⚠ Este capítulo traduzido com o Google Translate - Ajude-nos a melhorar isso!

Early Family Math

Capítulo 5 Material de bônus

— Introdução —

Você é alguém que gostaria que houvesse mais exemplos, discussões e comentários nas descrições intencionalmente breves das aulas? Se sim, você veio ao lugar certo! Este arquivo contém material bônus para algumas das atividades do Capítulo 5.

Para quebra-cabeças, muitos exemplos de quebra-cabeças resolvidos são fornecidos, junto com comentários adicionais sobre como criá-los. O programa Early Family Math é baseado na ideia de que a matemática inicial é algo que uma família deve fazer juntas, e fazer quebra-cabeças para seu filho fazer com você é uma parte importante desse processo. Depois de pegar o jeito de cada quebra-cabeça, você descobrirá que a maioria, senão todos, os quebra-cabeças são bastante fáceis de criar.

Muitos desses quebra-cabeças têm diferentes níveis de dificuldade, e há muitas sugestões e exemplos nas próximas páginas sobre como criar esses níveis. Sempre comece com os quebra-cabeças mais fáceis. É muito melhor que seu filho tenha sucesso, compreensão e diversão com quebra-cabeças um pouco fáceis demais do que ficar frustrado, desanimado e superado por quebra-cabeças difíceis. Depois que seu filho adquirir confiança e entusiasmo para uma atividade matemática, é hora de aos poucos incorporar desafios maiores. Além disso, nem todos os quebra-cabeças são divertidos para todos, então não force os quebra-cabeças e as atividades que parecem não se encaixar.

Isso é o que você encontrará nas seguintes páginas:

- **Capítulo 5 — Nim com fatores**
- **Capítulo 5 — Peneira de Eratóstenes**
- **Capítulo 5 — Alavancas e móbiles**
- **Capítulo 5 — Divida a caixa**
- **Capítulo 5 — Quebra-cabeças de substituição de letras**
- **Capítulo 5 — Investigação — Brincando com formas**
- **Capítulo 5 — Jogo do produto**
- **Capítulo 5 — Calculadoras limitadas**
- **Capítulo 5 — O dobro ou nada**

Capítulo 5 — Nim com Fatores

— Introdução —

Comece com qualquer número, digamos 20. Deixe a criança decidir se vai primeiro ou segundo. Durante sua vez, um jogador pode subtrair qualquer divisor do número atual do número. O jogador forçado a 0 perde.

— Análise —

Como de costume, uma boa estratégia para aprender sobre este jogo é olhar para uma versão mais simples do jogo, o que neste caso significa começar com números muito pequenos. Se for a sua vez e você se deparar com cada um desses números, eis o que acontecerá: 1 - perder, 2 - ganhar, 3 - perder, 4 - ganhar, 5 - perder, 6 - ganhar, 7 perder e 8 vencer. A essa altura, o padrão está claro - se a jogada for sua e você tiver um número ímpar, perderá; se você tiver um número par, você vencerá.

Encontrar a estratégia vencedora é um grande passo, mas vamos mais fundo. Por que isso funciona? Quais são as propriedades dos números ímpares e pares que criam essa situação? Coloque esta questão diante de seu filho e dê-lhe muito tempo para pensar sobre ela e experimentá-la - não há pressa, e este processo de lutar com uma questão é inestimável e não deve ser curto-circuitado.

Algumas experiências com pequenos números revelam rapidamente o que está acontecendo. Se você tiver um número ímpar, todos os divisores serão ímpares; portanto, quando você subtrair qualquer divisor, o resultado será um número par. Consequentemente, os números ímpares em uma jogada sempre levam a um número par na próxima jogada. Os números pares sempre têm números ímpares e pares como divisores. Portanto, a situação não é exatamente a mesma. No entanto, se você tiver um número par, seu objetivo é dar ao seu oponente um número ímpar, e há uma maneira fácil de fazer isso - selecione o divisor 1 e subtraia-o!

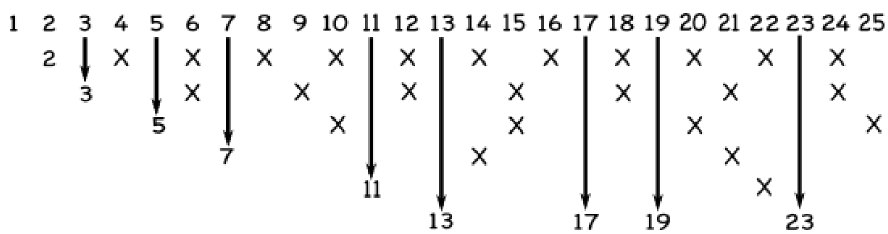
Capítulo 5 — Peneira de Eratóstenes

— Introdução —

Comece com uma linha numérica numerada de 1 a 25 - ou um intervalo maior se o espaço e sua paciência permitirem.

Escreva o número 2 abaixo dele mesmo. Na linha mesmo com este 2, coloque Xs abaixo de cada múltiplo de 2.

