in evenwicht te brengen. Dit werkt als een hefboom met het draaipunt op het ophangpunt. Voor deze mobiel hebben we 2 x 4 + 1 x 2 = 4 x 1 + 3 x 2.



Als de mobiel meer dan één niveau heeft, moet elke individuele arm op elk niveau als een hefboom in evenwicht zijn. Voor deze volgende mobiel balanceren de twee onderste armen omdat 1 x 3 = 3 x 1 en 4 x 1 = 2 x 2. Voor het volgende niveau tel je gewoon de gewichten eronder op. Het gewicht aan de linkerkant is bijvoorbeeld 1 + 3 = 4 – wat het volgende niveau betreft, het maakt niet uit waar op die onderarm de gewichten zich bevinden. Dus, voor het volgende niveau omhoog, (1 + 3) x 3 = (4 + 2) x 2 = 12, dus het hoogste niveau is ook in evenwicht.



Veel plezier met het maken van mobiele puzzels voor elkaar. Hier is een laatste om mee te spelen met elk van de nummers van 1 tot 6. Maak je geen zorgen over fantasie en gebruik elk nummer één keer. Elke voltooide puzzel zal leuk zijn. Het controleren van de niveaus die we hebben: 2 x 2 = 4 x 1; 1 x 4 + (2 + 4) x 1 = 5 x 2; 3x2 = 6x1; en (1 + 2 + 4 + 5) x 3 = (3 + 6) x 4.



Hoofdstuk 5 — Verdeel de doos

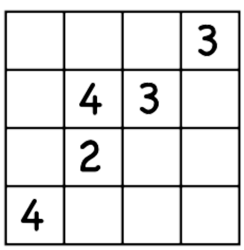
— Inleiding —

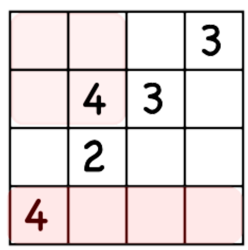
Een rechthoek, 4 bij 4 of groter, met getallen in sommige vierkanten, moet worden verdeeld in kleinere rechthoeken. Elk nummer moet eindigen in een aparte rechthoek waarvan de oppervlakte dat nummer is.

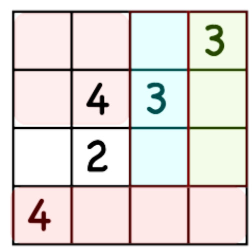
Voor volwassenen is het maken van deze puzzels eenvoudig genoeg. Neem een rechthoek, verdeel het binnenste in rechthoeken, plaats nummers voor de gebieden binnen elke binnen rechthoek en verwijder vervolgens elk teken van de binnen rechthoeken. Het enige lastige is om getallen op plaatsen te zetten die de puzzel redelijk gemakkelijk op te lossen maken - je kunt altijd hints geven als je puzzel te moeilijk wordt.

— Oplossingsstrategieën —

Hier zijn enkele algemene strategieën die het oplossen van deze puzzels kunnen vereenvoudigen. Doe je best om je kind deze regels te laten ontdekken terwijl het met de puzzels speelt. Maak samen een lijst van de regels die ze bedenken.







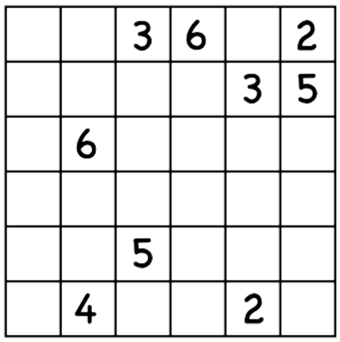
1) Kijk naar getallen met slechts één of twee opties voor hun rechthoeken.

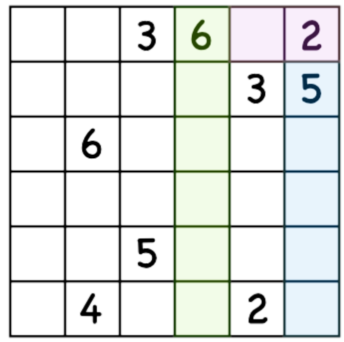
Beide 4's zijn zeer beperkt. Elke 4 kan alleen binnen een rechthoek van 1 bij 4 of een rechthoek van 2 bij 2. De bovenste 4 is ingesloten, dus het kan niet binnen een 1 bij 4 zijn. Er moet dus een rechthoek van 2 bij 2 in de linkerbovenhoek zijn. Dat laat de onderste 4 over met alleen de mogelijkheid dat de rechthoek 1 bij 4 is en langs de onderkant loopt.

