



Capítulo 5 - Posso contar até 100!

Pré-requisito: *Pode contar até 100 confortavelmente e ter uma boa noção dessas quantidades, especialmente usando o valor posicional. A adição e subtração mental de um único dígito também é sólido.*

— ONDE VOCÊ ESTEVE —

Seu filho agora pode contar até 100! Eles podem fazer adição e subtração mental de um dígito confortavelmente. Eles também podem contar ou pular a contagem para cima ou para baixo em qualquer número, e ligada a essa habilidade está sua capacidade de adicionar ou subtrair um número de um dígito com um número de dois dígitos. Eles podem comparar dois números de dois dígitos e têm uma noção inicial do valor posicional com 10 e 1 e do que se trata a forma expandida.

À medida que a contagem de saltos está melhorando, eles também estão desenvolvendo habilidades de multiplicação por 2, 3, 4, 5 e 10. A ideia de números pares e ímpares agora faz muito mais sentido para eles.

Algumas atividades dos capítulos anteriores podem ser estendidas para um número maior aqui. Veja o Capítulo 3: Somas de formas, subindo um pouco mais; Capítulo 4: Guerra - Adição e subtração de dois dígitos, Triângulos Diff e Triângulos Sum, conserte, salto de ilha em 1 e 10, comparação de preenchimento de espaços, quadrado de soma e pirâmide de adição.

— NOVAS IDEIAS NESTE CAPÍTULO —

- **Contando até 200** — é hora de apresentar a casa do 100 olhando para os números de 100 a 200.
- **Pule a contagem para 100** — Isso não é novo, mas é uma habilidade importante a ser reforçada.
- **Forma expandida e valor de lugar** — esta é uma habilidade fundamental, portanto, será reforçada ainda mais.
- **Adição e subtração de dois dígitos** — pular a contagem ajudará a fazer com que isso pareça fácil.
- **Todas as multiplicações de um dígito** — é hora de preencher as lacunas que faltam para 6, 7, 8 e 9. A
- **área do retângulo é comprimento x largura** — Esta é uma ideia importante por si só. Esse fato também fornecerá muitas oportunidades para novos jogos e quebra-cabeças divertidos envolvendo multiplicação e fatoração.
- **Fatoração** — Seu filho aprenderá a beleza de como os números se dividem em fatores. Existem várias palavras novas aqui. 1 é uma *unidade*. Um número maior que 1 que só é divisível por 1 e é *primo*. Um número maior que 1 que não seja primo é *composto*. 3 ao quadrado é 3×3 . 3 ao cubo é $3 \times 3 \times 3$. E 3 elevado a uma potência, significa multiplicar 3 por si mesmo tantas vezes - por exemplo, 3 ao quarto é $3 \times 3 \times 3 \times 3$.
- **Fatores, Divisores e Múltiplos** — 3 divide uniformemente em 12. Isso torna 3 um *fator* ou *divisor* de 12 e 12 um *múltiplo* de 3. 3 é um *fator comum* de 12 e 15, e 12 é um *múltiplo comum* de 4 e 6.
- **Divisão de um dígito** — Seu filho aprenderá a divisão indiretamente na forma de encontrar um fator ausente em um problema de multiplicação.
- **Famílias de fatos para multiplicação e divisão** — A conexão entre essas duas operações será reforçada. Por exemplo, $2 \times 5 = 10$, $5 \times 2 = 10$, $10/2 = 5$ e $10/5 = 2$ formam uma família de fatos.

— Coisas legais —

Cada família deve ter a oportunidade de aprender e desfrutar da matemática juntos. Para esse fim, Early Family Math é uma coleção de materiais que famílias e educadores podem editar, traduzir, copiar e distribuir livremente, sem pedir permissão, apenas para uso não comercial.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.1 Creative Commons: Atribuição-NãoComercial 4.0 Licença Internacional

Multiplicação mental

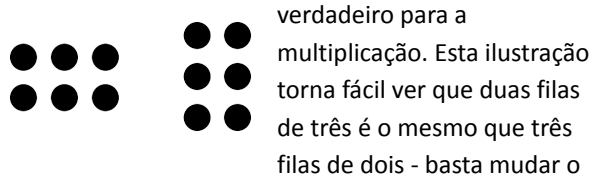
Pré-requisito de: Conforto adicionando e subtraindo números de um dígito, pulando contagem e duplicando

— INTRODUÇÃO —

Esses métodos de ensino fornecem estratégias estruturadas para aprender a multiplicação de um dígito. À medida que seu filho pratica essas estratégias, ele aprenderá relações numéricas importantes e, eventualmente, memorizará esses fatos. Seu filho já deve ser bom em duplicar e pular contagem em qualquer número.

— $3 \times 4 = 4 \times 3$ —

A esta altura, seu filho está tão familiarizado com a adição que não é surpresa que $2 + 3$ seja o mesmo que $3 + 2$. Embora não seja tão óbvio, o mesmo é



seu ponto de vista! Não importa a ordem em que você multiplica dois números - você obtém a mesma resposta de qualquer maneira!

Além de ser legal de uma maneira nerd, também significa que seu filho precisa dominar apenas cerca de metade dos fatos de multiplicação - uma vez que seu filho sabe 3×4 , ele também sabe 4×3 .

— CONTAGEM DE PULAR É MULTIPLICAÇÃO —

Pular contagem é ótimo para melhorar a adição e a subtração. Também é uma grande ajuda para começar a multiplicação.

Embora a contagem de saltos não seja a maneira mais rápida de encontrar um resultado, ela é confiável e seu filho deve usá-la pelo tempo que for necessário. Suponha que seu filho precise encontrar 7×3 . Pule a contagem por 3 sete vezes ou pule a contagem por 7 três vezes para obter 21.

— MULTIPLICANDO POR 5 E 10 —

Esses fatos são aprendidos rapidamente, fornecem uma espinha dorsal para outros fatos de multiplicação e ajudam a entender o valor posicional de dois dígitos.

— QUADRADOS —

Assim como os gêmeos de adição são fatos matemáticos favoritos para adição, os quadrados são frequentemente favoritos para multiplicação. Aprender isso fornece outra base para aprender outros fatos de multiplicação.

— DOUBLING —

Use esta estratégia para multiplicar por números pares. Por exemplo, o resultado de 6×7 é o dobro de 3×7 . Portanto, 6×7 é o dobro de 21, que é 42.

— 1 MAIS OU 1 MENOS —

Essa estratégia é eficaz para os fatos de multiplicação restantes.

Por exemplo, 9×7 é um 7 menor que $10 \times 7 = 70$. Portanto, $70 - 7 = 63$. Isso pode ser feito para todos os 9's.