Agora, puxe para baixo o primeiro número sem Xs abaixo dele (3 neste caso) e coloque-o na próxima linha. Escreva o 3 e coloque o X nessa linha para todos os seus múltiplos. Continue assim. No final, você terá retirado todos os *primos*. Lembre-se de que 1 é uma *unidade* e não um primo!



— Análise —

este processo simples revela alguns fatos interessantes sobre os primos. Veja se seu filho pode fazer algumas dessas perguntas - no entanto, se elas não surgirem naturalmente, aqui estão algumas perguntas a serem feitas.

1) Por que os números que caem são primos?

Suponha que você tenha um número composto. Queremos mostrar que esse número terá um X abaixo dele. Sendo composto, é divisível por algum número, n, entre 1 e esse número. Se n for primo, então nosso número composto teria um X abaixo dele, de n ser um primo anterior. Se n não for primo, então ele tem um X abaixo dele de algum primo anterior, chame-o de p. Agora, p divide igualmente n e n divide igualmente nosso novo número, então p deve dividir nosso novo número. Conseqüentemente, ao marcar os múltiplos de p, um X teria sido colocado sob nosso novo número.

2) Quando você está colocando X's para os múltiplos de um primo, há alguns números que já possuem um X de um primo anterior. Quando isso acontece e quando não acontece?

Vejamos os múltiplos de 5 na peneira acima. Os múltiplos 5 x 2, 5 x 3 e 5 x 4 já estão riscados. Apenas 5 x 5 é novo. Isso acontece porque 5 x 2, 5 x 3 e 5 x 4 são todos múltiplos de 2 e 3, primos anteriores. Se quisermos colocar X em novos lugares, devemos multiplicar 5 por números que possuem apenas fatores primos que são 5 ou mais. Como é um pouco tedioso acompanhar tudo isso, o que algumas pessoas fazem é apenas riscar os múltiplos ímpares e deixar por isso mesmo.

3) Para esta peneira, qual foi o último primo que teve um novo X útil em sua linha?

Nessa peneira, os primos com X's úteis são 2, 3 e 5. Os múltiplos de 7 e 11 eram todos os X's antigos. Se você olhar para a resposta à última pergunta, verá a resposta aqui. A única maneira de obter novos Xs é multiplicar um primo por primos maiores ou iguais a ele mesmo. Assim que chegarmos a um número primo como 7, onde 7 x 7> 25, não precisamos verificá-lo. Portanto, só precisamos verificar os primos cujo quadrado é menor ou igual ao último número.

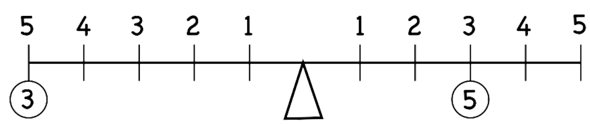
4) Se você recebesse um número, digamos 53, por quais números primos você precisaria dividi-lo para ver se é primo?

Da resposta à última pergunta, só precisamos verificar os primos cujo quadrado é menor ou igual a 53. Esses primos são 2, 3, 5 e 7 - nenhum deles divide 53 igualmente, então 53 deve ser primo!

Capítulo 5 — Alavancas e Móbiles

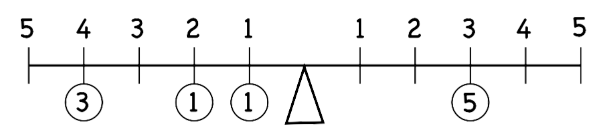
— Alavancas —

O princípio da alavanca afirma que a força exercida em um lado da alavanca por uma massa é igual à massa vezes sua distância do ponto de pivô, o fulcro.



Na alavanca acima, o 3 do lado esquerdo está a uma distância de 5 do fulcro, então sua força é 3 x 5 = 15. O 5 do lado direito está a uma distância de 3 do fulcro, então sua força é 5 x 3 = 15. Esta alavanca está em equilíbrio.

Se houver mais de um peso em um lado, as forças serão somadas.



Nesta alavanca, há 3 x 4 + 1 x 2 + 1 x 1 = 15 no lado esquerdo e 5 x 3 = 15 no lado direito. Portanto, está em equilíbrio.

Restringirmos esses problemas para usar apenas números inteiros. Você pode decidir se permite que vários pesos sejam suspensos do mesmo ponto - assumimos que não há problema em fazer vários pesos na discussão a seguir.

— Quebra-cabeças de alavanca —

Você tem um peso de 3 unidades e um peso de 5 unidades para colocar em lados opostos do ponto de apoio. Onde eles devem ser colocados em equilíbrio? A resposta pode ser as distâncias 5 e 3, mas também pode ser 10 e 6, ou até respostas maiores, como 15 e 9. Esteja aberto para discutir o que quer que seu filho venha a descobrir.

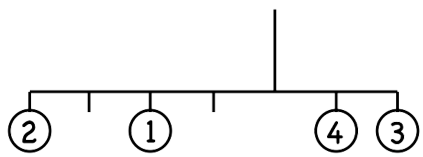
Se você tiver um peso de 3 unidades e um peso de 5 unidades para colocar em um lado de uma alavanca, quais pesos você pode colocar em quais distâncias do outro lado? Esta pergunta continha as perguntas da página Make It Count no final do Capítulo 4. Como antes, explore as diferentes combinações de pesos. O que acontecerá se 3 e 5 forem substituídos por 4 e 5, 4 e 9 ou 6 e 9?