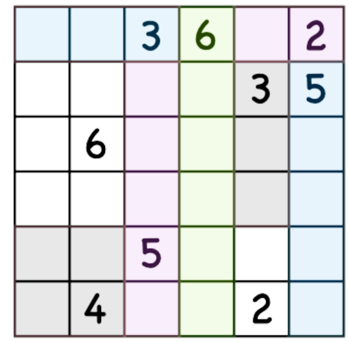
2) Kijk naar priemgetallen - ze moeten binnen een rechthoek van 1 bij n staan.

De 3's in de puzzel hierboven moeten in een rechthoek van 1 bij 3 staan. De 3 in de rechterbovenhoek kan alleen deel uitmaken van een rechthoek van 1 bij 3 langs de bovenrand of langs de rechterkant. Het vierkant van 2 bij 2 linksboven is geblokkeerd voor de 4, waardoor het onmogelijk is om een 1 bij 3 langs de bovenrand te hebben.

De 1 bij 4 langs de onderkant dwingt de 1 bij 3 voor de laagste van de twee 3's om de hoogste van de twee verticale mogelijkheden te zijn.







3) Getallen dicht bij de maximale afmeting hebben vaak weinig opties.

Kijk naar de 6's en 5's in deze volgende puzzel. De bovenste 6 heeft veel ruimte nodig, en de enige manier waarop er voldoende ruimte voor is, is verticaal recht naar beneden, waarbij de hele kolom wordt gebruikt. De andere 6 kan niet 1 x 6 zijn omdat de rij is afgesneden door de kolom van de andere 6. Dus de onderste 6 moet een 2 x 3 zijn, wat nog niet helemaal bepaald is.

Als een ander voorbeeld, als er een 8 in deze puzzel was geweest, zou 1 bij 8 niet hebben gepast, dus het zou deel moeten uitmaken van een rechthoek van 2 bij 4.

4) Vierkanten die zijn ingepakt hebben weinig opties.

De bovenste 5 is ingekaderd, dus de enige keuze is om in een kolom met 5 vakjes te staan. De andere 5, omdat het ook een priemgetal is, moeten verticaal of horizontaal gaan. Het wordt horizontaal afgesneden door de kolom voor de 6, dus het moet verticaal omhoog gaan tot rechts onder de 3.

5) Hoeken zijn vaak zeer beperkt.

De 2 in de rechterbovenhoek moet horizontaal gaan, dus het is gemakkelijk in te vullen.

Hoofdstuk 5 — Letters Vervanging Puzzels

— Inleiding —

Als uw kind eenmaal vertrouwd is met de ontbrekende getallenpuzzels van een paar pagina's eerder in dit hoofdstuk, kan het beginnen spelen met deze puzzels. Hierin worden een of meer van de cijfers vervangen door letters. De drie regels voor letters zijn:

- Een gegeven letter is altijd hetzelfde cijfer
- Het meest linkse cijfer van een getal is nooit 0
- Verschillende letters moeten verschillende cijfers zijn.

Maak deze puzzels door een optel- of afdrukprobleem te nemen en een of meer cijfers te vervangen. De puzzels kunnen ook worden gemaakt om interessante probleemoplossende uitdagingen voor uw kind te maken. Merk op dat de waarden van de letters niet van puzzel naar puzzel worden overgedragen.

— Voorbeelden —

Dit eerste voorbeeld illustreert hoe je een standaard optellen- of aftrek probleem kunt maken en er een letter vervang puzzel van kunt maken. De eerste versie vervangt alle 6's door A's, en de tweede versie vervangt de 2's door B's.

```
  23          23     B3
 +46         +4A    +4A
 ---  --->   ---    ---
  69          A9     A9
```

De rest van deze voorbeelden zijn zorgvuldig geconstrueerd om op te lossen met behulp van eigenschappen van de specifieke situatie. Een eigenschap om op te merken is dat wanneer je twee getallen optelt, de carry naar de volgende kolom altijd 0 of 1 is. Dus in het probleem A + A = C4 moet C dus 1 zijn omdat het niet mag zijn 0.

