



Capítulo 4 Material de bônus

— Introdução —

Você é alguém que gostaria que houvesse mais exemplos, discussões e comentários nas descrições intencionalmente breves das aulas? Se sim, você veio ao lugar certo! Este arquivo contém material bônus para algumas das atividades do capítulo 4.

Para quebra-cabeças, muitos exemplos de quebra-cabeças resolvidos são fornecidos, junto com comentários adicionais sobre como criá-los. O programa Early Family Math é baseado na ideia de que a matemática inicial é algo que uma família deve fazer juntas, e fazer quebra-cabeças para seu filho fazer com você é uma parte importante desse processo. Depois de pegar o jeito de cada quebra-cabeça, você descobrirá que a maioria, senão todos, os quebra-cabeças são bastante fáceis de criar.

Muitos desses quebra-cabeças têm diferentes níveis de dificuldade, e há muitas sugestões e exemplos nas próximas páginas sobre como criar esses níveis. Sempre comece com os quebra-cabeças mais fáceis. É muito melhor que seu filho tenha sucesso, compreensão e diversão com quebra-cabeças um pouco fáceis demais do que ficar frustrado, desanimado e superado por quebra-cabeças difíceis. Depois que seu filho adquirir confiança e entusiasmo para uma atividade matemática, é hora de aos poucos incorporar desafios maiores. Além disso, nem todos os quebra-cabeças serão divertidos para todos, então não force os quebra-cabeças e as atividades que parecem não se encaixar.

Isso é o que você encontrará nas seguintes páginas:

- **Capítulo 4 — Soma contida**
- **Capítulo 4 — Ilha Hopping - Compensação**
- **Capítulo 4 — DiffTriangles e SumTriangles**
- **Capítulo 4 — Ilha Hopping - Ignorar Contagem**
- **Capítulo 4 — Corrigir**
- **Capítulo 4 — Ilha Hopping por uns e Dezenas**
- **Capítulo 4 — Quebra-cabeças de Solitário**
- **Capítulo 4 — Soma Quadrado**
- **Capítulo 4 — Pirâmide de adição**
- **Capítulo 4 — Investigações**

— Coisas legais —

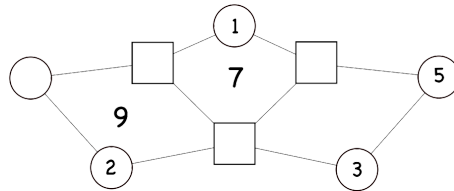
Cada família deve ter a oportunidade de aprender e desfrutar matemática juntos. Para esse fim, Early Family Math é uma coleção de materiais que famílias e educadores podem editar, traduzir, copiar e distribuir livremente, sem pedir permissão, apenas para uso não comercial.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.0 Creative Commons: Atribuição-NãoComercial 4.0 Licença Internacional

Capítulo 4 — Somas incluídas

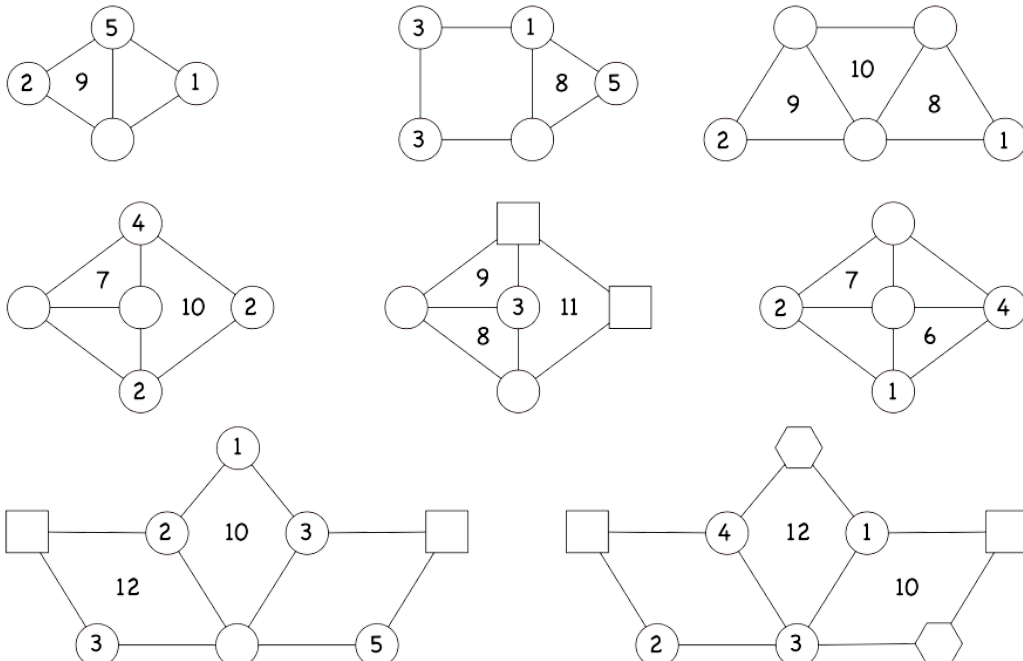
Estes quebra-cabeças têm formas conectadas por linhas. Cada região fechada possui um número que é a soma das formas que a circundam. Semelhante aos quebra-cabeças Shape Sums, os círculos podem ter qualquer valor, e o valor para uma forma não circular deve ser o mesmo que qualquer outra forma do mesmo tipo. Por exemplo, todos os quadrados devem ter o mesmo valor e todos os hexágonos devem ter o mesmo valor. Você pode opcionalmente adicionar a regra de que diferentes formas não circulares devem ter valores diferentes - por exemplo, que quadrados e hexágonos devem ter valores diferentes.

