⚠ Dit hoofdstuk vertaald met Google Translate - Help ons dit te verbeteren!

Early Family Math

Hoofdstuk 3 Bonusmateriaal

— Inleiding —

Bent u iemand die wenst dat er meer voorbeelden, discussies en commentaren waren in de opzettelijk korte beschrijvingen van de lessen? Dan bent u bij ons aan het juiste adres! Dit bestand bevat bonusmateriaal voor enkele van de activiteiten uit hoofdstuk 3.

Voor puzzels worden veel voorbeelden van opgeloste puzzels gegeven, samen met aanvullend commentaar over hoe ze gemaakt kunnen worden. Het Early Family Math-programma is gebaseerd op het idee dat vroege wiskunde iets is dat een gezin samen zou moeten doen, en het maken van puzzels voor uw kind om met u te doen, is een belangrijk onderdeel van dat proces. Als je elke puzzel eenmaal onder de knie hebt, zou je moeten ontdekken dat de meeste, zo niet alle, puzzels vrij eenvoudig te maken zijn.

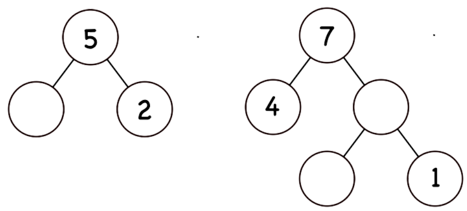
Veel van deze puzzels hebben verschillende moeilijkheidsgraden, en er zijn veel suggesties en voorbeelden op de komende pagina's voor het maken van die niveaus. Begin altijd met de gemakkelijkste puzzels. Het is veel beter om uw kind succes, begrip en plezier te laten ervaren met puzzels die een beetje te gemakkelijk zijn, dan gefrustreerd, ontmoedigd en overdreven uitgedaagd te worden door puzzels die te moeilijk zijn. Als uw kind eenmaal zelfvertrouwen en enthousiasme heeft opgebouwd voor een wiskundige activiteit, is dat het moment om langzaamaan grotere uitdagingen op te nemen. Ook zullen niet alle puzzels voor iedereen leuk zijn, dus druk niet op puzzels en activiteiten die gewoon geen verbinding lijken te hebben.

Dit is wat je op de volgende pagina's zult vinden:

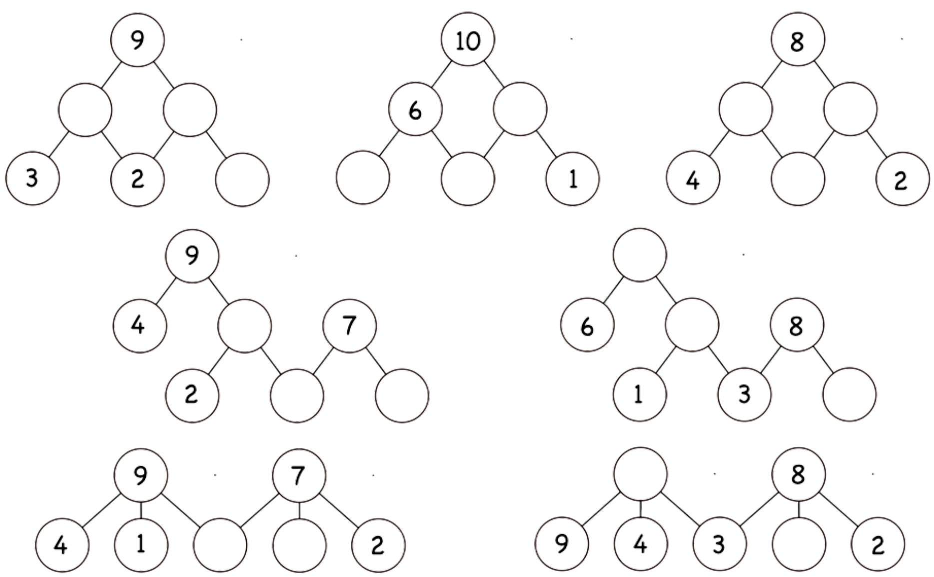
Hoofdstuk 3 – Vorm Sommen

Deze puzzels gebruiken genummerde cirkels die opwaarts zijn verbonden, en elke cirkel is de som van alle cirkels direct eronder en ermee verbonden.

Bij de gemakkelijkste puzzels zijn de meeste cirkels ingevuld. Hier zijn twee voorbeelden die eenvoudig op te lossen zijn.



Deze puzzels kunnen moeilijker worden gemaakt door één cirkel in meer dan één richting te gebruiken. Alle volgende zeven puzzels zijn directe berekeningen, behalve de meest rechtse van de eerste rij. Het is lastiger omdat de ene cirkel in het midden wordt gedeeld door twee onbekende cirkels erboven. Die puzzel omvat cijfers die klein genoeg zijn om gemakkelijk met een beetje vallen en opstaan op te lossen.