Como esse último problema muda se colocarmos os pesos de 3 e 5 unidades em lados opostos do fulcro? Agora é fácil pensar um peso de 1 unidade usando 3 x 2 = 5 x 1 + 1 x 1. Que outros pesos você pode pesar desta forma?

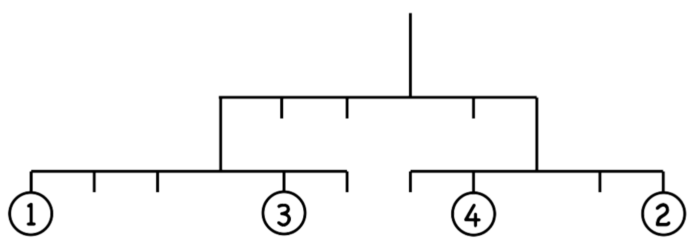
— Móveis —

você recebe alguns pesos e um design para um móbile com alguns pontos de fixação. O desafio é colocar no máximo um peso por ponto de fixação para que o móbile se equilibre ao longo de cada braço. Por causa desses problemas, vamos supor que os fios que criam o móbile não têm peso. Cada braço do móbile é uma alavanca que precisa ser balanceada, então esses quebra-cabeças são uma extensão do Lever Balance - pratique-os antes de iniciá-los.

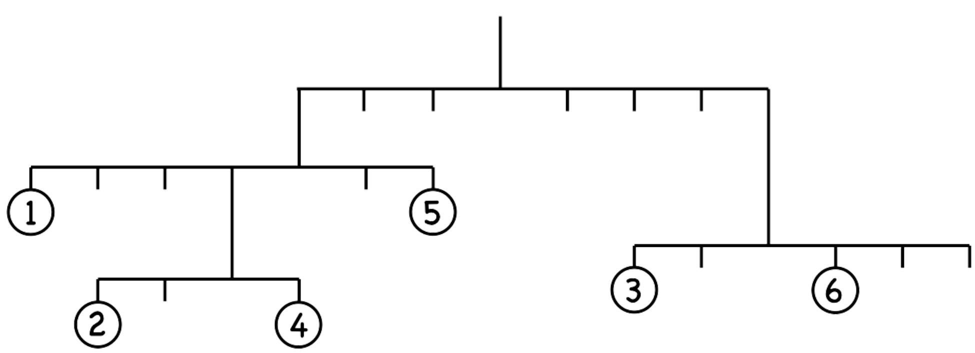
Comece com os celulares mais simples, que são apenas alavancas no ar. Aqui está uma solução para colocar os pesos de 1 a 4 neste móvel para equilibrá-lo. Isso funciona como uma alavanca com o ponto de apoio no ponto de parada. Para este móbile, temos 2 x 4 + 1 x 2 = 4 x 1 + 3 x 2.



Se houver mais de um nível para o móbile, cada braço individual em cada nível deve se equilibrar como uma alavanca. Para este próximo móbile, os dois braços inferiores se equilibram porque 1 x 3 = 3 x 1 e 4 x 1 = 2 x 2. Para o próximo nível acima, basta somar os pesos abaixo dele. Por exemplo, o peso do lado esquerdo é 1 + 3 = 4 - no que diz respeito ao próximo nível acima, não importa onde naquele braço inferior os pesos estão localizados. Portanto, para o próximo nível acima, (1 + 3) x 3 = (4 + 2) x 2 = 12, então o nível superior também se equilibra.



Divirta-se criando quebra-cabeças móveis para o outro. Aqui está um último para brincar usando cada um dos números de 1 a 6. Não se preocupe em ser extravagante e usar cada número uma vez. Qualquer quebra-cabeça completo será divertido. Verificando os níveis temos: 2 x 2 = 4 x 1; 1 x 4 + (2 + 4) x 1 = 5 x 2; 3 x 2 = 6 x 1; e (1 + 2 + 4 + 5) x 3 = (3 + 6) x 4.



Capítulo 5 — Divida a caixa

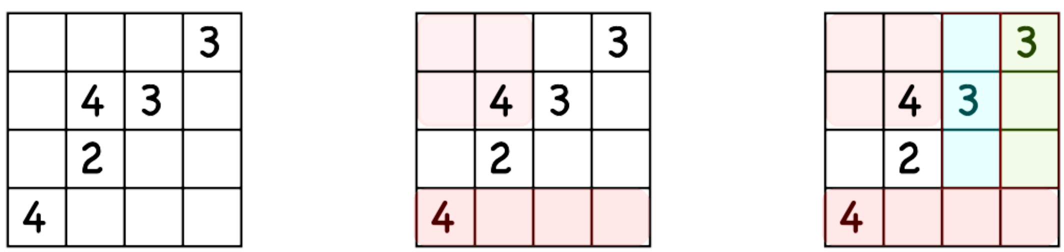
— Introdução —

Um retângulo, 4 por 4 ou maior, com números em alguns de seus quadrados, é dividido em retângulos menores. Cada número deve terminar em um retângulo separado cuja área seja aquele número.