Da mesma forma, 3×7 é um a mais 7 do que o dobro de 7, então $7 + 14 = 21$. Isso pode ser feito para todos os 3's.

— MULTIPLICANDO POR 9 —

Embora a multiplicação por 9 seja coberta pela última estratégia, eles são divertidos de aprender por conta própria. Se você escrever os múltiplos de 9 em ordem, verá que o dígito das dezenas é sempre um a menos do que o número pelo qual está multiplicando e o dígito da unidade mais o dígito das dezenas sempre soma 9!

Colocar valor, adicionar e subtrair

Pré-requisito: Ter uma noção do valor posicional de 2 dígitos e como isso se relaciona com a adição e as comparações.

— FAZENDO 100 —

JOGO

Cada jogador tem uma folha de papel com 7 linhas e 3 colunas. As colunas são marcadas como "10's", "1's" e "Total em execução". O total corrente de cada jogador começa em 0. Jogue um dado ou escolha uma carta de jogo aleatória de 1 a 9. Cada jogador escolhe usar este número em sua coluna de 1 ou 10 para a linha atual. Por exemplo, se for 4, pode ser 4 ou 40. O número escolhido é adicionado ao total corrente. Um jogador que ultrapassa a meta de 100 "vai à falência" e perde. Se nenhum dos jogadores for eliminado, o que estiver mais perto de 100 vence.

Existem muitas opções para este jogo:

- Use um número de destino diferente.
- Use menos ou mais linhas.
- Não vá à falência se ultrapassar o alvo. O jogador mais próximo de cada lado vence.
- Use uma quarta coluna de cem para praticar os números de 3 dígitos.
- Pratique a subtração começando no número alvo e subtraia até 0.

— DEIXE SUA RECLAMAÇÃO —

JOGO

Tenha um papel com uma linha numérica de 0 a 99 para compartilhar. Em uma jogada, o jogador usa duas cartas aleatórias de 0 a 9, escolhendo a ordem desses dois dígitos, para gerar um número de 00 a 99, e então coloca esse número do seu lado da linha numérica. O primeiro jogador a obter quatro números em uma região sem nenhum dos números do oponente entre as vitórias. O jogo também pode ser jogado de 000 a 999, se desejar.

— GRUPOS LIGADOS —

PUZZLE

Existem duas versões disso. O primeiro é o mesmo que o quebra-cabeça de Grupos de Soma no Capítulo 3, só que agora as somas desejadas podem ser maiores.

	7	9	7	4
	8	4	4	16
20	12	5	9	6
	13	7	7	7

A outra versão usa um tabuleiro 4 por 4 com um número de destino, digamos 20. Como em grupos de soma, o tabuleiro é preenchido com pares e triplos de números que somam o destino. No entanto, agora haverá um quadrado não envolvido em nenhum desses grupos. O desafio é encontrar esse número.

— NÚMEROS EM FALTA —

PUZZLE

Crie-os usando uma equação de adição ou subtração simples e omitindo alguns dos dígitos. Por exemplo, os dois problemas a seguir são transformados em quebra-cabeças de números perdidos, deixando de fora alguns dígitos.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \\ -46 \\ \hline 27 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} _3 \quad 7_ \\ +46 \quad -_6 \\ \hline 6_ \quad 27 \end{array}$$

Depois de se familiarizar com eles, seu filho pode gostar de fazer alguns quebra-cabeças de Substituição de Letras que são descritos em uma página posterior de Adicionando e Subtraindo neste capítulo.

Cartões e tabelas de multiplicação

Pré-requisito: *Maior conforto com multiplicação de um dígito para todos os números*

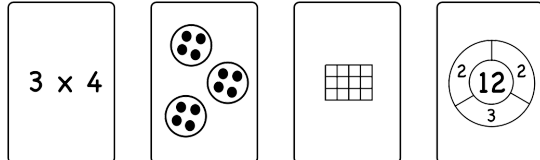
— FAZENDO CARTÕES DE MULTIPLICAÇÃO —

ATIVIDADE

Faça um conjunto de cartas de multiplicação para praticar esses fatos matemáticos enquanto joga os jogos de combinação que sua família jogou anteriormente: Capítulo 1 - Go Fish, Memory Challenge; Capítulo 2 - Bingo; Capítulo 3 - Batata quente; e Capítulo 4 - Gin Rummy.

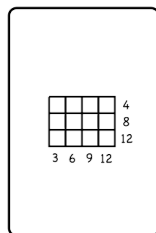
Desenhe à mão quatro cartas para cada fato matemático - 1) a expressão 2) grupos de objetos, 3) uma matriz e 4) a fatoração primária. Se você torná-los do tamanho de cartas de jogar (2½" por 3½"), use um modelo do arquivo para impressão, se desejar.

Pegue 3 x 4, por exemplo. As quatro cartas seriam:

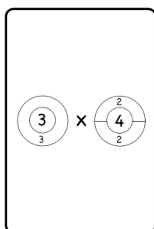


Você tem várias opções para essas cartas. Uma opção é incluir 3 x 4 e não 4 x 3. Embora isso signifique fazer cerca de metade dos cartões, tem a desvantagem de ver 3 grupos de 4 é diferente de ver 4 grupos de 3.

Para cartões de matriz, coloque os números de contagem de saltos ao longo de um ou ambos os lados para ajudar seu filho a praticar a contagem de saltos.



Para cartas de expressão, substitua



cada número pelo símbolo de fatoração principal para o número. Isso torna mais fácil ver como as fatorações primos se encaixam ao multiplicar dois números.

— REVELANDO PRODUTOS —

PUZZLE

Comece com uma tabuada de multiplicação em branco com 4 linhas de produtos e 4 colunas de produtos. Também há grupos de quatro números ausentes nos lados superior e esquerdo - estes terão alguns dos números de 2 a 9, e esses números podem ser duplicados.

Preencha a tabela fora da vista de seu filho e, em seguida, vire ou cubra todos os números. Seu filho pode pedir para revelar, um de cada vez, até 10 das 16 entradas de produtos. O objetivo é descobrir as entradas para os lados superior e esquerdo antes de ficar sem curvas.

X	5	3	7	8
2	10	6	14	16
9	45	27	63	72
8	40	24	56	64
5	25	15	35	40

Imagine que todas as cartas foram viradas neste exemplo. Se seu filho escolheu virar o cartão que por acaso tinha o 63 embaixo dele, então eles saberiam que veio de um 7 e um 9.

Virar qualquer outro

cartão na mesma linha ou coluna que o 63 indicaria onde o 7 e 9 são. Suponha que a segunda carta que eles viraram estava onde está o 56. Eles não apenas saberiam que a terceira coluna era para 7, mas também saberiam que a segunda linha era para 9 e a terceira linha era para 8.

