



# Hoofdstuk 4 Bonusmateriaal

## — Inleiding —

Bent u iemand die wenst dat er meer voorbeelden, discussies en commentaren waren in de opzettelijk korte beschrijvingen van de lessen? Dan bent u bij ons aan het juiste adres! Dit bestand bevat bonusmateriaal voor enkele van de activiteiten uit hoofdstuk 4.

Voor puzzels worden veel voorbeelden van opgeloste puzzels gegeven, samen met aanvullend commentaar over hoe ze gemaakt kunnen worden. Het Early Family Math-programma is gebaseerd op het idee dat vroege wiskunde iets is dat een gezin samen zou moeten doen, en het maken van puzzels voor uw kind om met u te doen, is een belangrijk onderdeel van dat proces. Als je elke puzzel eenmaal onder de knie hebt, zou je moeten ontdekken dat de meeste, zo niet alle, puzzels vrij eenvoudig te maken zijn.

Veel van deze puzzels hebben verschillende moeilijkheidsgraden, en er zijn veel suggesties en voorbeelden op de komende pagina's voor het maken van die niveaus. Begin altijd met de gemakkelijkste puzzels. Het is veel beter om uw kind succes, begrip en plezier te laten ervaren met puzzels die een beetje te gemakkelijk zijn, dan gefrustreerd, ontmoedigd en overdreven uitgedaagd te worden door puzzels die te moeilijk zijn. Zodra uw kind zelfvertrouwen en enthousiasme voor een wiskundige activiteit heeft opgebouwd, is dat het moment om langzaam grotere uitdagingen op te nemen. Ook zullen niet alle puzzels voor iedereen leuk zijn, dus druk niet op puzzels en activiteiten die gewoon geen verbinding lijken te hebben.

Dit is wat je op de volgende pagina's zult vinden:

- **Hoofdstuk 4 — Bijgevoegde sommen**
- **Hoofdstuk 4 — Eilandhoppen – Compensatie Het**
- **Hoofdstuk 4 — DiffTriangles en SumTriangles**
- **Hoofdstuk 4 — Eilandhoppen – Tellen overslaan**
- **Hoofdstuk 4 — Fix It**
- **Hoofdstuk 4 — Eilandhoppen met eenen en tien**
- **Hoofdstuk 4 — Solitaire-vormpuzzels**
- **Hoofdstuk 4 — Som Vierkant**
- **Hoofdstuk 4 — Optellen Piramide**
- **Hoofdstuk 4 — Onderzoeken**

---

## — Juridische zaken —

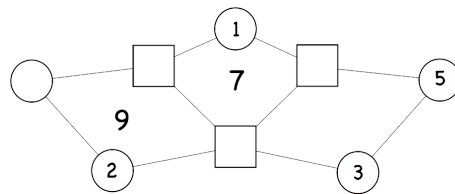
Elk gezin zou de kans moeten hebben om samen wiskunde te leren en ervan te genieten. Daartoe is Early Family Math een verzameling materiaal dat gezinnen en docenten vrij kunnen bewerken, vertalen, kopiëren en verspreiden, zonder toestemming te vragen, alleen voor niet-commercieel gebruik.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 Internationale licentie

## Hoofdstuk 4 – Bijgevoegde sommen

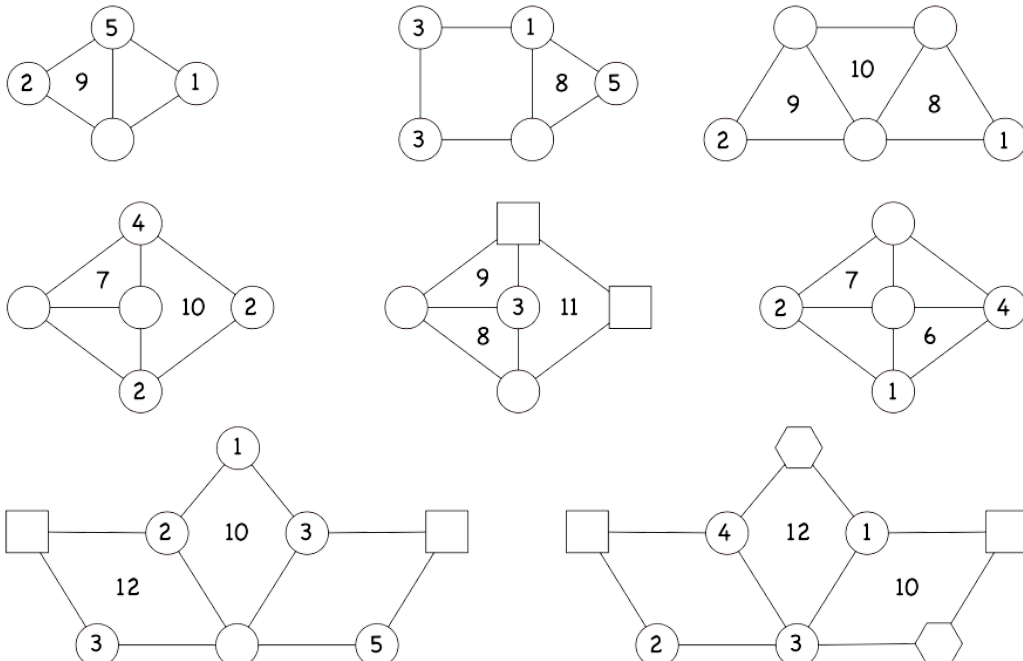
Deze puzzels hebben vormen die met elkaar zijn verbonden door lijnen. Elk omsloten gebied heeft een nummer dat de som is van de vormen die eraan grenzen. Net als bij Shape Sums-puzzels, kunnen cirkels elke waarde hebben, en de waarde voor een niet-ronde vorm moet hetzelfde zijn als elke andere vorm van hetzelfde type. Alle vierkanten moeten bijvoorbeeld dezelfde waarde hebben en alle zeshoeken hebben dezelfde waarde. U kunt optioneel de regel toevoegen dat verschillende niet-ronde vormen verschillende waarden moeten hebben, bijvoorbeeld dat vierkanten en zeshoeken verschillende waarden moeten hebben.

De puzzel voor uw kind is om de getallen uit te zoeken in de vormen en regio's die niet worden meegeleverd.



Maak deze puzzels door een diagram te maken van cirkels en misschien enkele andere vormen. Vul vervolgens alle cijfers in met getallen en vul de begrensde gebieden in met de som van de cijfers eromheen. Verwijder ten slotte enkele nummers.

Net als bij Shape Sums-puzzels in hoofdstuk 3, begin je met eenvoudige puzzels waarbij slechts een of twee nummers ontbreken en ga je langzaam verder met puzzels waarin meer nummers ontbreken, meer omsloten gebieden naast elkaar en meer gebruik van waarden in niet-cirkelvormige gebieden.