O quebra-cabeça para seu filho é descobrir os números nas formas e regiões que não são fornecidas.



Crie esses quebra-cabeças fazendo um diagrama de círculos e talvez algumas outras formas. Em seguida, preencha todas as figuras com números e preencha as regiões delimitadas com a soma das figuras que as cercam. Finalmente, remova alguns dos números.

Tal como acontece com os quebra-cabeças Shape Sums no Capítulo 3, comece com quebra-cabeças simples com apenas um ou dois números ausentes e avance lentamente para quebra-cabeças com mais números ausentes, mais regiões fechadas próximas umas das outras e mais uso de valores em regiões não circulares.



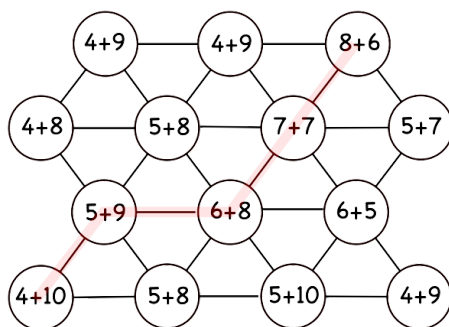
Capítulo 4 — Salto entre ilhas — Compensação

Usar a compensação para adição é uma maneira de tornar os problemas de adição muito mais fáceis. A ideia é retirar um valor de um dos números que está sendo adicionado e passá-lo para o outro número - o resultado permanece o mesmo, mas torna-se mais fácil trabalhar com um dos números.

Por exemplo, quando você adiciona $7 + 8$, se você tira 2 de 7 e dá para 8, o problema se torna $5 + 10$. Alternativamente, se você tira 3 de 8 e dá para 7, o problema torna-se $10 + 5$. Sempre que você puder transformar um dos números em um múltiplo de 10, terá um problema muito mais simples.

Esses quebra-cabeças fornecem prática na criação de novos problemas usando compensação. O desafio é encontrar um caminho que conecte todas as ilhas com a mesma resposta. Só é legal conectar duas ilhas se os números do problema diferirem por 1. Apenas algumas das ilhas estarão no caminho.

Faça esses quebra-cabeças começando com cerca de dez ilhas com algumas conexões. Identifique um caminho de uma extremidade das ilhas à outra. Ao longo desse caminho, coloque os problemas que diferem uns dos outros em um - talvez comece com um problema que envolve a adição de 10 e, em seguida, faça variações sobre ele. Nas ilhas próximas ao caminho, coloque problemas com pequenas mudanças que têm respostas diferentes.

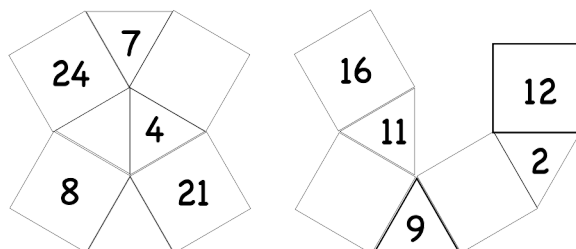


Realmente, há pouco a ser feito para variar a dureza desses quebra-cabeças. A introdução de caminhos falsos provavelmente levará mais à confusão do que a desafios e, portanto, geralmente é uma má ideia.