Para adultos, construir esses quebra-cabeças é bastante simples. Pegue um retângulo, divida seu interior em retângulos, coloque números para as áreas dentro de cada retângulo interno e remova qualquer sinal dos retângulos internos. A única parte complicada é colocar números em lugares que tornem o quebra-cabeça razoavelmente fácil de resolver - você sempre pode dar dicas, se necessário, se o quebra-cabeça ficar muito difícil.

— Estratégias de resolução —

Aqui estão algumas estratégias gerais que podem simplificar a resolução desses quebra-cabeças. Faça o possível para permitir que seu filho descubra essas regras enquanto brinca com os quebra-cabeças. Juntos, façam uma



lista das regras que eles criarem.

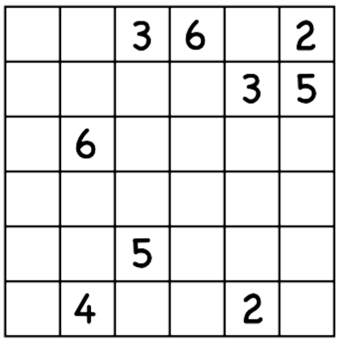
1) Observe os números com apenas uma ou duas opções para seus retângulos.

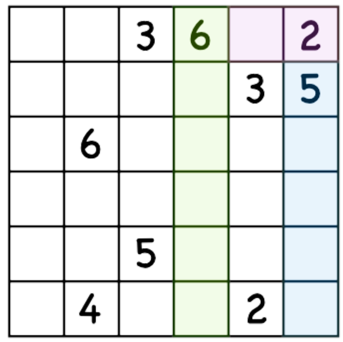
Ambos os 4 são altamente restritos. Cada 4 só pode estar dentro de um retângulo de 1 por 4 ou 2 por 2. O 4 superior tem uma bainha, portanto não pode estar dentro de um 1 por 4. Portanto, deve haver um retângulo de 2 por 2 no canto superior esquerdo. Isso deixa o 4 inferior com apenas a possibilidade de seu retângulo ser 1 por 4 e seguir ao longo do lado inferior.

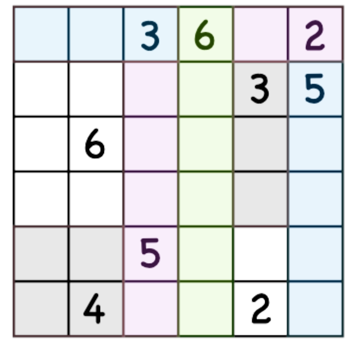
2) Observe os números primos - eles devem estar dentro de um retângulo de 1 por n.

Os 3 no quebra-cabeça acima devem estar contidos em um retângulo de 1 por 3. O 3 no canto superior direito só pode ser parte de um retângulo 1 por 3 que vai ao longo da borda superior ou ao longo do lado direito. O quadrado superior esquerdo 2 por 2 sendo bloqueado para o 4 torna impossível ter um 1 por 3 ao longo da borda superior.

O 1 por 4 ao longo da parte inferior força o 1 por 3 para que o mais baixo dos dois 3 seja a mais alta das duas possibilidades verticais.







3) Números próximos à dimensão máxima geralmente têm poucas opções.

Veja os 6 e 5 no próximo quebra-cabeça. O 6 superior precisa de muito espaço, e a única maneira de haver espaço suficiente para ele é verticalmente para baixo, usando toda a coluna. Os outros 6 não podem ser 1 x 6 porque a linha foi cortada pela coluna dos outros 6. Portanto, o 6 inferior deve ser 2 x 3, o que ainda não está totalmente determinado.

Como outro exemplo, se houvesse um 8 neste quebra-cabeça, 1 por 8 não caberia, então ele teria que ser parte de um retângulo de 2 por 4.

4) Os quadrados que estão encaixotados têm poucas opções.

O 5 superior está encaixotado, então sua única opção é estar em uma coluna de 5 caixas. Os outros 5, por ser também primo, devem ir na vertical ou na horizontal. É cortado horizontalmente pela coluna para o 6, por isso deve ir verticalmente até logo abaixo do 3.

5) Os cantos costumam ser altamente restritos.

O 2 no canto superior direito deve ir horizontalmente, por isso é fácil de preencher.

Capítulo 5 — Quebra Cabeças de substituição de letras

— Introdução —

Assim que seu filho se familiarizar com os quebra-cabeças de números ausentes de algumas páginas anteriores neste capítulo, eles podem começar brincando com esses quebra-cabeças. Nestes, um ou mais dos dígitos são substituídos por letras. As três regras para letras são:

- Uma determinada letra é sempre o mesmo dígito dígito
- O'Mais à esquerda de um número nunca é 0
- Letras diferentes devem ser dígitos diferentes

Crie esses quebra-cabeças pegando um problema de adição ou subtração e substituindo um ou mais dos dígitos. Os quebra-cabeças também podem ser criados para criar desafios interessantes de resolução de problemas para seu filho. Observe que os valores das letras não são transferidos de um quebra-cabeça para outro.