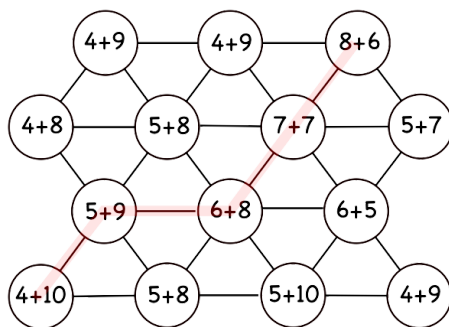
## Hoofdstuk 4 – Eilandhoppen – Compensatie Het

gebruik van compensatie voor optellen is een manier om toevoegingsproblemen veel gemakkelijker te maken. Het idee is om een bedrag weg te halen van een van de getallen die worden opgeteld en het aan het andere andere getal te geven - het resultaat blijft hetzelfde, maar een van de getallen wordt gemakkelijker om mee te werken.

Als u bijvoorbeeld  $7 + 8$  optelt en u 2 van 7 afneemt en aan de 8 geeft, wordt het probleem  $5 + 10$ . Als alternatief, als u 3 van de 8 wegneemt en aan de 7 geeft, wordt het probleem  $10 + 5$ . Elke keer dat je van een van de getallen een veelvoud van 10 kunt maken, heb je een veel eenvoudiger probleem.

Deze puzzels bieden oefening in het creëren van nieuwe problemen met behulp van compensatie. De uitdaging is om een pad te vinden dat alle eilanden met hetzelfde antwoord verbindt. Het is alleen legaal om twee eilanden met elkaar te verbinden als hun probleem aantallen 1 verschillen. Slechts enkele van de eilanden zullen op het pad liggen.

Maak deze puzzels door te beginnen met een tiental eilanden met enkele verbindingen. Identificeer een pad van de ene rand van de eilanden naar de andere. Leg langs dat pad problemen op die van elkaar verschillen - begin misschien met een probleem waarbij je er 10 moet optellen, en maak er dan variaties op. Plaats op de eilanden in de buurt van het pad problemen met kleine veranderingen die verschillende antwoorden hebben.

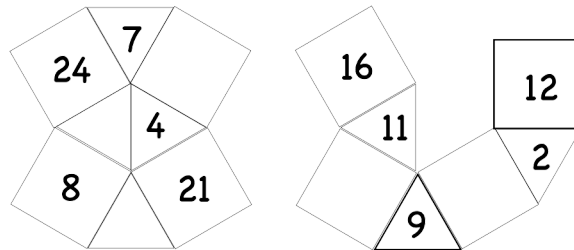


Er valt echt weinig te doen om de hardheid van deze puzzels te variëren. Het introduceren van verkeerde paden zal waarschijnlijk eerder tot verwarring leiden dan tot uitdaging, en daarom is het over het algemeen een slecht idee.

# Hoofdstuk 4 – DiffTriangles en SumTriangles

## — DiffTriangles —

DiffTriangles-puzzels hebben driehoeken en vierkanten die zijden delen. Een driehoek heeft altijd precies twee vierkanten aan de zijanten en de overgebleven zijde heeft een driehoek of is leeg. Het getal van een driehoek is het verschil tussen de twee aangrenzende vierkanten. De uitdaging is om de ontbrekende nummers aan te

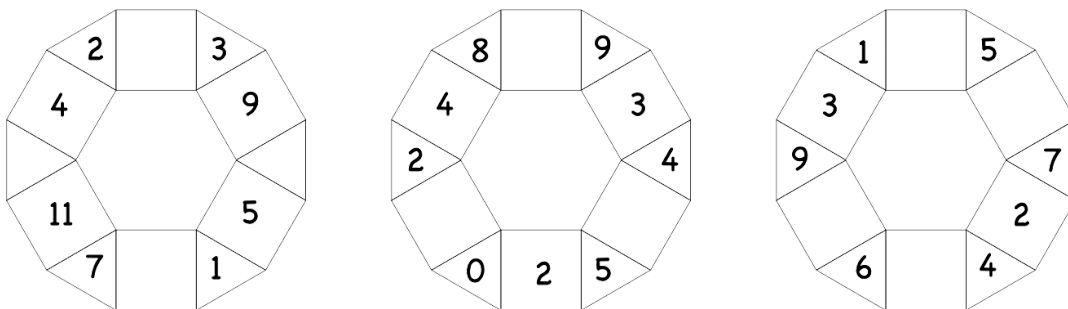


leveren.

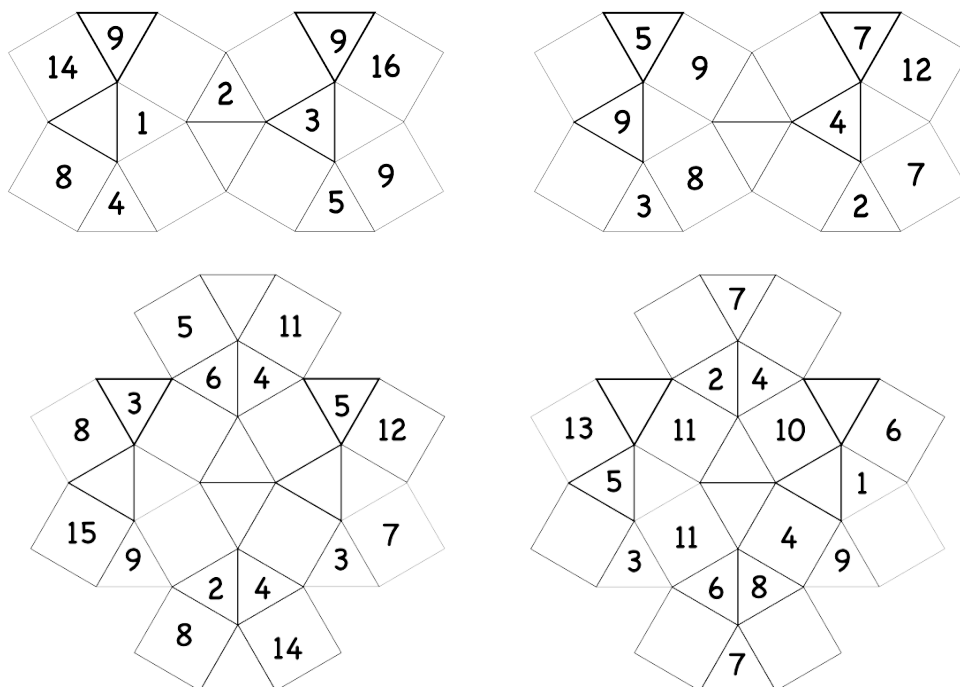
**Puzzels maken:** puzzels maken zonder lussen is eenvoudig. Teken een afwisselende reeks van vierkanten en driehoeken, plaats getallen vanaf het ene uiteinde en werk dan naar het andere uiteinde toe. Als u klaar bent, verwijdert u enkele nummers. Puzzels maken met loops of meer gecompliceerde interacties is lastiger; de moeite loont echter met een aantal uitdagende puzzels!