Capítulo 4 — DiffTriangles e SumTriangles

— DiffTriangles —

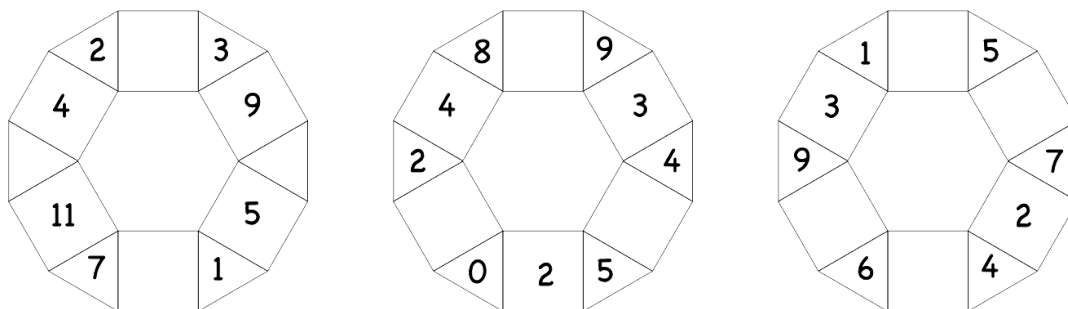
Os quebra-cabeças DiffTriangles têm triângulos e quadrados que compartilham os lados. Um triângulo sempre tem exatamente dois quadrados em seus lados, e o lado restante tem um triângulo ou está vazio. O número de um triângulo é a diferença dos dois quadrados adjacentes. O desafio é fornecer os números que faltam.



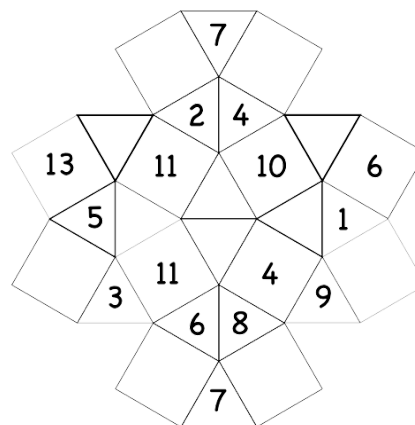
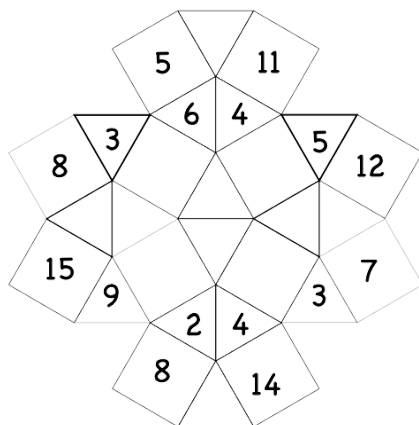
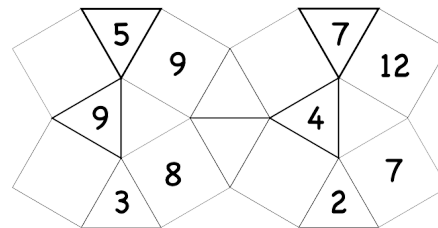
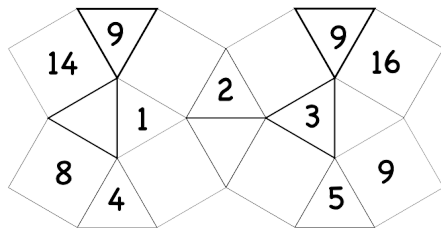
Construindo quebra-cabeças: Fazer quebra-cabeças sem loops é fácil. Desenhe uma sequência alternada de quadrados e triângulos, coloque os números começando em uma extremidade e, em seguida, trabalhe até a extremidade oposta. Quando terminar, remova alguns dos números. Fazer quebra-cabeças com loops ou interações mais complicadas é mais complicado; no entanto, o esforço compensa com alguns quebra-cabeças desafiadores!

Quando seu filho ficar muito confortável com isso, ele pode querer criar seus próprios quebra-cabeças novos. Eles devem se divertir e aprender muito descobrindo como os números se encaixam.