Tamanhos maiores também funcionam. Por exemplo, uma tabela com 5 linhas e colunas em branco que permite até 12 voltas funcionará bem.

Escolha números para os lados superior e esquerdo com os quais deseja que seu filho pratique.

Fatores, múltiplos e primos

pré-requisitos: *Maior conforto com a multiplicação de um dígito para todos os números*

— FATORES DE CAPA E MÚLTIPLOS —

JOGO

Tenha um tabuleiro com números de 1 a 30. Existem dois tipos de fichas - uma única ficha reservada para “a última jogada” e uma pilha de outras fichas.

O primeiro jogador pode escolher qualquer número e cobri-lo com a ficha de último movimento. Depois disso, um jogador substitui a ficha da última jogada pelo outro tipo de ficha e move a ficha da última jogada para qualquer número que seja um fator ou múltiplo do número da última jogada. O jogador perdedor é aquele forçado a cobrir o número 1.

À medida que as crianças ficam melhores neste jogo, elas descobrirão as regras que precisam seguir para governar os primeiros movimentos razoáveis. A regra mais básica é que o primeiro movimento não pode ser em um número primo na metade superior dos números.

Ajuste a faixa de números para o nível de habilidade dos jogadores - você pode usar de 1 a 24, de 1 a 48 ou mesmo de 1 a 60.

— NIM COM FATORES —

JOGO

Comece com qualquer número, digamos 20. Deixe seu filho decidir se vai primeiro ou segundo. Durante sua vez, um jogador pode subtrair qualquer divisor do número atual do número. O jogador forçado a 0 perde.

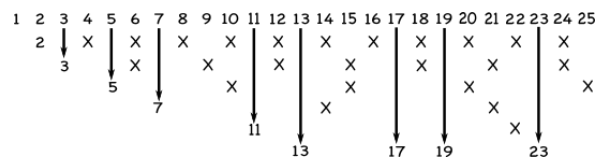
Depois que seu filho se familiarizar com o jogo, incentive-o a procurar uma estratégia extremamente simples para jogá-lo - depois que ele descobrir, veja se ele consegue explicar por que funciona.

— PENEIRA DE ERATÓSTENES —

ATIVIDADE As

crianças se divertem colocando X's e vendo os primos caírem pela peneira. Esta atividade cria oportunidades para descobrir muitas propriedades interessantes de divisibilidade e primos.

Comece com uma linha numérica numerada de 1 a 25 - ou um intervalo maior se o espaço e a paciência permitirem.



Escreva o número 2 abaixo dele mesmo. Na linha mesmo com este 2, coloque Xs abaixo de cada múltiplo de 2.

Agora, puxe para baixo o número mais baixo sem Xs abaixo dele (3 neste caso) e coloque-o na próxima linha. Escreva o 3 e coloque o X nessa linha para todos os seus múltiplos. Continue puxando os números e marcando seus múltiplos. Quando terminar, você terá retirado todos os *primos*. Lembre-se de que 1 é uma *unidade* e não um primo!

Aqui estão algumas boas perguntas para discutir com seu filho enquanto brinca com esta peneira:

- Por que os números são puxados para baixo nos primos?
- Qual é o último primo cujos múltiplos você precisa riscar? Por que os outros primos não foram úteis?
- Para todos os primos que foram úteis, quais de seus múltiplos produziram novas restrições e quais não foram úteis?
- Se você tivesse um número, digamos 53, por quais números primos você precisaria dividi-lo para confirmar que é um primo?

Operações mistas

Pré-requisito de: Conforto com adição e subtração de dois dígitos e multiplicação de um dígito

— MIX IT UP —

JOGO

Tenha uma coleção de cartas numeradas de 1 a 25, ou qualquer faixa com a qual seu filho se sinta confortável. Uma carta é selecionada aleatoriamente e usada como o número-alvo de todos. A carta é devolvida ao baralho. Cada jogador recebe cinco cartas para serem usadas, em qualquer ordem e com quaisquer operações, para chegar o mais próximo possível do número alvo. O jogador mais próximo vence a rodada.

Uma forma diferente de pontuar dá ao jogador o dobro de pontos do número de cartas que usa para atingir o alvo; um jogador recebe 5 pontos por acertar o alvo com ajuda; e um jogador recebe 6 pontos por ajudar alguém a acertar o alvo.

— SECRET OPS —

ATIVIDADE

Perto do final do Capítulo 4, a atividade Soma Diferença fez uma pessoa pensar em dois números e desafiar a outra pessoa a encontrar os números, dizendo-lhes a soma e a diferença dos números. Secret Ops usa a mesma ideia, só que agora o desafiante pode usar quaisquer duas operações, como multiplicação e subtração.

Por exemplo, o desafiante pode dizer "Quais são os dois números que têm um produto de 12 e uma diferença de 4?" Você pode estender isso para três números, se quiser - "Quais três números têm um produto de 12 e uma soma de 8?"

— ENIGMAS DE PARÊNTESSES —

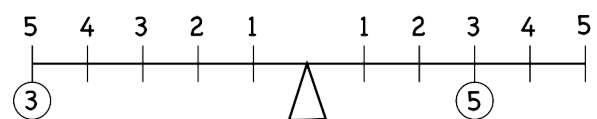
PUZZLE

Esses quebra-cabeças são muito fáceis para um adulto criar. Pegue qualquer equação, como $9 = (2 + 7) \times (5 - 2 \times 2)$ e remova os parênteses. O desafio para seu filho é como pegar $2 + 7 \times 5 - 2 \times 2$ e adicionar parênteses para que o resultado seja 9.

— EQUILÍBRIO DE ALAVANCA —

INVESTIGAÇÃO

Use o princípio da alavanca para praticar multiplicação e adição. O princípio afirma que a força exercida por uma massa em um lado de uma alavanca é igual à massa vezes sua distância do ponto de pivô, o fulcro. As forças de um lado de várias massas somam-se para dar a força total. As forças totais nos dois lados devem ser iguais para que a alavanca fique em equilíbrio.



Você tem um peso de 3 unidades e um peso de 5 unidades para colocar em lados opostos do ponto de apoio. Onde eles devem ser colocados em equilíbrio? A resposta para isso pode ser as distâncias 5 e 3, mas também pode ser 10 e 6, ou até respostas maiores como 15 e 9.

Se você tiver um peso de 3 e 5 unidades para colocar em um lado de uma alavanca, que pesos você pode colocar em quais distâncias do outro lado? E se os dois pesos estiverem em lados diferentes da alavanca? Esta pergunta continua as perguntas da página Make It Count no final do Capítulo 4.