Wanneer uw kind zich hier erg op zijn gemak bij voelt, willen ze misschien om de beurt zelf nieuwe puzzels maken. Ze moeten plezier hebben en veel leren door uit te zoeken hoe de cijfers bij elkaar passen.

**Strategieën om op te lossen:** De eerste plaatsen zijn driehoeken tussen twee ingevulde vierkanten. Een ander gemakkelijk geval is een vierkant naast een gevulde driehoek met een kleiner gevuld vierkant ernaast - in dit geval, omdat we niet met negatieve getallen werken, is er maar één keuze voor het invullen van het lege vierkant. Het meest voorkomende geval is een vierkant met twee mogelijke waarden die in de ene richting kijken, en twee andere mogelijkheden die in de andere richting kijken - er is meestal maar één getal dat elkaar overlapt in die mogelijkheden.

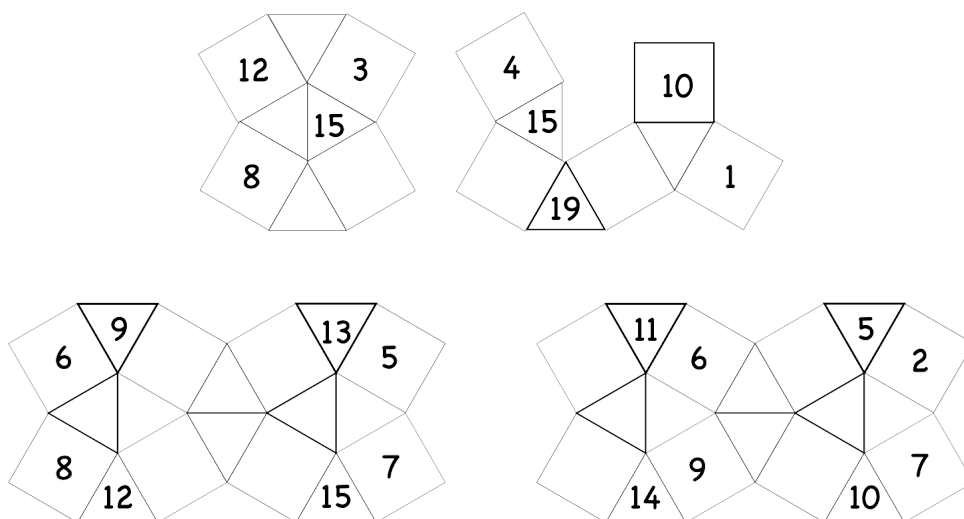


Hier zijn enkele voorbeelden met veel onderlinge verbindingen.



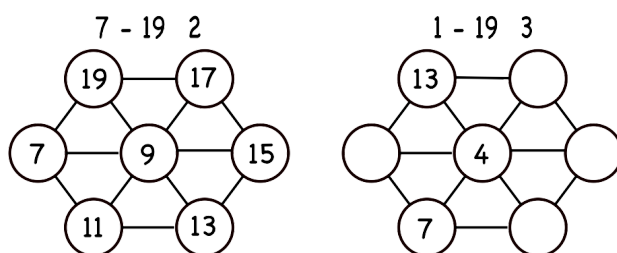
### — SumTriangles —

SumTriangles-puzzels zijn net als DiffTriangles, alleen gebruiken ze optellen in plaats van aftrekken. De waarde van een driehoek is de som van de twee of drie vierkante burens. Maak deze puzzels met behulp van methoden die vergelijkbaar zijn met DiffTriangles. SumTriangles-puzzels zijn doorgaans eenvoudiger op te lossen dan DiffTriangles.



## Hoofdstuk 4 – Eilandhoppen – Tellen overslaan

Deze puzzels hebben eilanden (cirkels) verbonden door bruggen (lijnen). In deze versie van Island Hopping worden de verbindingen gemaakt door tellen over te slaan. Op sommige van de eilanden staan nummers geschreven en sommige zullen blanco beginnen. Boven de puzzel staat het startnummer, het eindnummer en



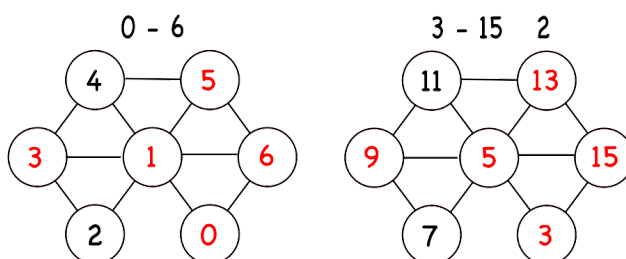
het bedrag dat is overgeslagen. De uitdaging is om de ontbrekende nummers in te vullen en het pad te vinden. Je kunt de cijfers en spaties ook op stukjes papier op de grond leggen om een stap puzzel te maken.

Net als bij de activiteit Tellen overslaan, kunt u puzzels maken om vooruit of achteruit te oefenen, beginnend met een verscheidenheid aan getallen, niet alleen getallen die een veelvoud zijn van het aantal overslaan.

Het maken van deze puzzels is hetzelfde als het maken van de Island Hopping - Counting-puzzels uit het begin van hoofdstuk 2. Maak eerst de eilanden, vul de nummers voor het overslaan van tellen in, verbind die eilanden in de juiste volgorde en voeg dan wat extra verbindingen toe om een puzzel eruit. In de versie die u uw kind geeft, verwijdert u enkele cijfers en laat u voldoende cijfers over zodat het nog achterhaald kan worden.

Je kunt de strategieën voor het maken van puzzels opnieuw bekijken die worden beschreven in het bonusmateriaal voor hoofdstuk 2 voor eilandhoppen - tellen. Als je nog steeds een van deze puzzels hebt, is het heel gemakkelijk om een van die puzzels om te zetten naar een van deze. Neem de volgende puzzel uit hoofdstuk 2. Het gaat om het tellen van 0 tot 6. De rode cijfers zijn de cijfers die normaal gesproken worden weggelaten wanneer de puzzel aan uw kind wordt gegeven. Om het om te zetten in een puzzel die begint bij 3 en tellen met 2 overslaat, vermenigvuldigt u alle getallen met 2 en tel je er 3 bij op, zoals in de onderstaande tabel. Vervang daarna de originele nummers door de nieuwe (laat de rode natuurlijk weg).