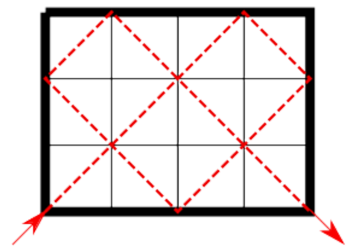
```
   B     B     A     A     D     A
  +8    +B    +A    +2    +2    +B
  --    --    --    --    --    --
   C     8    C4    BC    EE    AC

   A     C     A     A
   A     C     A     A     A     B
  +A    +C    +7    +B   +BB   +AB
  --    --    --    --   ---   ---
  B2    D4     B    B0    A7    BA

   BA    AD    AA    AA    AA    AA
  +BB   +BD   +BA   +CB   +AB   +AA
  ---   ---   ---   ---   ---   ---
  CAB   BCC   BBC   BBC   CAC   BBC
```

Hoofdstuk 5 — Spelen met vormen

— Stuiterende biljartbal — Inleiding —



Stel je een biljarttafel voor met in elke hoek een vakje. Wanneer een bal van de zijkant van de tafel stuitert, stuitert deze weg in dezelfde hoek waarin hij binnenkwam. Als we een bal schieten in een hoek van 45 graden vanuit de linkerbenedenhoek, waar zal deze dan eindigen? Het antwoord hangt af van de grootte van de tafel. Rechts afgebeeld is wat er gebeurt op een tafel van 3 bij 4.

Geef uw kind een tekening van een tafel en daag uw kind uit om te voorspellen welke hoek het eerst zal worden geraakt en hoeveel stuiters het zal duren voordat hij bij die hoek komt.

— Stuiterende biljartbal – Analyse —

Begin door uw kind hier gewoon mee te laten spelen en haast u niet om resultaten te ontdekken. Zoals u zult zien, omvat dit probleem enkele geavanceerde ideeën voor een jongere. Stel indien nodig een paar vragen om hun denken wat meer structuur te geven. Je weet wat er gaat komen - kijk eerst naar eenvoudigere tabellen om patronen te zoeken - wanneer dit idee automatisch wordt voor je kind, zal dit de rest van hun leven goed van pas komen!

De eenvoudigste tabellen zijn 1 bij n en ze zijn gemakkelijk te begrijpen. Spelend met een paar waarden van n, komt het patroon snel tevoorschijn. Het is gemakkelijk om een eenvoudig resultaat als dit te onderschatten; elk volledig begrepen resultaat moet echter worden gevierd, en dit resultaat zal tot andere leiden.

<u>Resultaat</u>: 1 bij n tafel: De bal zal n-1 stuiteren. Het balletje komt in de rechterbenedenhoek terecht als n even is en in de rechterbovenhoek als n oneven is.

De volgende eenvoudigste tabellen zijn 2 bij n. De patronen hier zijn een beetje meer betrokken. Een goede administratie kan een groot verschil maken in zoiets als dit. Een oplettende experimentator zal opmerken dat een tabel van 2 bij 4 zich net zo gedraagt als een tabel van 1 bij 2, en een tabel van 2 bij 6 als een tabel van 1 op 3. Dit generaliseert snel naar het volgende resultaat.

<u>Resultaat</u>: Een 2 bij 2xn-tabel gedraagt zich net als een 1 bij n-tabel.

Waarom is dit? Wat is er aan de hand? Dit is een wiskundig proces om uw kind bij te brengen - zoek naar patronen en probeer ze vervolgens te begrijpen, en met dat nieuwe begrip breidt u uw eerdere resultaten uit.

Wat er aan de hand is, is dat de bounces op een tafel niet veranderen als je beide dimensies met dezelfde factor vergroot. Als dat is gebeurd, is de tafel groter, maar de geometrie is hetzelfde. In meetkundige termen wordt gezegd dat de twee tabellen "vergelijkbaar" zijn.

<u>Resultaat</u>: een kxm bij kxn-tabel gedraagt zich precies als een m bij n-tabel.

We zijn hier in kleine stappen gekomen, maar dit is een GROOT resultaat. Het betekent dat we onze analyse op elke tafel kunnen beginnen door eerst een gemeenschappelijke factor te verwijderen.

Hervatten waar we waren gebleven voor 2 bij n tafels. We begrijpen wat er gebeurt als n even is, maar wat gebeurt er als n oneven is? Wat gebeurt er voor 2 bij n voor n = 1, 3, 5, 7, enzovoort? Het patroon wordt snel gemakkelijk te zien.