Estratégias para resolver: Os primeiros lugares a fazer são quaisquer triângulos entre dois quadrados preenchidos. Outro caso fácil é um quadrado próximo a um triângulo preenchido que possui um quadrado preenchido menor próximo a ele - neste caso, como não estamos trabalhando com números negativos, há apenas uma opção para preencher o quadrado vazio. O caso mais comum é um quadrado que tem dois valores possíveis olhando em uma direção e duas outras possibilidades olhando na outra direção - geralmente há apenas um número que se sobrepõe nessas possibilidades.

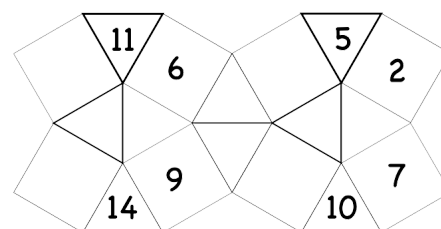
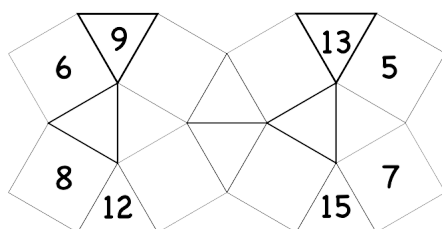
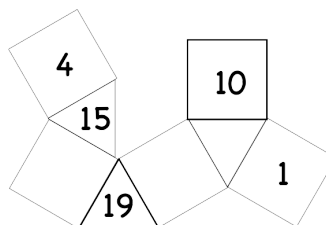
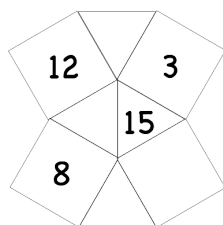


Aqui estão alguns exemplos com muitas interconexões.



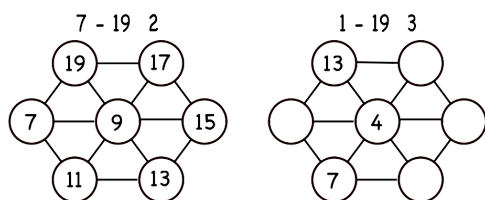
— SumTriangles —

Os quebra-cabeças SumTriangles são como DiffTriangles, mas usam adição em vez de subtração. O valor de um triângulo é a soma de seus dois ou três vizinhos quadrados. Faça esses quebra-cabeças usando métodos semelhantes a DiffTriangles. Os quebra-cabeças SumTriangles são geralmente mais simples de resolver do que DiffTriangles.



Capítulo 4 — Ilha Hopping — Skip Counting

Estes quebra-cabeças têm ilhas (círculos) conectadas por pontes (linhas). Nesta versão do Island Hopping, as conexões são feitas por contagem de saltos. Algumas das ilhas têm números escritos nelas e algumas começam em branco. Acima do quebra-cabeça estão o número inicial, o número final e o valor do salto. O desafio é preencher os números que faltam e encontrar o caminho. Você também pode colocar os números e espaços em branco em pedaços de papel no chão para fazer um quebra-cabeça de passos.

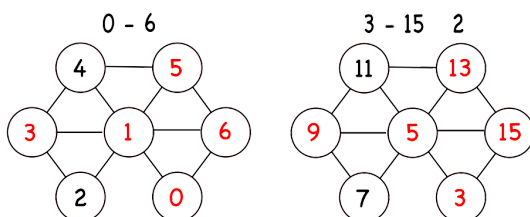


Assim como na atividade de contagem de pulsos, crie quebra-cabeças para praticar o avanço ou retrocesso começando com uma variedade de números, não apenas números que são múltiplos da quantidade de pulos.

Criar esses quebra-cabeças é o mesmo que criar os quebra-cabeças de salto de ilha - contando do início do Capítulo 2. Primeiro, preencha os números de contagem de salto, conecte essas ilhas na ordem correta e, em seguida, adicione algumas conexões adicionais para ajudar a fazer um quebra-cabeça fora dele. Na versão que você dá ao seu filho, remova alguns números, deixando números suficientes para que ainda possa ser descoberto.

Você pode revisar as estratégias de construção de quebra-cabeças descritas no Material de bônus do Capítulo 2 para Ilha Hopping - Contagem. Além disso, se você ainda tiver algum desses quebra-cabeças, é muito fácil converter um deles em um desses. Pegue o seguinte quebra-cabeça do Capítulo 2. Envolve a contagem de 0 a 6. Os números vermelhos são aqueles que normalmente seriam deixados de fora quando o quebra-cabeça fosse dado a seu filho. Para convertê-lo em um quebra-cabeça que começa em 3 e pula contagens por 2, basta multiplicar todos os números por 2 e adicionar 3 a eles, como na tabela abaixo. Depois disso, substitua os números originais pelos novos (deixando de fora os vermelhos, é claro).