	0	1	2	3	4	5	6
Mult. by 2	0	2	4	6	8	10	12
Optellen 3	3	5	7	9	11	13	15



## Hoofdstuk 4 – Fix It

Begin met een 4 bij 4 raster van getallen met een beoogde som. De uitdaging is om items te vinden om te verwijderen, zodat de som van de resterende getallen in elke rij en kolom het doel is. Een alternatieve versie gebruikt individuele streefbedragen voor elke rij en kolom.

Maak deze puzzels door getallen in paren of tripels in te voeren die bij elkaar opgeteld worden bij de beoogde som. Vul vervolgens de resterende velden in met loknummers. U kunt deze lastiger maken door alternatieve paren of drietallen getallen te hebben die gedeeltelijk werken. Als je kind hiervan geniet, maar ze te gemakkelijk vindt, kun je altijd grotere maken van 4 bij 5, 5 bij 5 of zelfs groter.

Rode sterren zijn hier toegevoegd om te laten zien welke items zouden worden verwijderd om de puzzels te laten werken.

8				9				10				11			
6	3	5	2	7	4	5	2	3	3	6	4	8	3	5	4
2	1	4	5	2	1	4	6	7	1	2	6	1	1	4	7
3	4	1	3	3	4	4	1	4	6	1	4	3	8	1	3
6	4	2	5	6	4	5	3	6	4	8	2	7	5	7	4

Hier zijn twee puzzels met individuele deelsommen voor de rijen en kolommen.

6	3	7	8	16	0	6	5	2	8
2	1	4	5	9	7	8	5	4	12
3	4	7	3	10	2	7	1	4	9
5	6	3	5	11	3	1	9	8	17
11	9	18	8		9	13	14	12	

## Hoofdstuk 4 – Eilandhoppen met eenen en tien

Er wordt een rechthoekig raster met getallen gegeven waarin enkele getallen zijn ingevuld. De uitdaging is om de resterende getallen zo in te vullen dat twee getallen die een zijde delen slechts op één plaats verschillen, en het verschil tussen de cijfers op die plaats is 1 (inclusief tussen 0 en 9). Geen enkel nummer mag meer dan één keer in het hele raster worden gebruikt. Het verwijzen naar een 100-diagram kan handig zijn voor beginnende oplossers.

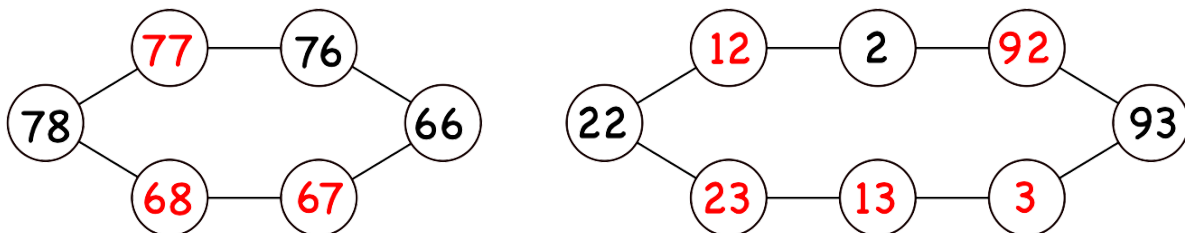
Maak deze puzzel door een leeg raster te nemen en het te vullen met getallen, zonder dat er een nummer wordt herhaald. Verwijder vervolgens enkele cijfers en zorg ervoor dat het niet te moeilijk is voor uw kind. In deze voorbeelden zijn de rode cijfers de ontbrekende.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

Door alleen eencijferige en tweecijferige getallen te gebruiken, is er niet veel trickiness dat kan worden geïntroduceerd. Ze zijn echter een goede manier om na te denken over plaatswaarde. Een rimpel die uw kind misschien zal verrassen, zijn overgangen zoals 95 tot 5 tot 15 of 11 tot 10 tot 0 tot 9 - ze realiseren zich misschien niet dat er een 0 op de tientallen staat voor getallen van één cijfer en ze worden misschien verrast door 0 en 9 wordt aangesloten.

Roosters zijn een natuurlijke manier om deze problemen te presenteren. De puzzels kunnen echter ook op dezelfde manier worden weergegeven als andere Island Hopping-puzzels met cirkels, en deze weergave biedt wat extra vrijheid bij het maken van puzzels.





# Hoofdstuk 4 – Solitaire-vormpuzzels

## — Magische driehoeken —

Maak een driehoek van zes cirkels met drie cirkels aan één kant. Gebruik in de cirkels elk van de getallen van 1 tot 6 één keer, zodat elke zijde van de driehoek dezelfde som heeft. Dit brengt twee uitdagingen met zich mee: uitzoeken welke bedragen zullen werken en vervolgens uitzoeken hoe u die bedragen kunt krijgen. Het is beter om uw kind hiermee te laten spelen om erachter te komen welke bedragen mogelijk zijn, maar als frustratie wint, zijn de mogelijke bedragen 9, 10, 11 en 12.

Als uw kind het leuk vindt om dit uit te zoeken, kan dit worden gedaan voor ook grotere driehoeken. Voor een driehoek met negen cirkels met vier cirkels aan een zijde, zijn de mogelijke sommen 17, 19, 20, 21 en 23.

Zoals met zoveel puzzels voor deze leeftijdsgroep, is de belangrijkste reden om uw kind hiermee te laten spelen is om het plezier aan te moedigen om te ontdekken hoe getallen met elkaar omgaan en om getallen te oefenen. Ze hebben nog niet de reken- of redeneervaardigheden om systematisch te zijn met hun verkenning. Deze puzzels kunnen echter dieper worden onderzocht, en hier zijn enkele ideeën om uit te zoeken als u of een ouder kind geïnteresseerd is.

Laat Som de som van één zijde van de driehoek voorstellen. Als je de drie zijden van de driehoek optelt, is het totaal  $3 \times \text{Som}$ . Het totaal van de drie zijden is echter ook de som van alle getallen plus één extra kopie voor elke hoek van de driehoek. Laat C-Som de som zijn van de waarden in de drie hoeken. We eindigen met de relatie die  $3 \times \text{Som} = (\text{Totaal van alle getallen}) + \text{C-Som}$ .