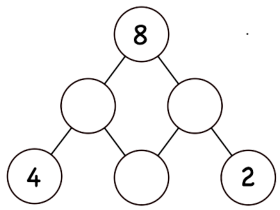


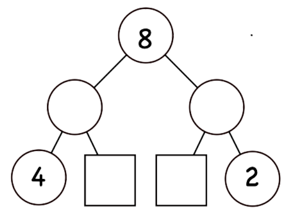
Een andere optie om deze puzzels complexer te maken, is het gebruik van niet-ronde vormen. Hoewel de waarde in een cirkel de waarde in een andere cirkel of vorm al dan niet dupliceert, moet de waarde in een niet-ronde vorm overeenkomen met de waarde op alle andere plaatsen met dezelfde vorm. Alle vierkanten hebben bijvoorbeeld dezelfde waarde. Gebruik bijpassende vormen om te oefenen met het toevoegen van een tweeling, bijna een tweeling en halveren.

Als je wilt, kun je de regel toevoegen dat twee niet-ronde vormen met verschillende vormen verschillende waarden moeten hebben - een vierkant en een zeshoek moeten bijvoorbeeld verschillende waarden hebben.

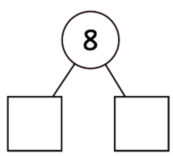
Maak een van deze puzzels door te beginnen met een diagram dat volledig is ingevuld en vervolgens enkele cijfers te verwijderen. Als de puzzel enkele herhaalde getallen bevat, gebruik dan een vierkant of een andere vorm in plaats van een cirkel voor dat herhaalde getal.

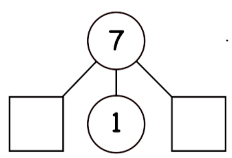
De volgende twee puzzels illustreren het psychologische verschil tussen het gebruik van een cirkel vanuit twee richtingen en het vervangen van de cirkel door twee vierkanten. Deze twee puzzels zijn in wezen hetzelfde, maar een jong kind zal de eerste veel gemakkelijker vinden om te begrijpen en ermee te werken. Geef uw kind alstublieft voldoende oefening met puzzels die alleen rond zijn, voordat u zich waagt aan meer geavanceerde puzzels met niet-ronde vormen.

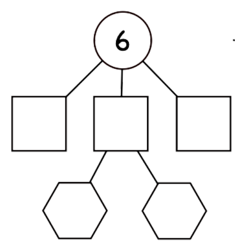




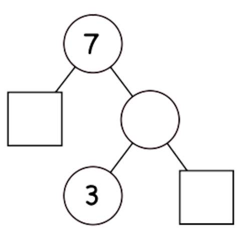
Puzzels die lijken op de volgende drie zijn handig om te oefenen met het toevoegen van een tweeling, bijna een tweeling en een triples.

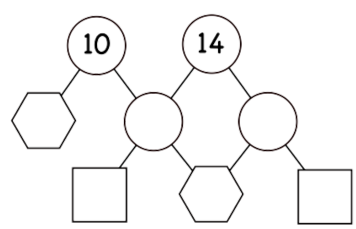


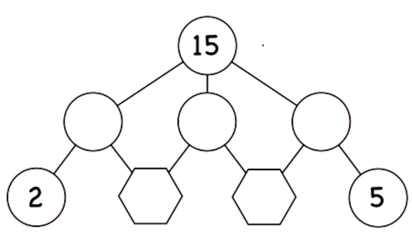


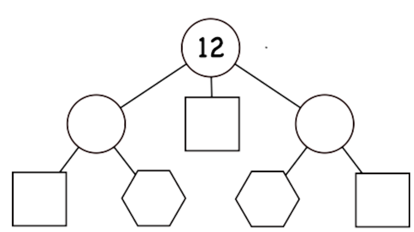


Hier zijn enkele voorbeelden van het gebruik van niet-ronde vormen om lastige puzzels te maken. Als uw kind hiervan geniet, zijn er nog veel meer variaties om te ontdekken. Gelukkig puzzelen!









Hoofdstuk 3 – Nim Verdubbeling van de limiet

— Een stapel —

Stel een starttotaal in, zeg 20. Laat uw kind kiezen of het als eerste of als tweede gaat. Tijdens de eerste beurt kiest een speler ervoor om 1 of 2 af te trekken van het huidige totaal. Na de eerste beurt mag een speler elk nummer aftrekken van 1 tot tweemaal het nummer dat in de laatste beurt werd gebruikt. De eerste persoon die 0 bereikt, wint.