Multiplicação e tabelas

Pré-requisito de: *Conforto com multiplicação de um dígito*

— WAR — MULTIPLICAÇÃO —

JOGO

Remova as cartas com figuras de um baralho e divida-o igualmente entre dois jogadores. Para dar uma prática mais focada, remova os A e 10 também.

Cada jogador vira duas cartas, multiplica-as e o jogador com o produto maior ganha essas quatro cartas. Se os produtos forem iguais, mais duas cartas são viradas e o vencedor fica com todas as oito cartas. O jogador com mais cartas depois de jogar por um determinado tempo é o vencedor.

— BIP —

JOGO

Comece identificando um grupo de números para usar na rodada. Podem ser números ímpares ou múltiplos de 3 junto com números que contenham um 3 ou qualquer grupo que forneça boas práticas.

Dois ou mais jogadores se revezam dizendo que os números que começam em 1. Quando um jogador tem um número no grupo, eles devem dizer “beep”. Se eles falharem em dizer bip, ou bip para um número errado, eles estão fora. O último jogador vence!

— 3 EM UMA LINHA —

JOGO

Use um baralho de cartas com Q's (como 0's), A's (como 1's) e 2-9, ou use quatro conjuntos de cartas numéricas de 0 a 9. Use uma grade de 4 por 5 em um papel com 20 espaços preenchidos aleatoriamente com múltiplos de 5 e 10. Tenha um conjunto de fichas para cada jogador. Selecione uma carta aleatória e coloque seu token nesse número vezes 5 ou 10 - sua escolha. Uma vez ocupado, o outro jogador não pode se mover para lá. O primeiro jogador a obter 3 vitórias consecutivas.

Os números 5 e 10 podem ser substituídos por outros pares, como 2 e 4, ou 3 e 6. Esses pares ajudam a praticar estratégias de duplicação para multiplicação. Por exemplo, se o jogador não souber 6×7 , ele pode dobrar 3×7 .

— GIRANDO AS MESAS —

PUZZLE

Preencher uma tabuada de multiplicação padrão é enfadonho, e as crianças rapidamente percebem que podem preenchê-la usando adição em vez de multiplicação. Para realmente praticar a multiplicação, bem como praticar a solução de problemas e a fatoração, crie uma tabuada de multiplicação mista para seu filho.

Faça essas tabelas movendo as linhas e colunas e deixando de fora a maioria dos títulos e entradas no meio. Aqui está um exemplo usando títulos de 2 a 9:

X	5				6			
2								
		40						
				49				
	20					36		
		72						
			9					12
					48			

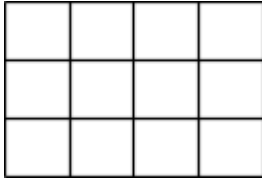
Resolva isso começando com as entradas distintas. O 20 força sua linha a se multiplicar por 4, e então o 36 faz sua coluna ser 9. O 49 força sua coluna e linha a se multiplicar por 7. O 9 força sua coluna e linha a se multiplicar por 3. Agora, o 12 deve estar na coluna de 4. Continue o trabalho de detetive dessa maneira e preencha as entradas à medida que os títulos forem descobertos.

área do retângulo

Pré-requisito da: Conforto com multiplicação de um dígito e adição de dois dígitos

— INTRODUÇÃO —

A área de um retângulo é seu comprimento vezes sua largura. Essa declaração seca pode ser tangível para



seu filho de pelo menos duas maneiras. A primeira é mostrar um retângulo dividido em uma coleção de quadrados. A segunda é usar formas numéricas para

mostrar como uma quantidade, como 12, pode ser colocada em uma matriz - 3 por 4, 2 por 6 ou 1 por 12. Jogar com áreas retangulares nos dá uma arena divertida para jogar ao redor com multiplicação e fatoração!

— NÚMERO FORMAS REVISITADAS —

INVESTIGAÇÃO

Comece com uma grande coleção de pequenos objetos, como passas. Para cada número, investigue quais retângulos você pode fazer com tantos objetos. 1 só pode ser feito com um retângulo 1 por 1, e 1 é chamado de *unidade*. Os números, como 5, que têm apenas retângulos de 1 por 5 e 5 por 1, são chamados de *primos*. Números que não são uma unidade ou primo são chamados de *compostos* - eles são chamados assim porque são compostos de primos sendo multiplicados juntos, como $12 = 2 \times 2 \times 3$.

As dimensões de cada retângulo são feitas de valores que dividem o número igualmente e multiplicar juntos para dar o número. Fazer retângulos é uma maneira direta de experimentar a divisibilidade. Números como 16 são chamados de *quadrados* porque um de seus retângulos é um quadrado - um retângulo para 16 é o quadrado de 4 por 4.

— O JOGO PADDOCK —

JOGO

Cada jogador recebe um pedaço de papel milimetrado. Para a vez de um jogador, use duas cartas de 1 a 10 para determinar as dimensões de um retângulo. Se o papel de um jogador tiver espaço, o retângulo pode ser colocado em qualquer lugar em que seu interior não se sobreponha a um retângulo existente. Uma vez colocado, seu interior é ligeiramente sombreado e sua área e dimensões estão escritas nele. Se não houver espaço, a curva será ignorada. O jogador com o maior total de vitórias. Para uma folha de papel quadriculado normal, este pode ser um jogo longo - reduza o tempo usando metade do papel ou limitando o número de voltas.

— DIVIDE A CAIXA —

PUZZLE

Um retângulo de 4 por 4 ou maior, com números em alguns de seus quadrados, deve ser dividido em retângulos menores. Cada número deve terminar em um retângulo separado cuja área seja aquele número.

Fora da vista de seu filho, crie esses quebra-cabeças preenchendo primeiro o retângulo grande com retângulos menores. Em seguida, coloque a área em cada retângulo. Por último, dê ao seu filho o grande

retângulo com apenas os números.

			3
	4	3	
	2		
4			

Para resolver, observe primeiro as áreas que são números primos. Além disso, às vezes uma área está encaixotada - neste quebra-cabeça, o "4" superior

deve estar relacionado ao quadrado superior esquerdo 2 por 2. Em seguida, o canto superior direito deve ser usado em um retângulo vertical de 3 por 1. Continue!