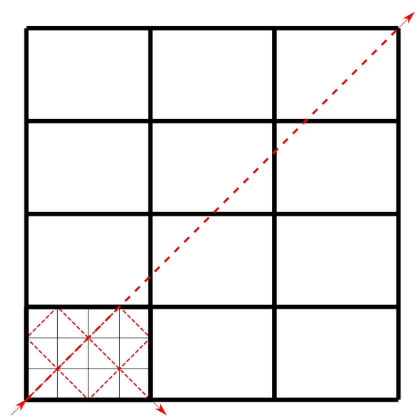
<u>Resultaat</u>: Wanneer n oneven is, heeft een tafel van 2 bij n n stuitert en komt in de linkerbovenhoek terecht.

Er wordt veel vooruitgang geboekt. Spelen met meer voorbeelden leidt tot wat meer patronen.

<u>Resultaat</u>: Als n geen veelvoud van 3 is, heeft een 3 bij n-tabel n+1 bounces en eindigt in de rechterbovenhoek als n een rest heeft van 1 wanneer gedeeld door 3, en in de rechterbenedenhoek als n een rest van 2 wanneer gedeeld door 3. Als n oneven is, heeft een 4 bij n-tabel n + 2 bounces en eindigt in de linkerbovenhoek. Als n geen veelvoud van 5 is, heeft een 5 bij n-tabel n+3 bounces en eindigt in de rechterbovenhoek als n oneven is en in de rechterbenedenhoek als n even is.

Op dit punt komen we in de verleiding om over de gegevens te kijken, enkele patronen te zien en enkele gissingen te maken.

<u>Vermoeden</u>: Neem aan dat k en n geen gemeenschappelijke factoren hebben. Dan zal ak by n table k + n - 2 bounces hebben. Het eindigt in de linkerbovenhoek als k even is. Het eindigt in de rechterbovenhoek als k oneven is en n oneven, en in de rechterbenedenhoek als k oneven is en n even.



Wow - als dit vermoeden waar is, hebben we dit probleem volledig opgelost! Je weet wat er gaat komen... Laten we eens kijken of we kunnen uitleggen waarom dit vermoeden waar zou moeten zijn (of erachter komen dat het onwaar is).

Hoewel er andere manieren zijn om deze situatie te begrijpen, zoals soms gebeurt, is dit probleem veel gemakkelijker te begrijpen door een nieuw idee. Het komt misschien niet bij je op, maar als je het eenmaal ziet, zul je waarschijnlijk versteld staan. Het idee is om de tafel uit te klappen zodat de bal in een rechte lijn kan gaan! Dit is wat er gebeurt als we de originele tafel van 3 bij 4 uitvouwen en het pad van de bal in een rechte lijn maken.

Zien dat het vermoeden waar is, is nu een stuk eenvoudiger. De bounces komen overeen met kruisende lijnen - er zijn (k - 1) van hen om in de ene richting over te steken en (n - 1) om over te steken in de andere richting, dus samen maakt dat een totaal van (k - 1) + (n - 1) = k + n - 2 lijnen om over te steken. Zien in welke hoek het belandt, is een kwestie van bijhouden hoe het zich ontvouwt. We zijn nu allemaal klaar met een behoorlijk interessante reis.

— Gebieden vullen met vormen — Inleiding —

Stel dat u een schaakbord van 8 bij 8 hebt en een verzameling van 1 bij 2 tegels. Een manier vinden om het schaakbord precies te bedekken met 32 van deze 1 bij 2 tegels is eenvoudig genoeg.

Laten we beginnen met het verwijderen van enkele vierkanten van het schaakbord en kijken wat er gebeurt. Als je een hoek van het schaakbord verwijdert, weet je meteen dat je het schaakbord niet meer met tegels kunt bedekken omdat de tegels altijd een even aantal vakjes zullen bedekken en er nu 63 vakjes zijn om te bedekken. Oké, verwijder twee hoeken om een even aantal resterende vierkanten te maken - kun je het nu bedekken? Het antwoord hangt af van welke twee hoeken je verwijdert. Waarom? Wat gebeurt er als je je niet langer beperkt tot het verwijderen van hoeken?

— Gebieden vullen met vormen — Analyse —

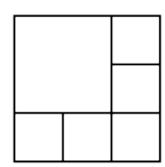
Laat uw kind hiermee spelen voordat u het kleuridee onthult. Als ze met kleine borden spelen, ontdekken ze misschien zelf de regel, en dat is altijd beter.