Er zijn veel alternatieve versies van dit spel. Sommigen van hen zijn:

- De eerste persoon die het doel bereikt, verliest.
- In plaats van het bereik van 1 tot 2 te gebruiken, is het aanvankelijke bereik van 1 tot één minder (of twee minder) dan het doelgetal.
- Oefen met optellen, in plaats van aftrekken, door bij 0 te beginnen en de eerste persoon die het doel bereikt te laten winnen (of verliezen).
- De initiële limiet is één (of twee) minder dan het doelnummer, en in plaats van de waarde van de laatste beurt te verdubbelen, gebruikt u de waarde van de laatste beurt als de limiet.
- De aanvankelijke limiet is één (of twee) minder dan het doelnummer, en in plaats van de waarde van de laatste beurt te verdubbelen, gebruikt u het drievoudige van de waarde van de laatste beurt.

Zoals u kunt zien, zijn er veel variaties. Stel uw eigen gezinsregels op als u van het spel geniet.

Deze spellen zijn voor het grootste deel veel moeilijker te analyseren dan de versies van Nim die voor elke zet een vaste reeks keuzes gebruiken.

— Meer dan één stapel —

Nog een andere manier om nieuwe versies van dit spel te maken, is door meer dan één nummer te gebruiken. Stel je voor dat deze versie meerdere stapels tokens (kiezelstenen, stukjes voedsel) heeft. U kunt bijvoorbeeld twee stapels hebben met 12 tokens op de ene stapel en 8 op de andere. Een standaardregel die u kunt gebruiken, is dat u een willekeurig aantal tokens kunt nemen, maar ze moeten allemaal van één stapel komen.

Alternatieve versies van dit spel zijn:

- Er zijn meer dan twee stapels.
- Je hebt de mogelijkheid om hetzelfde aantal tokens uit alle stapels te nemen.
- Je hebt de mogelijkheid om hetzelfde aantal tokens te nemen van de stapels die je kiest.
- Je kunt alleen fiches nemen van de grootste stapel.

Zoals u zich kunt voorstellen, zijn er nog meer versies van dit spel; misschien is dit voorlopig echter meer dan genoeg!

Hoofdstuk 3 – Evens en odds tellen

— Basisinstellingen —

Gebruik een kleine verzameling cijferkaarten met enkele kleine hoeveelheden. Begin met drie kaarten en gebruik later meer kaarten als uw kind van het onderzoek geniet.

Stel dat de getallen 1, 2 en 3 zijn. De vraag is: als u willekeurig twee kaarten kiest en ze optelt, is de kans groter dat u een even getal of een oneven getal?

Er zijn twee manieren om hier naar te kijken. Een manier is om experimenten te doen. Schud de kaarten, kies willekeurig twee kaarten en kijk of de som even of oneven is. Zet na elk experiment een vinkje in de juiste kolom op een vel papier om de even en oneven resultaten te tellen.

De tweede manier is om te tellen hoeveel manieren er zijn om een oneven getal versus een even getal te krijgen. Als u bijvoorbeeld 1, 2 en 3 gebruikt, is er één manier om een even getal (1 + 3) te krijgen en twee manieren om een oneven getal te krijgen (1 + 2, 2 + 3). Dus voor de getallen 1, 2 en 3 zijn de oneven getalsommen twee keer zo waarschijnlijk.

Nadat je een tijdje met 1, 2 en 3 hebt gespeeld, probeer dan andere groepen van drie kaarten. Gedragen 2, 3 en 4 zich anders? De groepen 1, 3, 5 en 2, 4, 6 produceren alleen even getallen - hoe komt dat? Kijk wat er gebeurt met 4 of meer kaarten nadat je een tijdje met drie kaarten hebt gespeeld.

Om er een spel van te maken, laat de ene speler Even zijn en de andere speler Oneven. Kijk wie de meeste successen heeft na een tiental proefritten.

— Onderzoek Analyse —

Het leuke van een onderzoek is dat het iemand uitnodigt om met de cijfers te spelen en wiskundige te worden. Zoals hierboven vermeld, speel met verschillende groepen van drie nummers. Na wat experimenteren kan uw kind merken dat elke groep van drie getallen die ten minste één even getal en een oneven getal heeft, zich hetzelfde gedraagt. Als alle getallen echter allemaal oneven of allemaal even getallen zijn, zijn de sommen allemaal even. Wat de gebruikelijke vraag oproept: waarom gebeurt dat?

Na wat experimenteren kan zelfs een jong kind stuiten op de mooie regel voor getaltheorie die zegt:

- Even plus Even is
- Even plus Oneven is Oneven
- Oneven plus Oneven is Even

Waarom werkt deze regel? Gebruik de activiteit Getal Vormen om even getallen en oneven getallen weer te geven met twee rijen tokens - wanneer komt het optellen van deze getallen uit op twee gelijke rijen?

Zodra deze regel is ontdekt, kan uw kind zich realiseren dat de specifieke cijfers niet zo belangrijk zijn. De nummers 1, 2, 3 hebben is echt niet anders dan de nummers 3, 4, 5 (of 3, 12, 17 trouwens). De analyse hangt er echt van af hoeveel getallen even zijn en hoeveel oneven.

Met dat in gedachten is hier een tabel met de mogelijke uitkomsten voor groepen van maat drie en vier.