Sinta o poder

Pré-requisito: Conforto multiplicando números do dígito um

— UMA DEFINIÇÃO E UMA REGRA —

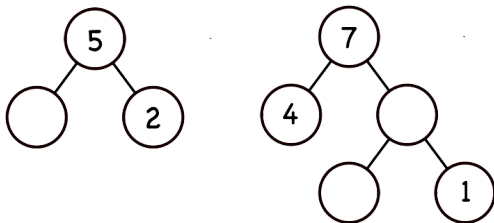
Assim como 4×2 é uma maneira rápida de escrever $2 + 2 + 2 + 2$, 2^4 é uma maneira rápida de escrever $2 \times 2 \times 2 \times 2$. É muito mais fácil dizer e entender a frase “dois ao quarto”, “Do que dizer” duas vezes duas vezes... “Existem dois nomes especiais associados aos poderes. A segunda potência, 4^2 por exemplo, pode ser dita *quatro ao quadrado* ou *quadrado*, e a terceira potência, 4^3 por exemplo, pode ser dita *quatro*.

Quando duas potências do mesmo número são multiplicadas, uma regra simples governa como simplificar o resultado - *as potências somam*. Por exemplo, se você fizer $4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5$, temos dois quatros multiplicados por três quatros, então o resultado é cinco quatros sendo multiplicado. Observe que esta regra de adicionar expoentes só funciona quando é o mesmo número sendo levado a uma potência.

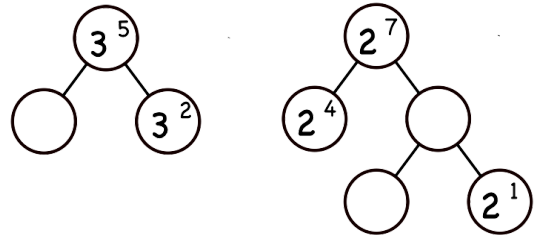
— REUTILIZAR ANTIGAS ATIVIDADES DE ADIÇÃO —

Como os poderes se somam quando os poderes estão sendo multiplicados, qualquer um de nossos velhos jogos e quebra-cabeças envolvendo adição pode ser usado para praticar a multiplicação de números que são poderes. Alguns exemplos disso são: Capítulo 3 - Somas de formas e grupos de soma; Capítulo 4 - somas incluídas, triângulos de soma e correção.

Aqui estão dois exemplos usados no Capítulo 3 para Somas de Formas.



Aqui estão os mesmos dois exemplos para Produtos de Forma, onde usamos a multiplicação combinando os círculos em vez da adição.



Com a prática, isso se torna rotineiro e tão fácil quanto os problemas de adição originais.

Se seu filho está gostando desses problemas e quer um desafio extra, comece a envolver mais de um número sendo elevado a uma potência. Por exemplo, se você multiplicar $(4^2 \times 3^3) \times (4^5 \times 3^2)$, você pode aplicar nossa regra separadamente às potências de 4 e às potências de 3 e obter o resultado $4^7 \times 3^5$.

— PRACTICE PRIME FACTORIZATIONS —

Uma coisa excelente para praticar quando você está viajando e tem tempo disponível é recitar as fatorações principais para os números em ordem. Isso também fornece prática para falar sobre poderes. Conhecer as fatorações primárias com facilidade será útil em muitas coisas que estão por vir, como trabalhar com frações. Divirta-se com isso e não force seu filho além do nível de conforto.

É assim: 1 é uma unidade, 2 é um primo, 3 é um primo, 4 é 2 ao quadrado, 5 é um primo, 6 é 2 x 3, 7 é um primo, 8 é 2 ao cubo, 9 é 3 ao quadrado, 10 é 2 x 5, 11 é um primo, 12 é 2 ao quadrado x 3, 13 é um primo, 14 é 2 x 7, 15 é 3 x 5 e 16 é 2 elevado ao quarto. Se seu filho tropeçar, ajude-o a descobrir, em vez de simplesmente lembrá-lo da resposta.

Fatoração com primos

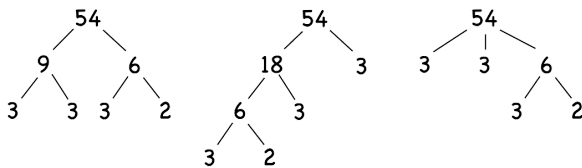
Pré-requisito: Conforto fazendo multiplicação de um dígito

— ÁRVORES DE FATOR —

INVESTIGAÇÃO

As árvores de fator de são uma extensão dos Produtos de Forma da página anterior *Sinta o Poder*. O objetivo ao criar uma árvore de fatores é reduzir um número a seus fatores primos. Muitas coisas podem ser aprendidas sobre um número no processo de construção de uma árvore de fatores.

Comece com um número, digamos 54. Isso pode ser dividido de várias maneiras. Uma maneira é 9×6 , outra é 18×3 e ainda outra é $3 \times 3 \times 6$. Cada uma delas produz um início diferente para uma árvore de fatores.



Cada uma dessas árvores produz, em última análise, os mesmos primos em suas folhas. Em cada caso, acabamos com $2 \times 3 \times 3 \times 3$, mas veja as diferentes maneiras de chegar lá!

Depois de fazer alguns exemplos como esses, seu filho pode naturalmente começar a fazer algumas perguntas.

Por que algumas árvores têm mais níveis do que outras? Por que algumas árvores são mais largas do que outras? Por que as folhas sempre param nos primos? Por que as folhas sempre têm a mesma lista de primos, talvez com rearranjo?

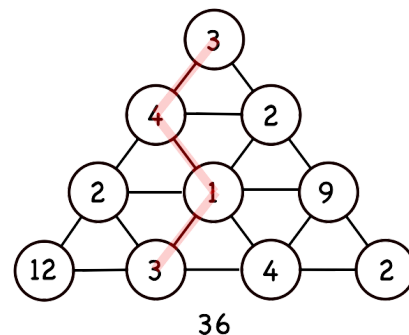
Esta última questão é realmente uma grande questão. É tão grande que é chamado de Teorema Fundamental da Aritmética. Diz que cada número tem exatamente uma maneira de ser expresso como produto de números primos!

Você pode perguntar: Por que isso é tão importante? Diz que os primos são os blocos de construção multiplicativos dos números e, uma vez que você tenha encontrado uma maneira de construir um número, essa é a única maneira. Se você sabe que $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$, então não há como, usando números inteiros, escrever $54 = 5 \times \underline{\hspace{1cm}}$. A singularidade das fatorações primárias está no cerne de muitas das belas teorias dos números.

— PIRÂMIDE DO PRODUTO —

PUZZLE

Esses quebra-cabeças são a versão multiplicativa das Pirâmides de Adição vistas no Capítulo 4. Você recebe um número-alvo e uma pirâmide de números. O desafio é encontrar um caminho de números conectados para baixo na pirâmide, de forma que o produto dos números selecionados seja o alvo.