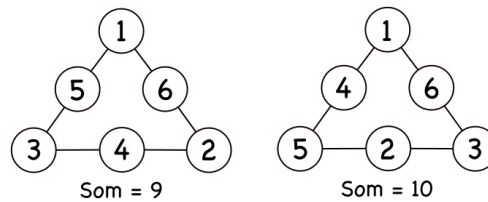
**6 cirkelpuzzel.** Pas dit toe op de driehoek met zes cirkels. De som van alle getallen is de som van de getallen van één tot zes, dat is 21. Dus de vergelijking wordt  $3 \times \text{Som} = 21 + \text{C-Som}$ . De kleinste C-Som kan zijn is  $1 + 2 + 3 = 6$ , en de grootste die het kan zijn is  $4 + 5 + 6 = 15$ . Dus,  $3 \times \text{Som}$  is tussen  $21 + 6 = 27$  en  $21 + 15 = 36$ . Dit dwingt SUM om 9, 10, 11, 12 te zijn. Merk ook op dat  $\text{C-Som} = 3 \times \text{Som} - 21$ , wat handig is om de hoeken te vinden.

Een ander ding om op te merken is de symmetrie van de mogelijke waarden. Wat deze symmetrie veroorzaakt, is dat er voor elke oplossing een andere oplossing wordt gecreëerd door alle getallen af te trekken van 7 (of van 10 voor de negende cirkel puzzel). Een beetje rekenen zal laten zien dat deze symmetrie een puzzel met som SUM neemt en een nieuwe creëert met som  $(21 - \text{Som})$  (of  $40 - \text{Som}$  voor de negende cirkel puzzel).

Het laatste dat moet worden opgemerkt voordat we ingaan op de werkelijke getallen, is dat we voor elke oplossing voor de drie hoeken kunnen aannemen dat ze in oplopende volgorde met de klok mee rondgaan, met het kleinste getal bovenaan. Als ze om te beginnen niet in die configuratie zijn, kunt u het diagram draaien of spiegelen totdat ze dat wel zijn.

Al deze observaties besparen enorm veel werk. We hoeven alleen naar Som te kijken die gelijk is aan 9 en 10, en we hoeven alleen de hoeken in oplopende volgorde te hebben. Als Som 9 is, dan is  $\text{C-Som} = 3 \times 9 - 21 = 6$ , dus het trio is 1, 2 en 3. Als Som 10 is, dan is  $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$ . Dit laat twee mogelijkheden over - ofwel hoekwaarden van 1, 2 en 6, of 1, 3 en 5. Een snelle proef sluit 1, 2 en 6 uit als een mogelijkheid.

Na veel werk hebben we de oplossingen voor Som zijnde 9 en 10 voor de zes cirkel puzzel. Onthoud dat je de oplossingen voor Som 11 en 12 kunt krijgen door alle items af te trekken van de 7.



**9 cirkelpuzzel.** Gebruik dezelfde aanpak voor de 9-cirkel puzzel. De som van de getallen van 1 tot 9 is 45. Dus  $3 \times \text{Som} = 45 + \text{C-Som}$ . De kleinste C-Som kan zijn is  $1 + 2 + 3 = 6$ , en de grootste kan zijn is  $7 + 8 + 9 = 24$ . Dus  $3 \times \text{Som}$  is tussen  $45 + 6 = 51$  en  $45 + 24 = 69$ , wat dwingt Som om tussen 17 en 23 te liggen. Als je een oplossing neemt en alle items aftrekt van 10, krijg je de volgende Som-paren: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21 en 20 - 20. Oplossingen zijn dus alleen nodig voor 17, 18, 19 en 20. De overeenkomstige waarden voor C-Som zijn 6, 9, 12 en 15.

Som = 17 en C-Som = 6. Hiervoor moeten de hoeken 1, 2, 3 zijn en werken.

Som = 18 en C-Som = 9. Hiervoor moeten de hoeken 1, 2, 6 of 1, 3, 5 zijn. Geen van beide werkt.

Som = 19 en C-Som = 12. Er zijn nogal wat mogelijkheden voor de hoeken, maar de enige combinaties die werken zijn 1, 4, 7 en 2, 3, 7.

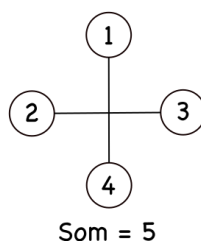
Som = 20 en C-Som = 15. Daar zijn te veel combinaties voor de hoeken, en veel van hen werken. Twee die werken zijn 1, 5, 9 en 2, 5, 8.

### — Magische ontwerpen —

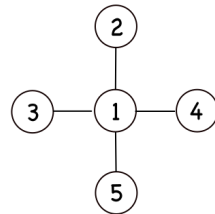
Similar Magic Driehoeken hebben deze cirkels in een geometrisch patroon en een bijbehorende groep ontvangers verbonden. Zet de cijfers in de cirkels zodat elke rechte lijn van verbonden cirkels dezelfde som heeft.

De analyse van deze puzzels is vergelijkbaar met wat is gedaan voor Magic Triangles. Laat Som de gemeenschappelijke som zijn die alle rijen delen. Laat c de waarde van de middelste cirkel zijn, voor puzzels die er een hebben. De algemene strategie is om alle rijen bij elkaar op te tellen en de relatie die wordt onthuld te onderzoeken. Merk ook op dat, net als voor Magische Driehoeken, een nieuwe oplossing kan worden gecreëerd door alle items af te trekken van één meer dan het grootste getal.

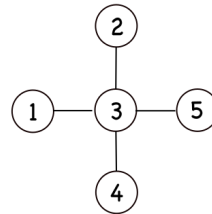
1. De cijfers van 1 tot 4 hebben de vorm van een plusteken zonder gemeenschappelijke cirkels. De nummers 1 tot 4 tellen op tot 10, en dit is gelijkmatig verdeeld over de twee richtingen. Dus Som = 5 en het antwoord is eenvoudig.



2. De cijfers van 1 tot 5 staan in een plusteken met één cirkel gemeen in het midden. De getallen 1 t / m 5 zijn opgeteld 15. Als je de twee richtingen optelt, krijg je  $2 \times \text{Som} = 15 + c$ . Omdat  $15 + c$  even moet zijn, kan  $c$  1, 3 en 5 zijn. Haal de oplossing voor  $c = 5$  (Som = 10) van de  $c = 1$  oplossing door alle getallen van 6 af te trekken.

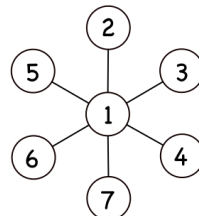


$c = 1$  Som = 8

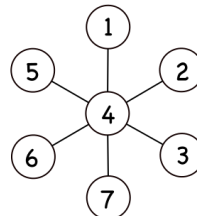


$c = 3$  Som = 9

3. De getallen van 1 tot en met 7 zijn in lijnen van 3 cirkels met een gemeenschappelijke cirkel in het midden. Als je de drie richtingen optelt, krijg je  $3 \times \text{Som} = 28 + 2 \times c$ . Omdat  $3 \times 28 + 2 \times c$  gelijkmatig verdeelt, dwingt dit  $c$  om 1, 4 of 7 te zijn. De oplossingen voor  $c = 1$  en 4 worden gegeven.