<u>3 getallen:</u>

- 3 even, 0 odds - 3 even sommen
- 2 evens, 1 oneven - 1 even som, 2 oneven sommen
- 1 even, 2 odds - 1 even som, 2 oneven sommen
- 0 evens, 3 odds - 3 even sommen

<u>4 getallen:</u>

- 4 Even- 6 Even sommen Even
- , 0 Oneven 3, 1 Oneven - 3 Even sommen, 3 Oneven sommen Even, 2 Oneven
- 2- 2 Even sommen, 4 Oneven sommen Oneven
- 1 Even, 3- 3 Even sommen, 3 Oneven sommen Even sommen
- 0, 4 odds - 6 even sommen

De resultaten zijn verrassend en laten veel dingen onderzoeken als iemand geïnteresseerd is! Wat gebeurt er met 5 cijfers, 6 cijfers of meer? Hoe komt het dat het uitwisselen van even nummers en oneven nummers de resultaten niet lijkt te veranderen? Als je bijvoorbeeld 3 gelijke en 1 oneven hebt, krijg je dezelfde resultaten als 1 even en 3 kansen. Voor omstandigheden als 3 Evens en 1 Odd, waarom zijn de resultaten in evenwicht als de even en oneven tellingen evenwichtig beginnen?

Dit is coole wiskunde en zelfs een klein kind kan ermee spelen!

Hoofdstuk 3 – Som Groepen

Deze puzzels gebruiken een raster van getallen met een streefbedrag. Zoek groepen van twee, drie of vier getallen die samen het doel vormen. De leden van een groep moeten kanten delen. Gebruik fiches, zoals verschillende soorten etenswaren, om elke groep in de puzzel te identificeren. Na voltooiing bestaat de hele puzzel uit geïdentificeerde groepen.

6

1	2	2
5	3	4
1	3	3

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

Deze puzzels bieden een bijzonder goede oefening met nummer bindingen. Door fiches te gebruiken in plaats van een potlood, kun je puzzel vellen keer op keer gebruiken.

Maak deze puzzels door te beginnen met een leeg raster en getallen rond het raster in te voeren met behulp van paren en triples die samen de doelen vormen. Het is leuker als de puzzel maar één oplossing heeft, maar maak je er geen zorgen over.

6

1	2	2
5	3	4
1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6

5	1	4	2
3	1	3	3
2	2	3	1
5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7

2	4	3
5	2	1
6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7

5	2	1	1
6	1	2	6
3	4	3	1
4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8

5	1	7
1	2	3
6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9

1	0	9
4	6	5
4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9

5	4	3	6
7	4	2	3
2	5	3	6
8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10

8	2	3
5	3	4
5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10

1	5	3	2
4	3	7	4
5	3	5	6
3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5

Hoofdstuk 3 – Zoo Rescue

— Spelbeschrijving —

Gebruik in dit spel twee dobbelstenen of twee sets cijferkaarten gaande van 1 tot 6. Elke speler heeft 6 tokens - dierenfiches zijn perfect voor dit spel als je ze hebt. Elke speler heeft ook een vel papier met dozen genummerd van 0 tot 5. Elke speler beslist waar hij zijn 6 fiches legt - het is oké om meer dan één fiche in een doos te doen.

Tijdens de beurt van een speler worden twee nummers gemaakt door de dobbelstenen te gooien of twee kaarten te kiezen, en het verschil tussen die nummers wordt gebruikt. Een speler kan een van zijn fiches vrijgeven als hij er een in die doos heeft. De eerste speler die al zijn tokens redt, wint.

— Strategie voor het plaatsen van tokens —

Hoe moet een speler de 6 tokens plaatsen? Zoals vaak een goed idee is, beginnen we met een eenvoudigere vraag: waar zou de beste plaats zijn om 1 token te plaatsen. Dit zou duidelijk in de doos zitten die het meest waarschijnlijk zal voorkomen. In plaats van een lastige analyse uit te voeren, kunnen we eenvoudig de mogelijkheden op een rijtje zetten en kijken welke verschillen het meest voorkomen.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Bij het optellen van de resultaten heb 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Dus 1 is duidelijk de beste keuze en het zal 10/36 van de tijd gebeuren. We kunnen ze in volgorde van frequentie rangschikken als 1, 2, 3, 0, 4 en 5.

De veel moeilijkere vraag is wat te doen met meer dan één token. Als je deze cijfers eenmaal hebt gezien, is een goede vraag voor een ouder kind: waarom zou je niet al je tokens gewoon op 1 zetten? Om het antwoord hierop te zien, stel je de eenvoudigere situatie voor waarin je maar twee tokens had en je negeerde alle resultaten die niet 1 of 2 waren. Dan zou er 1 gebeuren 10/18 van de tijd en 2 zou gebeuren 8/18 van de tijd . Als je beide tokens op 1 plaatst, moet je een 1 en vervolgens een 1 krijgen om na twee worpen te winnen. Als je echter een token op 1 en een token op 2 plaatst, zou je succesvol zijn na twee worpen met een 1 en dan een 2, of een 2 en dan een 1 - iets dat ongeveer 60% waarschijnlijker is!