— Exemplos —

Este primeiro exemplo ilustra como você pode pegar um problema de adição ou subtração padrão e fazer dele um quebra-cabeça de substituição de letras. A primeira versão substitui todos os 6's por A's, e a segunda versão passou a substituir os 2's por B's.

```
 23        23    B3
+46 --->  +4A   +4A
----      ----  ----
 69        A9    A9
```

O restante desses exemplos são cuidadosamente construídos para permitir a solução usando propriedades da situação particular. Uma propriedade a ser observada é que quando você adiciona dois números, o transporte para a próxima coluna é sempre 0 ou 1. Então, por exemplo, no problema A + A = C4, C deve ser 1 porque não é permitido ser 0.

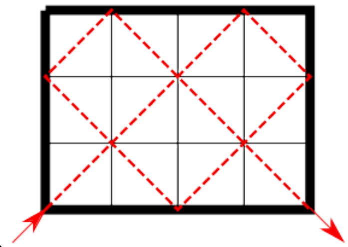
```
  B     B     A     A     D     A
 +8    +B    +A    +2    +2    +B
---   ---   ---   ---   ---   ---
  C     8    C4    BC    EE    AC

  A     C     A     A
  A     C     A     A     A     B
 +A    +C    +7    +B   +BB   +AB
---   ---   ---   ---   ---   ---
 B2    D4     B    B0    A7    BA

 BA    AD    AA    AA    AA    AA
+BB   +BD   +BA   +CB   +AB   +AA
---   ---   ---   ---   ---   ---
CAB   BCC   BBC   BBC   CAC   BBC
```

Capítulo 5 — Jogando com formas

— Bola de bilhar quicando — Introdução —



Imagine uma mesa de bilhar que tem uma caçapa em cada canto. Quando uma bola quica para fora da mesa, ela quica no mesmo ângulo em que entrou. Se atirarmos em uma bola em um ângulo de 45 graus a partir do canto esquerdo inferior, para onde ela vai parar? A resposta depende do tamanho da mesa. Na foto à direita está o que acontece em uma mesa 3 por 4.

Dê ao seu filho o desenho de uma mesa e desafie-o a prever qual canto será atingido primeiro e quantos cliques serão necessários antes de chegar a esse canto.

— Bola de bilhar quicando — Análise —

Comece deixando seu filho brincar com isso e não tenha pressa em descobrir os resultados. Como você verá, esse problema envolve algumas idéias sofisticadas para um jovem. Conforme necessário, faça uma ou duas perguntas para estruturar um pouco mais o pensamento deles. Você sabe o que está por vir - olhe para tabelas mais simples primeiro para procurar padrões - quando essa ideia se tornar automática para seu filho, isso será útil para o resto de suas vidas!

As tabelas mais simples são 1 por n e são fáceis de entender. Jogando com alguns valores de n, o padrão emerge rapidamente. É fácil subestimar um resultado simples como este; entretanto, qualquer resultado totalmente compreendido deve ser celebrado, e esse resultado levará a outros.

Resultado: 1 por n mesa: A bola terá n-1 quicando. A bola vai parar no canto inferior direito se n for par e no canto superior direito se n for ímpar.

As próximas tabelas mais simples são 2 por n. Os padrões aqui são um pouco mais complexos. Uma boa manutenção de registros pode fazer uma grande diferença em algo assim. Um experimentador observador notará que uma mesa 2 por 4 se comporta exatamente como uma mesa 1 por 2 e uma mesa 2 por 6 como uma mesa 1 por 3. Isso rapidamente se generaliza para o próximo resultado.

Resultado: uma tabela 2 por 2xn se comporta exatamente como uma tabela 1 por n.

Por que é isso? O que está acontecendo? Este é um processo matemático a ser instilado em seu filho - procure padrões e, em seguida, procure entendê-los e, com essa nova compreensão, estenda seus resultados anteriores.

O que está acontecendo é que os saltos em uma mesa não mudam se você aumentar ambas as dimensões pelo mesmo fator. Quando isso é feito, a mesa é maior, mas a geometria é a mesma. Em termos de geometria, as duas tabelas são consideradas "semelhantes".

Resultado: uma tabela kxm por kxn se comporta exatamente como uma tabela m por n.

Chegamos aqui em pequenos passos, mas este é um GRANDE resultado. Isso significa que podemos iniciar nossa análise em qualquer tabela removendo primeiro qualquer fator comum.

Retomando de onde paramos para 2 por n tabelas. Entendemos o que acontece quando n é par, mas o que acontece quando n é ímpar? O que acontece para 2 por n para n = 1, 3, 5, 7 e assim por diante? O padrão rapidamente se torna fácil de ver.

<u>Resultado</u>: quando n é ímpar, uma tabela 2 por n tem n saltos e termina no canto superior esquerdo.

Muito progresso está sendo feito. Brincar com mais exemplos leva a mais padrões.