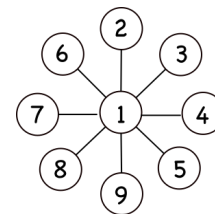


$c = 1$  Som = 10

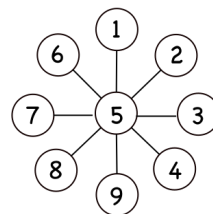


$c = 4$  Som = 12

4. De nummers van 1 tot 9 staan in lijnen van 3 cirkels met een gemeenschappelijke cirkel in het midden. Als je de vier richtingen optelt, krijg je  $4 \times \text{Som} = 45 + 3 \times c$ . Omdat  $4 \times 45 + 3 \times c$  gelijkmatig verdeelt, dwingt dit  $c = 1, 5$  of 9.



$c = 1$  Som = 12

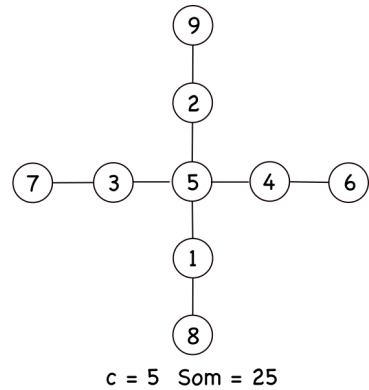
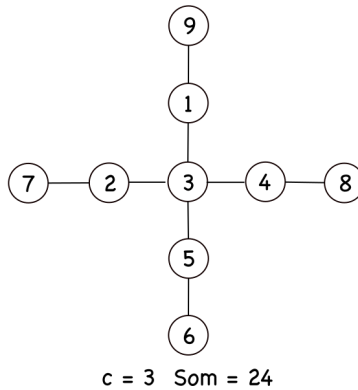
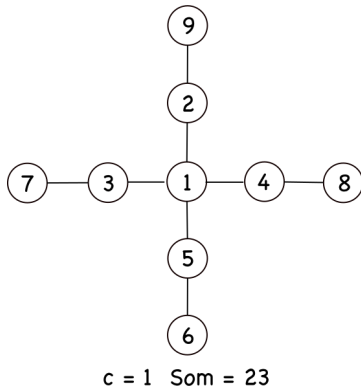


$c = 5$  Som = 15

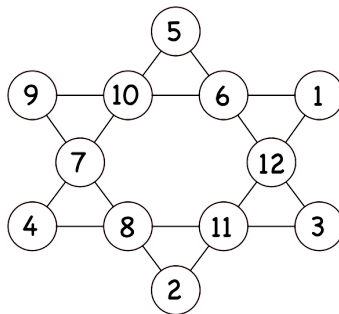
5. De getallen van 1 tot 5 worden in een L-vorm geplaatst met één cirkel gemeenschappelijk in de hoek. Dit is eigenlijk hetzelfde als probleem # 2, dus de oplossingen zijn in wezen hetzelfde.

6. De cijfers van 1 tot 8 staan in een plusteken zonder gemeenschappelijke cirkels. De twee richtingen splitsen 36, de som van alle getallen, gelijkmatig op, dus  $\text{SUM} = 18$ . Er zijn veel manieren om dit op te lossen door de reeks getallen op te splitsen in twee groepen die samen 18 zijn. Een oplossing is 1, 2, 7, 8 en 3, 4, 5, 6, en een andere is 1, 3, 6, 8 en 2, 4, 5, 7.

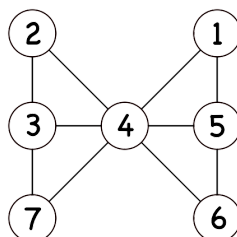
7. De cijfers van 1 tot 9 staan in een plusteken met één cirkel gemeen in het midden. Als je de twee richtingen optelt, krijg je  $2 \times \text{Som} = 45 + c$ , dus  $c = 1, 3, 5, 7$  en  $9$ . Oplossingen voor  $c = 1, 3$  en  $5$  worden gegeven.



8. De nummers van 1 tot 12 hebben een stervorm. Dit heeft 6 richtingen van lijnen van 4 cirkels. Deze is veel moeilijker dan de andere. Als je alle richtingen bij elkaar optelt, is elk nummer twee keer betrokken. De getallen van 1 tot 12 tellen op tot 78. We hebben dus  $6 \times \text{Som} = 2 \times 78$ , wat  $\text{Som} = 26$  betekent (zoals gegeven in de hint). Hieronder volgt een oplossing. Zoals altijd kan een andere oplossing worden verkregen door alle items van 13 af te trekken.



9. De getallen van 1 tot 7 hebben een H-vorm - 3 verticaal aan de linkerkant, 1 in het midden, 3 verticaal aan de rechterkant. Er zijn 5 mogelijke lijnen van 3 verbonden cirkels. Als de 5 richtingen worden opgeteld, worden alle cirkels twee keer gebruikt, met uitzondering van het midden dat drie keer wordt gebruikt. Als je de vijf richtingen optelt, krijg je  $5 \times \text{Som} = 2 \times 28 + c$ . Omdat 5 56 + c gelijkmatig verdeelt, dwingt dit  $c = 4$ , en in dat geval  $\text{Som} = 12$  (zoals gegeven in de hint). Merk op dat 2 noch 3 zich aan dezelfde kant kunnen bevinden als de 1, en dit leidt tot de volgende oplossing.



# Hoofdstuk 4 – Som Vierkant

Begin met een raster van 3 bij 3 waarin de beoogde sommen voor elke rij en kolom zijn opgegeven. Sommige nummers van 1 tot 9 zijn al in het rooster geplaatst. Voor de nummers die nog niet zijn geplaatst, is het de uitdaging om ze te plaatsen om ervoor te zorgen dat de rij- en kolom sommen de streefwaarden zijn.

Om een van deze puzzels te maken, begint u met het plaatsen van stukjes papier met de cijfers van 1 tot 9 op een raster van 3 x 3. Schrijf voor elke rij en kolom de som naar rechts of onder. Verwijder vervolgens een aantal nummers uit het rooster. Geef ten slotte de stukjes papier die u hebt verwijderd aan uw kind en vraag "waar waren deze?" Omdat deze zo gemakkelijk te maken zijn, zijn het geweldige puzzels voor uw kind om te maken en om op te lossen.

Een variatie die de sommen een beetje kleiner houdt, is om in plaats daarvan de getallen van 0 tot 8 te gebruiken. Een moeilijkere variant is om hetzelfde te doen met de nummers 1 tot 12 in een raster van 3 bij 4, of zelfs 1 tot 16 in een raster van 4 bij 4.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Het maken van de originele ingevulde puzzel is eenvoudig genoeg. Zoals hierboven vermeld, voert u gewoon alle cijfers in en noteert u de sommen. De uitdaging voor de puzzelmaker is om precies de juiste hoeveelheid informatie te verwijderen, zodat de puzzel uitdagend maar niet te moeilijk is.