In plaats van in te gaan op een lange, gedetailleerde analyse, laten we het gewoon laten bij iets vrij eenvoudigs dat onze intuïtie aanspreekt - zet de meeste van uw tokens op 1, de tweede op 2 en misschien een op 0 of 3. Er is geen garantie dat u ik zal winnen, maar op de lange termijn zou je het best goed moeten doen!

Hoofdstuk 3 – Gemeenschappelijke bedragen

— Inleiding onderzoek —

Maak een vel papier met 12 rijen. Leg in elke rij 8 vierkanten. De meest linkse kolom met vierkanten heeft de nummers van 1 tot 12 in de vierkanten. Leg 1 fiche op elk van de 12 nummers. Begin met het gooien van een paar dobbelstenen. Verplaats na elke worp het fiche voor de som van de dobbelstenen een veld naar rechts. Het doel van elk token is om als eerste helemaal naar rechts over de pagina te gaan.

Laat uw kind enkele vragen bedenken om te onderzoeken. Enkele natuurlijke vragen zijn:

- welk token zal winnen en waarom?
- Welke tokens doen het goed en welke slecht?
- Welk token is het ergste?
- Hoe zullen de winnaars veranderen als de rijen worden gewijzigd om minder vierkanten of meer vierkanten te hebben?

Laat uw kind zijn ideeën over de antwoorden op deze vragen uitleggen en onderzoek zijn ideeën door experimenten uit te voeren.

Voeg hier een competitief element aan toe door te raden welk token zal winnen voordat de ronde begint.

— Analyse —

Net als bij de analyse van het vorige spel, is de eenvoudigste manier om dit te analyseren, alle mogelijkheden op een rijtje te zetten.

1 + 1	2		2 + 1	3		3 + 1	4		4 + 1	5		5 + 1	6		6 + 1	7
1 + 2	3		2 + 2	4		3 + 2	5		4 + 2	6		5 + 2	7		6 + 2	8
1 + 3	4		2 + 3	5		3 + 3	6		4 + 3	7		5 + 3	8		6 + 3	9
1 + 4	5		2 + 4	6		3 + 4	7		4 + 4	8		5 + 4	9		6 + 4	10
1 + 5	6		2 + 5	7		3 + 5	8		4 + 5	9		5 + 5	10		6 + 5	11
1 + 6	7		2 + 6	8		3 + 6	9		4 + 6	10		5 + 6	11		6 + 6	12

Samenvattend de frequentie die we hebben: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. Door de Dit zijn goede cijfers om te onthouden voor elk dobbelspel waarbij de twee dobbelstenen moeten worden opgeteld!

Dus 1 zal altijd verliezen en 7 is het meest waarschijnlijk om te winnen. Het verschil in frequentie tussen 7 en 6 of 8 is echter niet erg groot. Als je maar een paar worpen doet, zou het erg moeilijk zijn om met enige zekerheid te voorspellen welke er zou winnen. Pas als je heel veel worpen doet, kun je garanderen dat er uiteindelijk 7 zullen winnen.

Hoofdstuk 3 – Sudoku-variaties

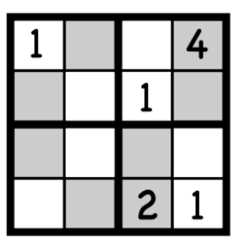
Er zijn een groot aantal Sudoku-variaties in de wereld, en er zijn zelfs meer andere puzzels die vergelijkbaar zijn met die Sudoku-variaties. In dit gedeelte worden vijf van deze Sudoku-variaties besproken. Deze volgen allemaal de regel van het "Latijnse vierkant" - dat elk getal precies één keer voorkomt in elke rij en kolom.

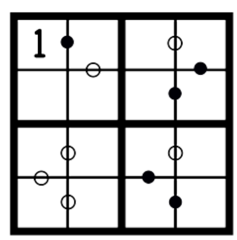
U kunt elk van deze sudoku's maken door te beginnen met een ingevulde puzzel van het juiste type - een Latijns vierkant of een legpuzzel sudoku. Alle Sudoku-oplossingen die in het bonusmateriaal voor de hoofdstukken 1-2 worden gegeven, zouden hiervoor van pas kunnen komen. Nadat u een oplossing in de hand heeft, voegt u de aanvullende informatie toe die nodig is voor dit speciale soort puzzel en verwijdert u enkele of alle cijfers.

— Jigsaw Sudoku's met extra informatie —

Deze twee soorten puzzels zijn Latijnse vierkanten die de extra beperking hebben dat in elke subregio elk nummer precies één keer voorkomt. Ze zijn niet alleen een Jigsaw Sudoku, maar hebben ook extra eigenschappen.