Een observatie die veel helpt bij deze vraag is het gebruik van de kleur van de schaakbord vierkanten. Als je de 1 bij 2 tegels neemt en het ene vierkant wit en het andere zwart kleurt, zie je iets interessants gebeuren. Elke tegel moet een vierkant van elke kleur beslaan. Niet alleen zullen k tegels 2xk vierkanten bedekken, maar ze zullen k witte vierkanten en k zwarte vierkanten bedekken - hetzelfde aantal vierkanten van elke kleur. Als je dit idee gebruikt, wordt het duidelijk dat als je meer vierkanten van de ene kleur verwijdert dan de andere, het onmogelijk is om het bord te bedekken.

Als uw kind deze vragen leuk vindt, begin dan met het gebruik van andere vormen om het bord te vullen. Speel wat met het vullen met 1 bij 3 tegels of met 3 vierkanten in een L-vorm. Welke patronen en regels ontdek je hiermee? Welke andere vormen zijn misschien interessant om mee te spelen?

— Vierkantjes vullen met vierkanten — Inleiding —

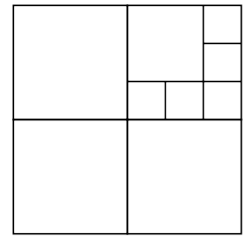
Op welke manieren kun je een vierkant vullen met andere vierkanten, waarbij de andere vierkanten niet allemaal even groot hoeven te zijn? De lengtes kunnen echter geen volledig willekeurige getallen zijn - de zijde van elk vierkant moet een geheel veelvoud van een vaste lengte zijn. De vraag die moet worden onderzocht is: Wat zijn alle mogelijke vierkanten? En als u weet dat een aantal mogelijk is, is er dan een eenvoudige manier om te beschrijven hoe u dit moet doen?



Laat uw kind er vele dagen mee spelen en haast u niet om het antwoord te vinden. Er zijn veel verschillende manieren om met ideeën voor dit onderzoek te komen, dus wees flexibel en werk met de ideeën van uw kind. Hier is een diagram dat laat zien hoe 6 mogelijk is.

Een paar snelle voorbeelden bedenken is altijd een goed idee. Het grote vierkant breken in vierkanten van gelijke grootte als een gemakkelijke start. Daaruit weet je dat de kwadraatgetallen (1, 4, 9, 16, 25, …) allemaal werken.

Als we uitgaan van het voorbeeld van 6 vierkanten, kunnen we een groot vierkant van elke grootte gebruiken en 1 bij 1 vierkanten op twee van zijn zijden plaatsen. Als we dat doen voor steeds grotere vierkanten (1 bij 1, 2 bij 2, 3 bij 3, ...) krijgen we 1 + 3 = 4, 1 + 5 = 6 (zoals afgebeeld), 1 + 7 = 8, 1 + 9 = 10 , enzovoorts. Dus alle even getallen die met 4 beginnen, kunnen op deze manier worden gedaan.



Een krachtig idee om dit snel af te ronden, is om te zien dat we een diagram kunnen nemen dat werkt en een van zijn vierkanten kan vervangen door een ander diagram dat werkt. Dus als je bijvoorbeeld een eenvoudige 2 bij 2 neemt die is ingevuld met 4 1 bij 1 vierkante, en je vervangt een van die 1 bij 1 vierkanten door het voorbeeld van 6 vierkanten, dan krijg je het diagram rechts met 9 vierkanten.

Omdat één vierkant wordt vervangen door een n-kwadraat diagram, is de netto verandering in het aantal vierkanten het toevoegen van n-1 ervan. Dat betekent dat we één getal kunnen nemen dat werkt, en veelvouden van één minder dan dat kunnen optellen bij elk ander getal dat werkt. In het bijzonder kunnen we veelvouden van 4 -1 = 3 toevoegen aan elk ander getal dat werkt - de makkelijke om 3 toe te voegen zijn alle even getallen die beginnen met 4.optellen

Als we dat allemaal bij elkaar, dan zeggen de getallen 1, 4, 6, 7, 8, 9, ... werken allemaal, en het is gemakkelijk om op zijn minst één eenvoudige manier te zien om ze te construeren. Het is ook gemakkelijk om jezelf ervan te overtuigen dat 2, 3 en 5 onmogelijk zijn.