**Strategieën voor het oplossen en creëren:** begin met het invullen van vierkanten die de enkele ontbrekende getallen in een rij of kolom zijn. De meest linkse van deze drie puzzels is vrij eenvoudig op te lossen, want nadat de 5 en de 7 zijn ingevuld, zijn de 3 en 2 gemakkelijk op te lossen, en als laatste zijn de 8 gemakkelijk op te lossen - elke singleton creëert nieuwe singletons die eenvoudig te berekenen.

Gemakkelijk te berekenen puzzels zijn een goede gewoonte voor uw kind, dus maak u geen zorgen over het lastig maken van alle puzzels.

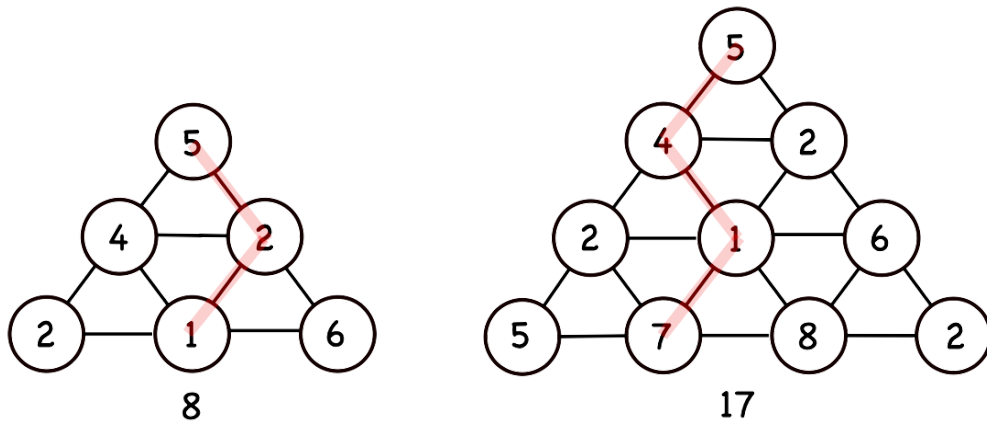
De middelste puzzel is iets moeilijker. Er zijn geen eenlingen. Een goede strategie hiervoor is om rijen of kolommen te zoeken die bijzonder grote of kleine ontbrekende sommen hebben - deze hebben relatief weinig keuzes om uit te kiezen. De onderste rij en de meest rechtse kolom zijn goede plaatsen om met deze puzzel te beginnen. De ontbrekende getallen in de onderste rij zijn opgeteld 16, dus ze moeten 7 en 9 zijn. De 9 kan niet in de kolom met de 6 komen (de som zou te groot zijn voor die kolom), dus dat plaatst de 7 en 9. De rest volgt zoals in de vorige puzzel.

In de meest rechtse puzzel zijn twee van de zeilnummers weggelaten. Zodra uw kind zich realiseert dat de zij nummers bij elkaar opgeteld 45 zijn, wat de som is van de getallen van 1 tot 9, is het gemakkelijk om één ontbrekend zijn nummer in te vullen.

## Hoofdstuk 4 – Optellen Piramide

Een piramide van 10 getallen geplaatst in 4 rijen wordt gegeven met een doel nummer. De uitdaging is om een pad door de piramide te vinden met één nummer uit elke rij, zodat de som van de nummers het doel nummer is. De nummers op het pad moeten elkaar raken.

Maak een van deze puzzels door de getallen in te vullen waarvan je het pad wilt vormen, en noteer de som van die getallen. Vul dan de resterende locnummers in de piramide in. Het aantal mogelijke paden door de piramide verdubbelt met de toevoeging van elke rij, dus het maken van grotere piramides is een manier om een kind uit te dagen dat de 10-cijferige puzzel gemakkelijk vindt. Voor een kind dat een 10-cijferige puzzel moeilijk vindt, begint u met 6-cijferige puzzels totdat ze gemakkelijk en snel op te lossen zijn.



Voor grotere puzzels kan het voor de puzzelmaker een uitdaging zijn om ervoor te zorgen dat er maar één correct pad door de piramide is. Maak u daar niet teveel zorgen over. Ook al is het fijn als er maar één pad is, je kind zal het leuk vinden om je te laten zien dat er meer dan één manier is om het op te lossen.

# Hoofdstuk 4 – Onderzoeken

## — BLOEMBLAADJES —

### ONDERZOEK

In een magische tuin zijn er twee soorten bloemen. De ene heeft 4 bloembladen en de andere heeft 7 bloembladen. Een kind werd gevraagd bloemen te plukken zodat het totaal aantal bloemblaadjes 13 was. Zou het kunnen? Hoe zit het met 15 bloemblaadjes? Voor welk aantal bloembladen is het mogelijk? Kan dit voor nummers die mogelijk zijn op meer dan één manier worden gedaan? Bijvoorbeeld, 32 bloembladen zijn vier 7-en en één 4, en het is ook acht 4-en.

Door veel getallenparen te proberen, zijn er veel voorbeelden om mee te spelen. Voor sommige getallenparen komt er een punt waarop alle nummers van bloembladen mogelijk zijn, en voor andere getallenparen is dat niet het geval. Voor 4 en 7 is elk nummer vanaf 18 mogelijk. Voor 3 en 6 is er geen punt waarna alle getallen voorkomen.

Wat is het patroon en wat creëert dat patroon? Dat zijn vaak vragen die naar boven komen, en daar gebeuren veel interessante dingen.

Het is het gemakkelijkst om te zien wat er gebeurt als een getal beide getallen gelijkmatig verdeeld. Neem bijvoorbeeld 3 en 6. Beschouw deze getallen als  $1 \times 3$  en  $2 \times 3$ . Als u deze getallen bij elkaar optelt, krijgt u altijd een aantal 3-en. Er is geen manier om de 3 en 6 bij elkaar op te tellen om 10 te krijgen, omdat 10 geen veelvoud is van 3.

Wanneer 1 het enige getal is dat beide getallen gelijkmatig verdeeld, zal er altijd een punt komen waarop elk getal kan worden bereikt. Voor 4 en 7 is dat getal 18. Om dat getal te vinden, trekt u 1 af van elk van de getallen in het paar en vermenigvuldigt u die nieuwe getallen met elkaar. In dit geval geeft dat  $3 \times 6 = 18$ . Een ander interessant aspect van deze situatie is dat precies de helft van de getallen onder de 18 bereikbaar zal zijn. Waarom dit werkt, is wat wiskunde een beetje te ingewikkeld voor een jong kind; Het is echter leuk om met deze berekeningen te spelen en de ervaringen van uw kind met deze patronen kunnen veel later plotseling op hun plaats klikken.