<u>Even-oneven Sudoku's</u>. In deze puzzels worden de even getallen grijs weergegeven. Deze aanvullende informatie maakt deze puzzels meestal erg gemakkelijk en het is meestal mogelijk om bijna alle getallen te verwijderen.



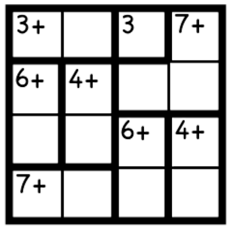


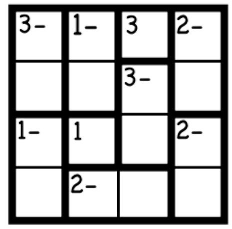
<u>Kropki Sudoku</u>. Dit is hetzelfde als gewone Sudoku, behalve dat er twee soorten punten tussen cellen worden toegevoegd. Als de stip hol is, staan de twee cijfers één uit elkaar. Als de punt is ingevuld, is het ene cijfer de helft van het andere. Net als bij Even-Odd-puzzels, maakt deze aanvullende informatie deze puzzels vrij eenvoudig en dat betekent dat bijna alle getallen kunnen worden verwijderd.

— Sudoku's met optellen en aftrekken —

Deze puzzels zijn onderverdeeld in subregio's die een doelwit nummer toegewezen om hen te hebben. In tegenstelling tot standaard Sudoku, is het toegestaan dat een getal wordt herhaald in een subregio, zolang de puzzel nog een Latijns vierkant is. Als een subregio slechts één vierkant bevat, is het doelnummer de waarde van dat vierkant.

In een Sumdoku Sudoku-puzzel is de som van alle getallen in een subregio het opgegeven doelgetal. In een Diffdoku Sudoku-puzzel hebben alle subregio's een of twee vierkanten. Als een subregio twee vierkanten heeft, is het verschil tussen de twee nummers het opgegeven doel nummer.





In een Sumdiffdoku Sudoku-puzzel worden zowel optellen als aftrekken gebruikt. De subregio's zijn gemarkeerd met een "+" of een "-" om aan te geven of er een som of een verschil moet worden betaald.

De drie soorten puzzels worden meestal gemaakt zonder dat er cijfers in staan. Natuurlijk zijn de subregio's met een vierkant in wezen vierkantjes met het nummer ingevuld. Voor een jong kind wil je misschien een flink aantal nummers opgeven om de puzzel te maken binnen hun verfijning niveau.

Om de wiskundige berekeningen te variëren, gebruikt u verschillende groepen getallen in plaats van de gebruikelijke 1 tot 4 voor een 4 bij 4. Gebruik bijvoorbeeld de getallen 1, 3, 5 en 7. Als u dit doet, maakt u een lijst van de getallen boven de puzzel zodat uw kind weet wat het moet gebruiken.

Hoofdstuk 3 – Hoeveel manieren Het

tellen van het aantal manieren om keuzes te maken kan tot interessante resultaten leiden. De meeste van deze telsituaties hebben er baat bij systematisch naar te kijken. Dit is moeilijk voor een kind om te doen, en dat is oké - laat ze ermee spelen en genieten van de verkenning. Systematisch zijn kan wachten tot ze ouder zijn.

— Onderzoek 1 —

Tekenen met alleen rood en blauw, op hoeveel manieren kun je een monster tekenen met een hoed, ogen en cape? Hoe verandert dit als je alleen de hoed en de cape gekleurd hebt? Hoe zou het veranderen als je drie kleuren zou gebruiken, of als je elke kleur maar één keer zou kunnen gebruiken?

Om dit onderzoek op een geavanceerde manier te doen, is vermenigvuldiging nodig, en daarvoor is het te vroeg. Uw kind kan echter met deze ideeën spelen en een idee ontwikkelen voor dit soort tellen.

Laten we deze vragen een voor een behandelen. De hoed kan rood of blauw zijn, de ogen kunnen rood of blauw zijn en de cape kan rood of blauw zijn. Elk te kleuren object verdubbelt het aantal mogelijkheden. Dus 2 verdubbeld en vervolgens weer verdubbeld geeft 8 mogelijkheden. Deze opsomming is een goede manier om het te zien. Laat R voor rood zijn en B voor blauw, en noem de kleuren in de volgorde voor de hoed, de ogen en de cape. De mogelijkheden zijn: RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB.

Alleen de hoed en cape kleuren geeft 2 verdubbeld, wat 4 mogelijkheden is. De lijst hiervoor is: RR, RB, BR, BB.

Als je drie kleuren had om de drie dingen te kleuren, zou je 3 x 3 x 3 = 27 mogelijkheden hebben (een lange lijst).

Als je gebeurtenissen hebt die elkaar niet beïnvloeden, vermenigvuldig dan de mogelijkheden. Als je elke kleur maar één keer mag gebruiken, beperken de gebeurtenissen elkaar en beïnvloeden ze elkaar wel. Laten we ze opsommen met G (voor groen) voor de derde kleur: RBG, RGB, BGR, BRG, GRB, GBR.