Als uw kind het leuk vindt om die vraag te onderzoeken, onderzoek dan varianten op dit thema. Stel dat u alleen vierkanten van bepaalde afmetingen toestaat - zoals 1 bij 1, 2 bij 2 en 3 bij 3. Of misschien alleen 2 bij 2 en 3 bij 3. Kijk welke vragen tot interessante resultaten leiden en welke niet zo interessant zijn .

Een andere richting om naar te kijken is het vullen van andere figuren met figuren die dezelfde vorm hebben. Stel bijvoorbeeld dezelfde vraag voor regelmatige driehoeken (driehoeken waarvan alle zijden even lang zijn). Sommige cijfers zijn interessant om op deze manier te onderzoeken, andere helemaal niet - welke?

Hoofdstuk 5 — Product Spel

— Inleiding —

Gebruik een gedeeld stuk papier dat als volgt is ingevuld:

De eerste speler verplaatst een fiche naar een willekeurig getal van 1 tot 9 in de 1-9 vakjes op de onderste rij. De tweede speler legt nog een fiche op een van de 1-9 velden op de onderste rij en claimt het product in het 6 bij 6 raster. Vanaf dat moment kiest elke speler ervoor om een van de twee fiches te verplaatsen en het product te claimen (indien mogelijk). De eerste speler die 3 velden op een rij claimt, wint. Meng de productnummers in het 6 bij 6 raster om uw kind beter te laten oefenen met het identificeren van de producten.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Deze speelborden kunnen zo groot worden gemaakt als je wilt, hoewel ze vrij snel behoorlijk groot worden. Hier zijn een paar grotere borden met de bijbehorende grotere nummerreeksen eronder.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
50	54	56	60	63	64
70	72	80	81	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

★	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	14
15	16	18	20	★	21	22
24	25	27	28	30	32	33
35	36	40	42	44	45	48
49	★	50	54	55	56	60
63	64	66	70	72	77	80
81	88	90	99	100	110	121

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

★	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	★	12	14	15
16	18	20	21	22	24	25	27
★	28	30	32	33	35	36	40
42	44	45	48	★	49	50	54
55	56	60	63	64	66	70	72
★	77	80	81	84	88	90	96
99	100	108	110	120	121	132	144

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

De vierkanten met rode sterren zijn "vrije" vierkanten en kunnen indien nodig door beide zijden worden gebruikt.

Hoofdstuk 5 — Beperkte rekenmachines

— Inleiding —

Stel dat je een rekenmachine hebt die erg kapot is en je wordt uitgedaagd om een resultaat op de rekenmachine te produceren. Je kunt een breed scala aan scenario's bedenken die interessante uitdagingen kunnen bieden met een snelle puzzel beschrijving. Deze activiteit is gemakkelijk mondeling te spelen wanneer je een vrij moment hebt. Hier zijn enkele voorbeelden om u op weg te helpen.

Hoewel er enkele momenten zijn waarop diepere wiskunde aan de hand is in deze vragen, zijn dit meestal problemen die volledig voor de lol zijn om ermee te spelen.

1a) Stel dat u een rekenmachine had met +, -, x en /, maar slechts één werkende cijfertoets, de 4. Zou u het resultaat 21 kunnen krijgen? Zo ja, wat is het minste aantal stappen dat u nodig heeft?

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4/4 = 21 is een manier, maar er zijn veel andere manieren om het te doen. Een andere is 4 x (4 + 4/4) + 4/4. Het doel is om te spelen en te genieten van de verkenning.

1b) Stel dat je 4 maximaal vier keer zou kunnen gebruiken - welke getallen zou je kunnen maken? Stel dat je de 4 precies vier keer moet gebruiken.

Naarmate de wiskunde bronnen van een kind toenemen, wordt het probleem van de vier 4 een leuke puzzel. Op dit moment zijn de keuzes van uw kind vrij beperkt, maar het is nog steeds erg leuk om mee te spelen. Het zal bijzonder moeilijk zijn om veel van de getallen te doen zonder te delen of decimalen te gebruiken. Maak je geen zorgen over het bedenken van alle getallen in de juiste volgorde - bedenk gewoon zoveel mogelijk verschillende getallen.

Hier zijn een paar voorbeelden om u op weg te helpen.