O alvo é 36 nesta pirâmide e as linhas vermelhas indicam o caminho que funciona. Seu filho pode notar que esses quebra-cabeças são muito mais fáceis se começarem a fazer a fatoração primária do alvo. Como $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, eles sabem que devem captar esses fatores principais ao longo do caminho e isso ajuda a orientar a busca. Ter o adulto sabendo sobre as fatorações primárias também torna muito mais fácil criar esses quebra-cabeças.

Adição e subtração

Pré-requisito de: Ter uma noção do valor posicional de 2 dígitos e como isso se relaciona com adição e subtração.

— 100 RISOS —

JOGO

Use um baralho de cartas com Q's (como 0's), A's (como 1's) e 2-9's. Defina o número de destino em 100. Quatro cartas aleatórias são escolhidas e usadas para fazer um par de números de 2 dígitos, um recurso compartilhado.

Cada jogador recebe 14 cartas aleatórias viradas para cima. Os jogadores alternam turnos. Durante um turno, um jogador usa duas cartas para substituir duas das quatro cartas, e o par de números resultante deve somar para o alvo. Um jogador passa se isso não for possível. O primeiro jogador a ficar sem cartas vence. Se ambos os jogadores ficarem presos, o jogador com menos cartas vence.

Algumas opções são alterar o número alvo e dar aos jogadores menos ou mais de 14 cartas. Outra opção é usar a subtração junto com um número alvo menor.

— DESENHO DE 5 CARTAS PARA UM ALVO —

JOGO

Escolha um número de destino, digamos 100. Cada jogador pega cinco cartas aleatórias de 0 a 9. Dois números de 2 dígitos são feitos desses números, a quinta carta não é usada. Os dois números são somados e o jogador mais próximo do alvo ganha um ponto nessa rodada. O maior número de pontos após um número fixo de rodadas ganha.

Uma opção é usar números de três dígitos, um número-alvo de 1000, e cada jogador recebe sete cartas. Outra opção é usar a subtração com um número de destino menor.

— SUBSTITUIÇÃO DE LETRA —

ENIGMA

Assim que seu filho se familiarizar com os quebra-cabeças dos números perdidos de algumas páginas anteriores neste capítulo, ele poderá iniciá-los. Nestes, um ou mais dos dígitos são substituídos por letras. As três regras para letras são:

- Uma determinada letra é sempre o mesmo dígito
- O'Mais à esquerda de um número nunca é 0
- Letras diferentes devem ser dígitos diferentes

Crie esses quebra-cabeças pegando um problema de adição ou subtração e substituindo um ou mais dos dígitos, como nos exemplos a seguir:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +46 \\ \hline 69 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 23 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array} \quad \begin{array}{r} B3 \\ +4A \\ \hline A9 \end{array}$$

Os quebra-cabeças também podem ser criados para criar desafios interessantes de resolução de problemas para seu filho. Observe que os valores das letras não são transferidos de um quebra-cabeça para outro.

$$\begin{array}{r} B \\ +8 \\ \hline C \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +B \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +A \\ \hline C4 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +2 \\ \hline BC \end{array}$$
$$\begin{array}{r} A \\ +B \\ \hline AC \end{array} \quad \begin{array}{r} A \\ +BB \\ \hline A7 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ +AB \\ \hline BA \end{array} \quad \begin{array}{r} BA \\ +BB \\ \hline CAB \end{array}$$

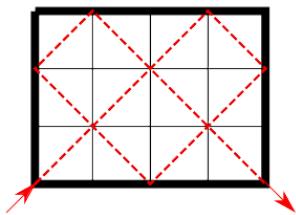
Formas dentro das formas

Pré-requisito: *Curiosidade e persistência para encontrar padrões envolvendo formas*

— BOLA DE BILHAR SALTANDO —

INVESTIGAÇÃO

Imagine uma mesa de bilhar que tem uma bolsa em cada um dos quatro cantos. Quando uma bola quica do lado da mesa, ela quica no mesmo ângulo em que entrou. Esta investigação examina a questão: se atirmos uma bola em um ângulo de 45 graus de um canto, para onde ela vai parar? A resposta depende do tamanho da mesa. Isso é o que acontece em uma mesa 3 por 4.



Depois de brincar com vários deles, desafie seu filho a prever qual é a resposta com antecedência. Começando no canto inferior esquerdo, qual canto será atingido primeiro e quantos saltos serão necessários?

— ENCHENDO REGIÕES COM FORMAS —

INVESTIGAÇÃO

Suponha que você tenha um tabuleiro de xadrez de 8 por 8 e uma coleção de peças de 1 por 2. Encontrar uma maneira de cobrir exatamente o tabuleiro de xadrez com 32 dessas peças 1 por 2 é bastante simples.

Vamos começar a brincar removendo quadrados do tabuleiro de xadrez. Se você remover um canto do tabuleiro de xadrez, saberá imediatamente que não pode mais cobrir o tabuleiro com peças porque as peças cobrirão um número par de casas, e agora há 63 casas. Ok, remova dois cantos para fazer um número par de quadrados restantes - você pode cobri-los agora? A resposta depende de quais dois cantos você remove. Porque? E se você não se restringir mais a remover cantos, o que acontece?

Uma lição importante para lidar com questões como essas é aprender brincando com problemas menores. Tente estas perguntas primeiro em um quadro 4 por 4 ou 6 por 6.

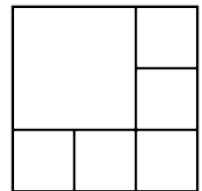
Se seu filho está gostando dessas perguntas, comece a usar outras formas para preencher o quadro. Brinque com o preenchimento com 1 por 3 peças ou com 3 quadrados em forma de L. Que padrões e regras você descobre com eles? Que outras formas podem ser interessantes para brincar?

— PREENCHIMENTO DE QUADRADOS COM QUADRADOS —

INVESTIGAÇÃO

De que forma você pode preencher um quadrado com outros quadrados, onde os outros quadrados não precisam ser todos do mesmo tamanho? No entanto, o comprimento lateral de cada quadrado deve ser algum número inteiro múltiplo de comprimento fixo. A questão a investigar é: Quais são todos os números de quadrados possíveis? Se você sabe que um número é possível, existe uma maneira fácil de descrever como fazê-lo?

Deixe seu filho brincar com ele por muitos dias e não tenha pressa para encontrar a resposta. Aqui está um diagrama mostrando como 6 é possível.



Se seu filho gosta de explorar essa questão, explore as variações desse tema. Suponha que você permita apenas quadrados de determinados tamanhos - como 1 por 1, 2 por 2 e 3 por 3. Outra direção a ser observada é preencher outras figuras com figuras que tenham a mesma forma. Por exemplo, faça a mesma pergunta para triângulos regulares (triângulos com todos os lados do mesmo comprimento). Alguns números são interessantes para investigar desta forma, e alguns não são interessantes de todo - quais?