— Onderzoek 2 —

Je hebt een rij van 5 identieke snoepjes. Op hoeveel manieren kun je ze kleuren om 2 rode en 3 blauwe te geven?

Markeer 2 vellen papier met een R en 3 vellen papier met een B. Je kind kan spelen met de tien manieren om ze neer te leggen. De lijst is: RRBBB, RBRBB, RBBRB, RBBBR, BRRBB, BRBRB, BRBBR, BBRRB, BBRBR, BBBRR. Een manier om hier naar te kijken is dat als je eenmaal de 2 plekken voor rood hebt gekozen, blauw geen keus heeft en naar de andere 3 plekken moet gaan. Interessant is dat je het ook andersom kunt bekijken door eerst de 3 blauwe stukken te plaatsen.

Als je plezier hebt, kun je dit onderzoek variëren door de drie getallen te veranderen - zorg ervoor dat de twee kleinere getallen samen het totale aantal snoepjes vormen.

— Onderzoek 3 —

Vind alle manieren om een som te krijgen door de getallen 1 en 2 op te tellen. Doe dit met en zonder rekening te houden met de volgorde.

<u>Overweeg geen orde</u>. Bekijk het voorbeeld van optellen tot 4. De mogelijkheden zijn 1 + 1 + 1 + 1, 2 + 1 + 1 en 2 + 2. Dit kan op 3 manieren. Nadat je nog een paar voorbeelden hebt geprobeerd, realiseer je je dat je het aantal manieren telt waarop je 2-en kunt gebruiken om op te tellen tot getallen kleiner dan of gelijk aan 4. Je kunt 0 tot 2 van de 2-en hebben, dus er zijn 3 manieren om het te doen . Over het algemeen is het antwoord één meer dan de helft van het aantal voor even getallen en één meer dan de helft van één minder dan het aantal voor oneven getallen.

<u>Overweeg orde</u>. Voor het voorbeeld van 4 zijn de mogelijkheden 1 + 1 + 1 + 1, 2 + 1 + 1, 1 + 2 + 1, 1 + 1 + 2 en 2 + 2. Er zijn dus 5 manieren om het te doen. Speel met veel voorbeelden en maak een tabel met de resultaten. Dit is wat u zou moeten krijgen (oké, u bent waarschijnlijk niet tot 10 gegaan):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Na het bekijken van deze cijfers kan uw kind het opmerken dat elk paar getallen optelt bij het volgende getal. Waarom gebeurt dit? Deze nummers worden Fibonacci-nummers genoemd en komen verrassend vaak voor.

Om te zien waarom deze getallen in dit onderzoek voorkomen, kijkt u naar het voorbeeld van 4 en kijkt u naar het laatste getal dat in de som is gebruikt. Het laatste getal is 1 of 2. Als het een 1 is, geven de vorige getallen alle manieren om tot 3 op te tellen. Als het laatste getal een 2 is, geven de vorige getallen alle manieren om 2 op te tellen Het aantal manieren om tot 4 toe te voegen, is dus het totaal van de manieren om tot 3 toe te voegen plus de manieren om tot 2 toe te voegen.

<u>Grotere getallen</u>. Als je dit leuk vindt, kun je spelen met het aantal manieren om sommen te krijgen waarbij de getallen van 1 tot 3 of zelfs 1 tot 4 betrokken zijn. Het is in deze gevallen veel moeilijker om naar patronen te zoeken, maar met de getallen spelen zo leuk.

Hoofdstuk 3 – Kaartspel bestellen

— Inleiding —

De uitdaging is om een stapel genummerde kaarten te stapelen, zeg 1 tot 5, zodat het volgende waar is:

De bovenste kaart is 1. Leg deze bovenste kaart opzij. Verplaats de volgende kaart naar de onderkant van de stapel. De volgende kaart is 2 en wordt opzij gelegd. Verplaats de volgende kaart naar de onderkant van de stapel. Ga door totdat alle kaarten op volgorde zijn gelegd.

Zodra uw kind het gemakkelijk vindt voor 1 tot 5, daagt u uw kind uit om het voor grotere aantallen te doen.

— Wees systematisch —

De moeilijkheid met deze puzzel is om systematisch te zijn. Voor elk kaartspel kun je ermee spelen en uiteindelijk het antwoord bedenken. Laten we op zoek gaan naar interessante patronen die het gemakkelijker maken.

Stel dat u de kaarten op volgorde op tafel legt. Hier zijn de oplossingen voor de eerste paar gevallen. De nummers achter de pijl geven de volgorde van de overgebleven kaarten aan nadat de kaarten voor het eerst zijn gepasseerd.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Als er een even aantal kaarten is (zeg 6), worden de oneven posities gevuld met de eerste helft van de kaarten op volgorde (3 in dit geval), en de andere plekken worden gevuld met de oplossing voor de helft van het aantal kaarten stegen alleen in waarde. In het voorbeeld voor 6 zijn de oneven plekken gevuld met 1, 2, 3 en de even plekken zijn gevuld met 4, 6, 5 - de waarden 1, 3, 2 (de oplossing voor een kaartspel met drie kaarten) zijn elk verhoogd door 3.