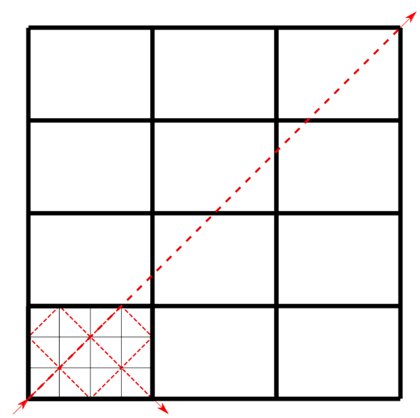
<u>Resultado</u>: se n não for um múltiplo de 3, uma tabela 3 por n tem n + 1 saltos e termina no canto superior direito se n tiver um resto de 1 quando dividido por 3, e no canto inferior direito se n tiver um resto de 2 quando dividido por 3. Se n for ímpar, uma tabela 4 por n tem n + 2 saltos e termina no canto superior esquerdo. Se n não for um múltiplo de 5, uma tabela 5 por n tem n + 3 saltos e termina no canto superior direito quando n é ímpar e no canto inferior direito quando n é par.

Nesse ponto, somos tentados a examinar os dados, ver alguns padrões e fazer algumas conjecturas.

<u>Conjectura</u>: Suponha que k e n não tenham fatores em comum. Então a mesa ak por n terá k + n - 2 saltos. Terminará no canto superior esquerdo se k for par. Ele terminará no canto superior direito se k for ímpar en for ímpar, e no canto inferior direito se k for ímpar e n for par.

Uau - se essa conjectura for verdadeira, resolvemos completamente o problema! Você sabe o que está por vir ... Vamos ver se podemos explicar por que essa conjectura deve ser verdadeira (ou descobrir que é falsa).

Embora existam outras formas de compreender esta situação, como às vezes acontece, o que torna este problema muito mais fácil de compreender é uma ideia nova. Pode não ocorrer a você, mas quando você vir, provavelmente ficará surpreso. A ideia é desdobrar a mesa para que a bola fique em linha reta! Aqui está o que acontece se desdobrarmos a mesa original 3 por 4 e fizermos o caminho da bola em uma linha reta.



Ver que a conjectura é verdadeira é muito mais fácil agora. Os rebatimentos correspondem a linhas cruzadas - há (k - 1) delas para cruzar em uma direção e (n - 1) delas para cruzar na outra direção, então, juntas, isso perfaz um total de (k - 1) + (n - 1) = k + n - 2 linhas para cruzar. Ver em que canto ela termina é uma questão de acompanhar como as coisas se desenrolam. Terminamos agora com uma jornada bastante interessante.

— Preenchendo regiões com formas — Introdução —

Suponha que você tenha um tabuleiro de xadrez de 8 por 8 e uma coleção de 1 por 2 peças. Encontrar uma maneira de cobrir exatamente o tabuleiro de xadrez com 32 dessas peças 1 por 2 é bastante simples.

Vamos começar removendo alguns quadrados do tabuleiro e ver o que acontece. Se você remover um canto do tabuleiro, saberá imediatamente que não pode mais cobrir o tabuleiro com peças porque as peças sempre cobrirão um número par de casas, e agora há 63 casas para cobrir. Ok, remova dois cantos para fazer um número par de quadrados restantes - você pode cobri-los agora? A resposta depende de quais dois cantos você remove. Porque? E se você não se restringir mais a remover cantos, o que acontecerá então?

— Preenchendo regiões com formas — Análise —

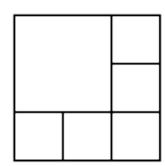
Deixe seu filho brincar com isso antes de revelar a idéia de colorir. Se eles brincarem com tabuleiros pequenos, podem descobrir a regra por conta própria, e isso é sempre melhor.

Uma observação que ajuda muito nessa questão é usar a coloração das casas do tabuleiro de xadrez. Se você pegar as peças de 1 por 2 e colorir um quadrado de branco e o outro de preto, verá uma coisa interessante ocorrer. Cada peça deve cobrir um quadrado de cada cor. Não apenas k quadrados cobrirão 2xk quadrados, mas eles cobrirão k quadrados brancos ek quadrados pretos - o mesmo número de quadrados de cada cor. Usando essa ideia, torna-se óbvio que se você remover mais quadrados de uma cor do que de outra, será impossível cobrir o tabuleiro.

Se seu filho está gostando dessas perguntas, comece a usar outras formas para preencher o quadro. Brinque com o preenchimento com 1 por 3 peças ou com 3 quadrados em forma de L. Que padrões e regras você descobre com eles? Que outras formas podem ser interessantes para brincar?

— Preenchendo quadrados com quadrados — Introdução —

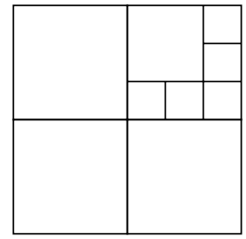
De que forma você pode preencher um quadrado com outros quadrados, onde os outros quadrados não precisam ser todos do mesmo tamanho? No entanto, os comprimentos não podem ser números totalmente aleatórios - o comprimento lateral de cada quadrado deve ser algum número inteiro múltiplo de comprimento fixo. A questão a investigar é: Quais são todos os números de quadrados possíveis? Além disso, se você sabe que um número é possível, existe uma maneira fácil de descrever como fazê-lo?