Multiplicação e múltipla

Pré-requisito de: Conforto multiplicando números de um dígito e pule a contagem para 100

— O JOGO DO PRODUTO —

JOGO

Use um pedaço de papel compartilhado preenchido da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

O primeiro jogador move uma ficha para qualquer número de 1 a 9 nos quadrados de 1-9. O segundo jogador coloca outra ficha em um dos quadrados de 1-9 e reivindica o produto na grade de 6 por 6. A partir de então, cada jogador escolhe mover qualquer um dos dois tokens e reivindica o produto (se puder). O primeiro jogador a reivindicar 3 quadrados consecutivos vence.

Misture os números dos produtos para dar ao seu filho uma melhor prática na identificação dos produtos. Consulte o Capítulo 5 Material de bônus para designs de placas maiores com faixas maiores.

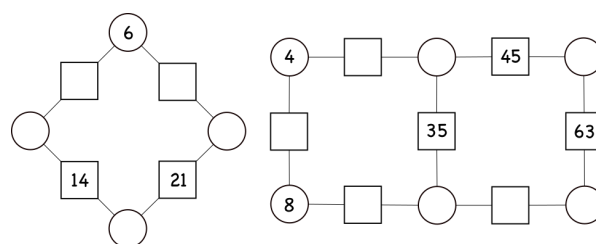
— ILHA ESPERANDO COM PRODUTOS —

PUZZLE

Esses quebra-cabeças têm ilhas (círculos e quadrados) conectadas por pontes (linhas). Se houver dois círculos em cada lado de um quadrado, então o quadrado contém o produto dos dois círculos. O desafio é preencher os números que faltam.

Faça esses quebra-cabeças preenchendo os círculos, depois os quadrados e, por fim, remova alguns dos números antes de dá-los ao seu filho.

Além de praticar a multiplicação, esses quebra-cabeças podem ser estruturados para praticar *fatores comuns* também. No primeiro quebra-cabeça, o único número, diferente de 1, que divide 14 e 21 é 7, então esse é o número do círculo inferior.



— MATEMÁTICA DE VERIFICADORES —

JOGO

Este jogo é levemente inspirado em damas. Cada jogador tem 10 contadores. Os contadores são numerados de 1 a 10, com o contador “10” marcado com 10 e 11. Os contadores começam nas linhas finais de um gráfico de 100 - um jogador nos quadrados de 1 a 10 e o outro nos quadrados de 91 a 100.

Inicialmente, os contadores só podem avançar uma linha para qualquer múltiplo do (s) número (s) no marcador que escolherem - para o jogador começando em 1 a 10, avançar significa números maiores, e para o jogador começando em 91 a 100, para a frente significa números menores. Uma vez que o contador atingiu todo o tabuleiro, ele se torna um rei e pode mover-se para frente ou para trás uma linha depois disso. A peça de um oponente é pega ao cair sobre ela. A peça de um jogador não pode dobrar com outra peça do mesmo jogador. Você vence pegando todas as peças do seu oponente.

Para jogadores mais jovens, encurte o tabuleiro para usar as primeiras 6 linhas - os números de 1 a 60. Uma criança que não conhece todos os múltiplos, mas pode usar a contagem de saltos para descobrir os movimentos.

Adicionar, subtrair e multiplicar

Pré-requisito para: *Conforto com adição e subtração de dois dígitos e multiplicação de um dígito*

— CONTANDO VIZINHOS —

JOGO

Use três dados e um tabuleiro de 8 por 8 de números de 1 a 64. Um jogador lança os dados e usa adição, subtração, multiplicação e divisão para fazer qualquer número não marcado no tabuleiro. O jogador marca este quadrado e recebe um ponto pelo quadrado e mais um ponto por cada quadrado marcado que tocar, inclusive na diagonal. Se um jogador não puder fazer uma jogada, qualquer outro jogador que encontrar uma jogada pode reivindicar essa pontuação. Jogue cinco ou mais rodadas, com a maior pontuação ganhando.

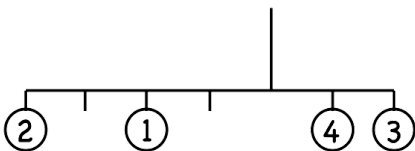
Algumas opções de jogo são usar um quarto dado e um tabuleiro menor ou maior.

— FAZENDO UM CELULAR —

PUZZLE

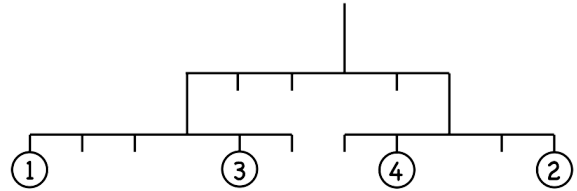
Você recebeu alguns pesos e um design para um móvel com alguns pontos de fixação. O desafio é colocar no máximo um peso por ponto de fixação para que o móvel se equilibre ao longo de cada braço. Suponha que os fios não tenham peso. Cada braço do móvel é uma alavanca que precisa ser balanceada, portanto, esses quebra-cabeças são uma extensão do quebra-cabeça Lever Balance fornecido anteriormente neste capítulo - pratique-os antes de iniciá-los.

Comece com os celulares mais simples, que são apenas alavancas no ar. Aqui está uma solução para colocar os pesos de 1 a 4 neste móvel para



equilibrá-lo. Isso funciona porque $2 \times 4 + 1 \times 2 = 4 \times 1 + 3 \times 2$.

Aqui está um celular mais complicado. Use o total dos pesos abaixo dele para equilibrar cada lado do fio superior $(1 + 3) \times 3 = (4 + 2) \times 2$.



Vá para o Capítulo 5 Material de bônus para mais exemplos e uma discussão mais longa sobre móveis.

— CALCULADORES LIMITADAS —

PUZZLE

A premissa é que você tem uma calculadora que está muito quebrada e é desafiada a produzir algum resultado na calculadora. É fácil jogar oralmente sempre que você tiver um momento livre. Aqui estão alguns exemplos para você começar.

Suponha que você tenha uma calculadora com +, -, x, /, mas apenas uma tecla numérica funcional, o 4. Você conseguiu o resultado 21? Em caso afirmativo, qual é o menor número de etapas de que você precisa? Suponha que você possa usar 4 no máximo quatro vezes - quais números você pode produzir? Suponha que você tenha que usar o 4 exatamente quatro vezes. Brinque com outras chaves únicas e criando outros resultados.