1 = (4/4) x (4/4) = 44 / 44

2 = 4 / ((4 + 4) / 4)

3 = (4 + 4 + 4) / 4

4 = (4 - 4) x 4 + 4

6 = 4 + (4 + 4) / 4

7 = 44 / 4 - 4

8 = (4 + 4) x (4/4) = 4 + 4 + 4 - 4

32 = 4 x 4 + 4 x 4

1c) Speel wat met andere losse nummers en creëer andere resultaten.

2a) Stel dat je rekenmachine maar 4 of 7 kan optellen. Welke getallen zou je kunnen maken?

Dit is het resultaat dat we inmiddels al meerdere keren hebben gezien. Vanaf (4 - 1) x (7 - 1) kun je alle getallen bereiken door veelvouden van 4 en 7 op te tellen. 18 = 2 x 7 + 4, 19 = 3 x 4 + 7, 20 = 5 x 4, 21 = 3 x 7, enzovoort.

2b) Stel dat het 4 of 7 had, maar het kon optellen en aftrekken. Welke cijfers zou je kunnen produceren?

Op deze manier kun je alle getallen maken.

2c) Vervang 4 en 7 door andere getallenparen. Wat gebeurt er met deze paren?

In de getaltheorie wordt dit de stelling van Bezout genoemd. Het resultaat zegt dat door veelvouden van twee getallen te combineren, je elk veelvoud van de grootste gemene deler van de twee getallen kunt produceren.

3) Stel dat u maar een 1 toets had en alleen kon optellen of verdubbelen. Bijvoorbeeld, 2 x (2 x 1) + 1 is 5. Welke andere getallen kun je maken?

Dit is een vraag over vermomde binaire getallen. Het is niet belangrijk dat uw kind dit beseft of begrijpt, het is alleen om mee te spelen. Elk getal kan binair worden geschreven, dus alle getallen kunnen worden bereikt door verdubbeling te combineren met 1. Bijvoorbeeld, 21 is 16 + 4 + 1. Dus 21 = 2 x (2 x (2 x (2 x 1) + 0) + 1) + 0) + 1.

Hoofdstuk 5 — Dubbel of niets

— Inleiding —

Spelers beginnen het spel door in het geheim 5 verschillende getallen te kiezen die groter zijn dan 20 en niet groter dan 120. Nadat ze zijn geselecteerd, worden ze opgeschreven waar ze allemaal kunnen zie ze. Met behulp van Number Cards of een ander apparaat wordt een willekeurig getal van 1 tot 20 gemaakt. Dat nummer wordt herhaaldelijk verdubbeld totdat iemands nummer voor de eerste keer wordt geraakt of het nummer groter wordt dan 120. De eerste speler die alle vijf nummers heeft geraakt, is de winnaar.

— Analyse —

De vraag is: wat zijn de beste vijf nummers om te kiezen? Hier zijn enkele ideeën om over na te denken.

<u>Regel</u>: Kies altijd een getal dat een macht is van 2 keer een getal van 1 tot 20.

Als je een getal zoals 23 of 46 kiest, kunnen ze nooit worden geraakt en verlies je gegarandeerd.

<u>Regel</u>: kies nooit een nummer dat twee keer een ander nummer is dat je had kunnen kiezen, maar dat niet deed.

Als u 44 kiest, waarom kiest u dan niet 22? Als de andere persoon 22 kiest, mis je een ronde.

<u>Nadere analyse</u>: De getallen van 1 tot 20 worden even vaak gekozen. Omdat 9 echter tot 18 leidt, is 18 twee keer zo waarschijnlijk als een startpunt dan bijvoorbeeld 11 is. Als je de manieren combineert om verschillende starts te krijgen, hebben de startpunten de volgende kansen:

11 - 1/20 (van 11)

12 - 3/20 (van 3, 6 en 12)

13 - 1/20 (van 13)

14 - 2/20 (van 7 en 14)

15 - 1/20 (van 15)

16 - 5/20 (van 1, 2, 4, 8 en 16)

17 - 1/20 (van 17)

18 - 2 /20 (van 9 en 18)

19 - 1/20 (van 19)

20 - 3/20 (van 5, 10 en 20)

Het is duidelijk dat de beste getallen om te gebruiken veelvouden van 16, 12 en 20 zijn. Een eenvoudige strategie is om de vijf nummers te gebruiken: 32, 64, 24, 48 en 40. Deze nummers zullen niet altijd winnen, maar ze zouden het in de loop van de tijd heel goed voor je moeten doen.