Deixe seu filho brincar com ele por muitos dias e não tenha pressa para encontrar a resposta. Existem muitas maneiras diferentes de apresentar ideias para esta investigação, portanto, seja flexível e trabalhe com as ideias de seu filho. Aqui está um diagrama mostrando como 6 é possível.

Apresentar alguns exemplos rápidos é sempre uma boa ideia. Quebrar o grande quadrado em quadrados de tamanhos iguais é um começo fácil. Disso você sabe que todos os números quadrados (1, 4, 9, 16, 25, ...) funcionam.

Trabalhando com o exemplo de 6 quadrados, podemos usar um grande quadrado de qualquer tamanho e colocar quadrados de 1 por 1 em dois de seus lados. Fazendo isso para quadrados cada vez maiores (1 por 1, 2 por 2, 3 por 3, ...), obtemos 1 + 3 = 4, 1 + 5 = 6 (como ilustrado), 1 + 7 = 8, 1 + 9 = 10 , e assim por diante. Portanto, todos os números pares que começam com 4 podem ser feitos dessa maneira.



Uma ideia poderosa que resolve isso rapidamente é ver que podemos pegar um diagrama que funciona e substituir um de seus quadrados por outro diagrama que funciona. Portanto, por exemplo, se você pegar um 2 por 2 simples preenchido com 4 quadrados de 1 por 1 e substituir um desses quadrados de 1 por 1 pelo exemplo de 6 quadrados, obterá o diagrama mostrado à direita com 9 quadrados.

Como um quadrado está sendo substituído por um diagrama de n-quadrados, a mudança líquida no número de quadrados é somar n-1 deles. Isso significa que podemos pegar um número que funcione e adicionar múltiplos de um a menos a qualquer outro número que funcione. Em particular, podemos adicionar múltiplos de 4 -1 = 3 a qualquer outro número que funcione - os mais fáceis de somar 3 são todos os números pares começando com 4.

Colocando tudo junto diz que os números 1, 4, 6, 7, 8, 9, ... todos funcionam, e é fácil ver pelo menos uma maneira simples de construí-los. Também é fácil se convencer de que 2, 3 e 5 são impossíveis.

Se seu filho gosta de explorar essa questão, explore as variações desse tema. Suponha que você permita apenas quadrados de certos tamanhos - como 1 por 1, 2 por 2 e 3 por 3. Ou talvez permita apenas 2 por 2 e 3 por 3. Veja quais perguntas levam a resultados interessantes e quais não são tão interessantes .

Outra direção a se olhar é preencher outras figuras com figuras que tenham a mesma forma. Por exemplo, faça a mesma pergunta para triângulos regulares (triângulos com todos os lados do mesmo comprimento). Alguns números são interessantes para investigar desta forma, e alguns não são nada interessantes - quais?

Capítulo 5 — Jogo do produto

— Introdução —

Use um pedaço de papel compartilhado preenchido da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

1	2	3	4	5	6	7	8	9

O primeiro jogador move uma ficha para qualquer número de 1 a 9 nos quadrados de 1-9 na linha inferior. O segundo jogador coloca outra ficha em um dos quadrados de 1-9 na linha inferior e reivindica o produto na grade de 6 por 6. A partir de então, cada jogador escolhe mover um dos dois tokens e reivindicar o produto (se puder). O primeiro jogador a reivindicar 3 quadrados consecutivos vence. Misture os números dos produtos na grade de 6 por 6 para dar ao seu filho uma melhor prática na identificação dos produtos.

Esses tabuleiros de jogo podem ser feitos do tamanho que você quiser, embora eles se tornem bem grandes rapidamente. Aqui estão alguns painéis maiores com os intervalos de números maiores correspondentes abaixo deles.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
50	54	56	60	63	64
70	72	80	81	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

★	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	14
15	16	18	20	★	21	22
24	25	27	28	30	32	33
35	36	40	42	44	45	48
49	★	50	54	55	56	60
63	64	66	70	72	77	80
81	88	90	99	100	110	121

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

★	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	★	12	14	15
16	18	20	21	22	24	25	27
★	28	30	32	33	35	36	40
42	44	45	48	★	49	50	54
55	56	60	63	64	66	70	72
★	77	80	81	84	88	90	96
99	100	108	110	120	121	132	144

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Os quadrados com estrelas vermelhas são quadrados “livres” e podem ser usados por qualquer um dos lados conforme necessário.

Capítulo 5 — Calculadoras limitadas

— Introdução —

Suponha que você tenha uma calculadora que está muito quebrada e seja desafiado a produzir algum resultado na calculadora. Você pode criar uma grande variedade de cenários que podem fornecer desafios interessantes com uma descrição rápida do quebra-cabeça. Esta atividade é fácil de jogar oralmente sempre que você tiver um momento livre. Aqui estão alguns exemplos para você começar.

Embora existam alguns momentos em que a matemática mais profunda esteja ocorrendo nessas questões, a maioria deles são problemas inteiramente para a diversão de brincar com eles.