Het patroon voor een oneven aantal kaarten is iets lastiger. Net als voorheen worden de oneven plekken gevuld met de eerste ongeveer de helft van de cijfers (1 tot 4 in het geval van 7). Als je naar de voorbeelden kijkt, wordt de eerste kaart na de pijl naar het einde verplaatst, dus het moet de kaart zijn die je als laatste in die reeks wilt hebben. Na die observatie verloopt het antwoord zoals in het even geval.

Hoofdstuk 3 – Verschil Piramide

— Inleiding —

De uitdaging is om de nummers van 1 tot 6 in een piramide te plaatsen met één kaart in de bovenste rij, twee kaarten in de tweede rij en drie kaarten in de derde rij, waarbij elk nummer het verschil is van de twee nummers eronder.

Als u problemen ondervindt, volgen hier twee tips die u kunnen helpen. De 6 moet in de onderste rij staan, want het kan niet het verschil zijn van een paar getallen. Evenzo moeten de 5 in de onderste rij of in de middelste rij boven de 6 en de 1 staan.

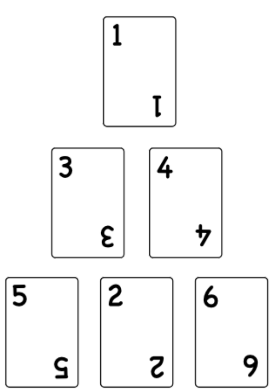
— Wat zijn "verschillende" oplossingen? —

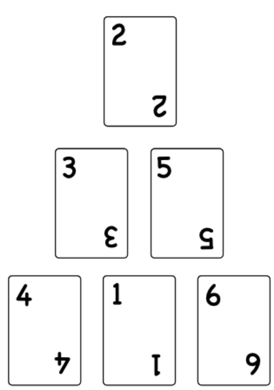
Als uw kind het gemakkelijk vindt om deze puzzel te maken, daag hem dan uit om alle manieren te vinden waarop hij kan worden gedaan. Bespreek wat het betekent dat twee oplossingen verschillend zijn - als de ene oplossing het spiegelbeeld is van een andere, moet ze dan als verschillend worden beschouwd?

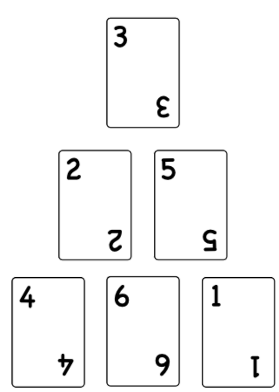
Het is in het begin nuttig om de vraag te beantwoorden wat oplossingen anders maakt. Omdat het spiegelbeeld van elke oplossing eenvoudig te maken is en ook een oplossing is, is het logisch om die te negeren. Door spiegelbeelden te negeren, wordt het aantal te overwegen oplossingen gehalveerd.

We kunnen bijvoorbeeld aannemen dat niet alleen de 6 in de onderste rij staat, maar ook in het midden of aan de rechterkant van de onderste rij. Als we doorgaan met dat denken met de 5, kan de onderste rij maar vier mogelijke indelingen hebben: 5 a 6, b 5 6, c 1 6 of d 6 1.

Op dit punt is het een kwestie van de verschillende mogelijke waarden van een , b, c en d. Na wat vallen en opstaan zul je ontdekken dat a is 2, b kan nooit werken, c moet 4 zijn en d moet 4 zijn. Dus als je spiegelbeelden negeert, zijn er precies drie oplossingen:







— Grotere piramides —

Laten we de kaarten van 1 tot 10 gebruiken om een piramide met vier rijen te maken. Dit is een stuk ingewikkelder. Er kunnen een paar kaarten worden geplaatst, maar daarna vereist het enige vastberadenheid. Omdat 10 niet het verschil kan zijn van twee kaarten, moet het op de onderste rij gaan. Op dezelfde manier staat 9 in de onderste rij of in de naast de onderste rij boven de 1 en de 10. De 8 en 7 kaarten zijn ook goede kaarten om van mogelijkheden af te komen.

Dit betekent dat de onderste rij er als volgt uitziet (spiegelbeelden negeren):

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

Dat zijn veel mogelijkheden om te overwegen!

Gelukkig, als je bedenkt waar 8 en 7 naartoe kunnen, worden de mogelijkheden teruggebracht tot de volgende lijst (ervan uitgaande dat er geen fouten zijn!). Het is gemakkelijk om elk van deze af te werken nadat je de onderste rij hebt.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

Piramides van maat 15, 21 of hoger worden overgelaten aan de echte toegewijden. Veel succes en geniet ervan!