Suponha que sua calculadora pudesse somar apenas 4 ou 7. Quais números você poderia produzir? Suponha que tenha 4 ou 7, mas agora pode somar e subtrair. Que números você poderia produzir? Esta é a mesma atividade que vimos em outros ambientes.

Suponha que você só tivesse uma chave 1 e pudesse apenas adicionar ou dobrar. Por exemplo, $2 \times (2 \times 1) + 1$ é 5. Que outros números você pode criar?

Contagem de fatores

Pré-requisito de: *Pode multiplicar números de um único dígito e está cada vez melhor na fatoraçoão de números*

— FATORES DE AGRUPAMENTO —

JOGO

Use um tabuleiro com uma grade de 4 por 6 de números de 1 a 24. Em uma jogada, um jogador escolhe um número que está descoberto e tem pelo menos um fator descoberto - o jogador pega o número selecionado e o outro jogador pega qualquer ou todos os fatores descobertos (a escolha de quantos). Jogue alternadas até que não haja mais números válidos. Os jogadores somam seus números e a soma mais alta ganha.

Isso também pode ser jogado como um quebra-cabeça de paciência, às vezes chamado de Taxman. Nesta versão, o único jogador seleciona cada número e o cobrador recebe todos os fatores disponíveis. O jogo continua até que o jogador não tenha mais um lance legal - nesse ponto, o taxman recebe os números restantes. O objetivo é ter a maior soma possível - maior do que o coletor de impostos, quando isso for possível.

Faça com que o intervalo de números se adapte à habilidade dos jogadores - pode ser de 1 a 12 ou tão alto quanto 1 a 60.

— DUPLO OU NADA —

JOGO

Os jogadores começam o jogo secretamente escolhendo 5 números distintos maiores que 20 e não maiores que 120. Depois de selecionados, eles são escritos onde todos podem vê-los.

Usando cartões numéricos ou algum outro dispositivo, um número aleatório de 1 a 20 é criado. Esse número é repetidamente dobrado até que o número de alguém seja acertado pela primeira vez ou o número fique maior que 120. O primeiro jogador a ter todos os cinco números acertados é o vencedor.

Depois de seu filho ter jogado algumas vezes, ele começará a desenvolver estratégias para selecionar seus cinco números. Uma estratégia simples é que não é uma boa ideia escolher um número, como 46, que não seja uma potência de 2 vezes algum número entre 1 e 20 - ele nunca será atingido. Alguns números com muitos fatores de 2, como 32, têm maior probabilidade de serem acertados porque mais números iniciais podem chegar até eles.

Existem muitas outras opções para jogar. Você pode triplicar o número a cada vez, em vez de duplicá-lo. Você pode dobrar e adicionar um a cada vez. Para jogadores mais jovens, selecione números acima de 10 e não acima de 60, e selecione um número aleatório de 1 a 10.

— GUERRA DE FATOR —

JOGO

Tenha dois conjuntos de cartas, digamos de 1 a 25. Jogue o jogo de guerra padrão com elas, só que agora o vencedor é a carta que tem mais fatores. Por exemplo, 12 vence 16 porque 12 tem 6 fatores (1, 2, 3, 4, 6 e 12), enquanto 16 tem 5 fatores (1, 2, 4, 8 e 16). O titular da carta vencedora deve ser capaz de listar corretamente os fatores para ganhar as cartas - caso contrário, as cartas são embaralhadas de volta na pilha de compra de cada jogador. Como na Guerra padrão, quando há um empate, as próximas cartas são viradas e o vencedor recebe todas as cartas.

Existem várias variações possíveis para você brincar. Você pode jogar que o menor número de fatores vence. Você pode contar o total apenas dos fatores primos, em vez de todos os fatores. Você pode jogar que as potências dos primos (números que são a potência de um primo) superem os outros números.

Produtos interessantes

Pré-requisito de: *multiplicação de um dígito e contagem de saltos*

— MULTIPLICAÇÃO BINGO —

JOGO

Cada jogador começa com uma grade 4 por 4 de números que são produtos de multiplicação possíveis - esses números podem ser atribuídos aleatoriamente ou cuidadosamente escolhidos pelo jogador.

Para começar, duas cartas são distribuídas e colocadas na mesa com a face para cima. Se um dos jogadores tiver o produto desses dois números, eles o cobrem. A partir de então, os jogadores se revezam pegando a carta do topo da pilha de compra e escolhendo qual das duas cartas substituir. Todos os jogadores que combinam com o produto o cobrem. O primeiro jogador a conseguir 4 vitórias consecutivas.

— CRUZANDO O VULCÃO —

JOGO

Use um gráfico de 100 com os 36 quadrados nas quatro bordas coloridas em cinza. Use cartas de baralho com cartas com figuras removidas ou use cartas numéricas de 1 a 10.

Em um turno, se você escolher um 1, você pode reivindicar qualquer número ímpar; se você escolher qualquer outro número, poderá reivindicar qualquer múltiplo dele. Se você reivindicar um número, seu oponente não poderá reivindicá-lo. O objetivo é fazer um caminho de uma extremidade à outra extremidade, em qualquer direção. Você não precisa reivindicar os quadrados na ordem do seu caminho.

Você pode jogar se as conexões diagonais estão ok ou não. Outra opção é incluir cartões com imagens - se você receber um desses, pode colocar um quadrado bloqueado que não pode ser incluído no caminho de nenhuma pessoa.

— PRODUTOS CRUZADOS —

PUZZLE

Este quebra-cabeça de multiplicação é 3 por 3 envolvendo cada um dos números de 1 a 6 exatamente uma vez, ou 4 por 4 envolvendo os números de 1 a 8 exatamente uma vez. O desafio é preencher alguns dos quadrados, dois números para cada linha e cada coluna, de forma que o produto de uma linha seja o número marcado na extrema direita e o produto da coluna seja o número marcado abaixo da coluna. Algumas linhas ou colunas podem não ser marcadas - em caso afirmativo, não há restrição no produto dessas linhas ou colunas.

		30	12	
4				
10				

 →

		30	12	
4	1		4	
10	2	5		
		6	3	

Resolva este quebra-cabeça encontrando colunas e linhas onde você pode identificar os dois números. A coluna 30 deve ter 5 e 6, e a linha 10 deve ter 2 e 5. Em seguida, a coluna 12 deve ter 3 e 4 e a linha 4 deve ter 1 e 4. O resto segue rapidamente.

		7	40	18	
5					
21					
32					

 →

		7	40	18	
			2		6
5	1			5	
21	7				3
32		4	8		

Como costuma acontecer com esses quebra-cabeças, o adulto pode criá-los preenchendo primeiro os números no interior do quebra-cabeça, anotando os produtos e, em seguida, removendo todos os números internos.