## — KLIM STAPPEN – HOEVEEL MANIEREN —

### ONDERZOEK

Stel dat uw kind het leuk vindt om soms twee stappen tegelijk te doen, maar de andere keer een voor een. Als uw kind een paar treden omhoog wil, is een voor de hand liggende vraag: op hoeveel manieren kan dit worden gedaan?

Voor 0 treden is er bijvoorbeeld maar één manier: je staat daar gewoon. Voor 1 stap is er één manier - u neemt een enkele stap. Voor twee stappen kunt u één dubbele stap of twee enkele stappen nemen.

Uw kind moet veel gevallen hiervan zorgvuldig tellen en een tabel met de resultaten maken. Als er veel informatie is, helpt een tabel vaak om de informatie te ordenen en patronen te laten opvallen. De tabel ziet er als volgt uit (oké, verder gaan dan 6 vereist misschien te veel geduld, maar hier zijn de cijfers):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Na het bekijken van deze cijfers, kan uw kind opmerken dat elk paar opeenvolgende getallen bij het volgende getal optelt. Waarom gebeurt dit? Deze nummers worden Fibonacci-nummers genoemd. De regel voor het maken van de officiële Fibonacci-nummers is dat elk getal de som is van de vorige twee. Dit geldt ook voor de stappen. Hmmm ...

Laten we een voorbeeld eens nader bekijken - zeg 5 stappen. De 8 mogelijkheden zijn:  $1 + 1 + 1 + 1 + 1$ ,  $1 + 1 + 2 + 1$ ,  $1 + 2 + 1 + 1$ ,  $2 + 1 + 1 + 1$ ,  $2 + 2 + 1$ ,  $1 + 1 + 1 + 2$ ,  $1 + 2 + 2$  en  $2 + 1 + 2$ . De eerste 5 mogelijkheden gebruiken 1 voor de laatste zet en de laatste 3 mogelijkheden gebruiken 2 voor de laatste zet. Dat verklaart het - u kunt 5 stappen omhoog gaan door ofwel 4 stappen omhoog te gaan en nog 1 stap te nemen, of door 3 stappen omhoog te gaan en nog 2 stappen omhoog. Het aantal manieren om 5 treden omhoog te gaan is exact gelijk aan de som van het aantal manieren om 4 treden omhoog te gaan plus het aantal manieren om 3 treden omhoog te gaan.

Patronen worden vaak begrepen door geduldig voorbeelden te bekijken, de gegevens te ordenen, de gegevens nauwkeurig te bekijken en te zoeken naar verklaringen waarom dingen gebeuren zoals ze doen. Dit is een goede gewoonte om bij uw kind te ontwikkelen.

## — WEEGSCHAAL —

### ONDERZOEK

Een weegschaal is een eenvoudig apparaat om te zien wanneer twee dingen precies hetzelfde gewicht hebben. De weegschaal wordt meestal geleverd met een set gewichten die worden gebruikt om het gewicht van andere objecten te meten. Er zijn veel interessante onderzoeken die u kunt doen als u de gewichten beperkt die u mag gebruiken.

**Eén soort gewicht:** stel dat je veel gewichten hebt, maar ze zijn allemaal hetzelfde - zeg maar 5 eenheden. Dan zijn de enige dingen die je precies kunt wegen objecten die een veelvoud van 5 zijn (net zoals het tellen met 5 overslaan).

**Twee soorten gewichten - één kant:** stel dat je veel gewichten hebt die ofwel 4 eenheden of 7 eenheden zijn, en je gebruikt ze maar aan één kant van de weegschaal. De dingen die u kunt wegen, zijn dezelfde cijfers die u bij het onderzoek naar bloembladen hebt gevonden. Voor 4 en 7 kun je vanaf 18 stuks alles precies wegen. Als de gewichten 4 eenheden en 6 eenheden zijn, kunt u alleen even getallen wegen die beginnen met 4.



**Twee soorten gewichten – beide zijden:** nadat u het onderzoek heeft gedaan met twee soorten gewichten aan één kant, zal uw kind misschien verbaasd zijn als u het hen vraagt. om een item van 3 eenheden, of zelfs een item van 1 eenheid, te wegen met 4 en 7. De truc is om aan de ene kant wat gewichten te plaatsen en aan de andere kant andere gewichten. Verifieer bijvoorbeeld dat een item 3 eenheden weegt door er een gewicht van 4 eenheden op te zetten en controleer of het in evenwicht is met een gewicht van 7 eenheden. Verifieer op dezelfde manier dat een item 1 eenheid weegt door er een gewicht van 7 eenheden op te plaatsen en controleer of het in evenwicht is met twee gewichten van 4 eenheden.

Er is een belangrijke wiskundige stelling genaamd Bezouts stelling verborgen in dit onderzoek. Uw kind hoeft op dit moment niets van die stelling af te weten, maar het is niet cool dat een jong kind kan spelen met geavanceerde wiskunde!

**Verdubbeling Gewichten:** wat gebeurt er als je elk een gewicht hebt voor elk van de gewichten in de verdubbeling progressie 1, 2, 4, 8 en 16? Op hoeveel manieren kun je iets wegen dat 13 weegt? Wat is het grootste gewicht dat u kunt meten?

Na enig onderzoek zult u ontdekken dat u alles tot één minder dan het dubbele van het hoogste gewicht kunt wegen – in dit geval is dat 31. Bovendien kan elk item dat u kunt wegen slechts op één manier worden gewogen – bijvoorbeeld  $13 = 1 + 4 + 8$ , en er is geen andere manier om het te doen. Best wel gaaf! Deze situatie houdt verband met het binaire getallensysteem.

**Fibonacci-gewichten:** wat gebeurt er als de gewichten in de Fibonacci-nummers staan? Is er meer dan één manier om sommige gewichten te wegen? Zoek een beperking waardoor er voor elk gewicht maar één manier is.

Stel dat je er elk een hebt voor de gewichten 1, 1, 2, 3, 5, 8 en 13. Hierbij geldt  $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$ . Wat de duplicatie veroorzaakt, is dat de Fibonacci-regel meer dan één manier creëert om de Fibonacci-getallen in termen van zichzelf te schrijven - bijvoorbeeld  $2 = 1 + 1$  en  $8 = 5 + 3$ . De manier om dit probleem op te lossen is door sta erop dat u geen twee Fibonacci-getallen kunt gebruiken die naast elkaar in de reeks staan. Wanneer u die beperking toevoegt, is  $2 + 8$  de enige manier om 10 te krijgen.