1a) Suponha que você tenha uma calculadora com +, -, x e /, mas apenas uma tecla numérica funcional, o 4. Você conseguiu o resultado 21? Em caso afirmativo, qual é o menor número de etapas de que você precisa?

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4/4 = 21 é uma maneira, mas existem muitas outras maneiras de fazê-lo. Outro é 4 x (4 + 4/4) + 4/4. O objetivo é brincar e aproveitar a exploração.

1b) Suponha que você possa usar 4 no máximo quatro vezes - quais números você pode produzir? Suponha que você tenha que usar o 4 exatamente quatro vezes.

À medida que os recursos matemáticos de uma criança aumentam, o problema dos quatro 4 é um quebra-cabeça divertido. Neste ponto, as escolhas de seu filho são bastante limitadas, mas ainda é muito divertido brincar com ele. Será particularmente difícil fazer muitos dos números sem dividir ou usar decimais. Não se preocupe em colocar todos os números em ordem - apenas crie o máximo possível de números diferentes.

Aqui estão alguns exemplos apenas para você começar.

1 = (4/4) x (4/4) = 44/44

2 = 4 / ((4 + 4) / 4)

3 = (4 + 4 + 4) / 4

4 = (4 - 4) x 4 + 4

6 = 4 + (4 + 4) / 4

7 = 44/4 - 4

8 = (4 + 4) x (4/4) = 4 + 4 + 4 - 4

32 = 4 x 4 + 4 x 4

1c) Brinque com outros números únicos e criando outros resultados.

2a) Suponha que sua calculadora pudesse somar apenas 4 ou 7. Quais números você poderia produzir?

Este é o resultado que vimos várias vezes até agora. Começando em (4 - 1) x (7 - 1), você pode alcançar todos os números adicionando múltiplos de 4 e 7. 18 = 2 x 7 + 4, 19 = 3 x 4 + 7, 20 = 5 x 4, 21 = 3 x 7 e assim por diante.

2b) Suponha que tenha 4 ou 7, mas pode somar e subtrair. Que números você poderia produzir?

Você pode produzir todos os números dessa maneira.

2c) Substitua 4 e 7 por outros pares de números. O que acontece com esses pares?

Na Teoria dos Números, isso é chamado de Teorema de Bezout. O resultado diz que, combinando múltiplos de dois números, você pode produzir qualquer múltiplo do maior divisor comum dos dois números.

3) Suponha que você só tivesse uma chave 1 e só pudesse somar ou dobrar. Por exemplo, 2 x (2 x 1) + 1 é 5. Que outros números você pode criar?

Esta é uma pergunta sobre números binários disfarçados. Não é importante para o seu filho perceber ou compreender isso, é apenas para brincar. Qualquer número pode ser escrito em binário, portanto, todos os números podem ser obtidos combinando a duplicação com a adição de 1. Por exemplo, 21 é 16 + 4 + 1. Portanto, 21 = 2 x (2 x (2 x (2 x 1) + 0) + 1) + 0) + 1.

Capítulo 5 — Dobrar ou Nada

— Introdução —

Os jogadores começam o jogo escolhendo secretamente 5 números distintos maiores que 20 e não maiores que 120. Depois de selecionados, eles são escritos onde todos podem vê-los. Usando cartões numéricos ou algum outro dispositivo, um número aleatório de 1 a 20 é criado. Esse número é repetidamente dobrado até que o número de alguém seja acertado pela primeira vez ou o número fique maior que 120. O primeiro jogador a ter todos os cinco números acertados é o vencedor.

— Análise —

A questão é: Quais são os cinco melhores números para escolher? Aqui estão algumas idéias para pensar.

Regra: sempre escolha um número que seja uma potência de 2 vezes um número de 1 a 20.

Se você escolher um número como 23 ou 46, eles nunca serão atingidos e você certamente perderá.

Regra: nunca escolha um número que seja duas vezes outro número que você poderia ter escolhido, mas não escolheu.

Se você escolher 44, por que não escolher 22? Se a outra pessoa escolher 22, você perderá uma rodada.

Análise adicional: Os números de 1 a 20 têm a mesma probabilidade de serem escolhidos. No entanto, como 9 leva a 18, 18 é duas vezes mais provável como ponto de partida do que, digamos, 11. Se você combinar as maneiras de obter inícios diferentes, os pontos de partida terão as seguintes probabilidades:

11 - 1/20 (de 11)

12 - 3/20 (de 3, 6 e 12)

13 - 1/20 (de 13)

14 - 2/20 (de 7 e 14)

15 - 1/20 (de 15)

16 - 5/20 (de 1, 2, 4, 8 e 16)

17 - 1/20 (de 17)

18 - 2 / 20 (de 9 e 18)

19 - 1/20 (de 19)

20 - 3/20 (de 5, 10 e 20)

Claramente, os melhores números para usar são múltiplos de 16, 12 e 20. Uma estratégia simples é usar os cinco números: 32, 64, 24, 48 e 40. Esses números nem sempre vencem, mas devem funcionar muito bem para você com o tempo.