	0	1	2	3	4	5	6
Mult. por 2	0	2	4	6	8	10	12
Adicionar 3	3	5	7	9	11	13	15



Capítulo 4 — Corrigir

Comece com uma grade de números 4 por 4 com uma soma desejada. O desafio é encontrar entradas para remover de forma que a soma dos números restantes em cada linha e coluna seja o destino. Uma versão alternativa usa somas alvo individuais para cada linha e coluna.

Faça esses quebra-cabeças colocando em pares ou triplos números que somam a soma desejada. Em seguida, preencha os espaços restantes com números de chamariz. Você pode torná-los mais complicados tendo pares alternativos ou triplos de números que funcionam parcialmente. Se o seu filho está gostando disso, mas acha que são muito fáceis, você sempre pode fazer maiores, de 4 por 5, 5 por 5 ou ainda maiores.

Estrelas vermelhas foram adicionadas aqui para mostrar quais entradas seriam removidas para que os quebra-cabeças funcionassem.

8				9				10				11			
6	3	5	2	7	4	5	2	3	3	6	4	8	3	5	4
2	1	4	5	2	1	4	6	7	1	2	6	1	1	4	7
3	4	1	3	3	4	4	1	4	6	1	4	3	8	1	3
6	4	2	5	6	4	5	3	6	4	8	2	7	5	7	4

Aqui estão dois quebra-cabeças usando somas de destino individuais para as linhas e colunas.

6	3	7	8	16
2	1	4	5	9
3	4	7	3	10
5	6	3	5	11
11	9	18	8	

0	6	5	2	8
7	8	5	4	12
2	7	1	4	9
3	1	9	8	17
9	13	14	12	

Capítulo 4 — Ilha saltando por uns e dezenas

Uma grade retangular de números é dada com alguns dos números preenchidos. O desafio é preencher os números restantes de modo que quaisquer dois números que compartilham um lado difiram apenas em um único lugar, e a diferença dos dígitos nesse local é 1 (incluindo ir entre 0 e 9). Nenhum número pode ser usado mais de uma vez em toda a grade. Fazer referência a um gráfico 100 pode ser útil para os solucionadores iniciantes.

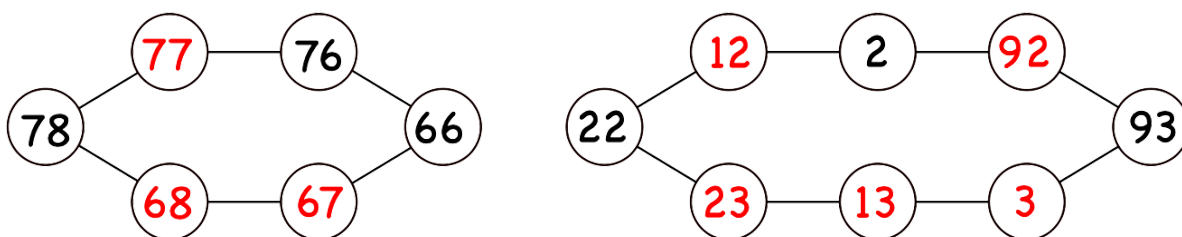
Faça este quebra-cabeça pegando uma grade vazia e preenchendo-a com números, sem nenhum número repetido. Em seguida, remova alguns dos números, certificando-se de que não seja muito difícil para seu filho. Nestes exemplos, os números vermelhos são os que faltam.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

Usando apenas números de um e dois dígitos, não há muitos truques que possam ser introduzidos. No entanto, eles são uma ótima prática para pensar sobre o valor posicional. Uma ruga que pode surpreender seu filho são as transições como 95 a 5 a 15 ou 11 a 10 a 0 a 9 - eles podem não perceber que há um 0 na casa das dezenas para números de um dígito e podem se surpreender com 0 e 9 sendo conectado.

As grades são uma forma natural de apresentar esses problemas. No entanto, os quebra-cabeças também podem ser representados da mesma maneira que outros quebra-cabeças Island Hopping usando círculos, e esta representação permite alguma liberdade adicional na criação de quebra-cabeças.



Capítulo 4 — Quebra Cabeças de Solitário

— Triângulos Mágicos —

Faça um triângulo de seis círculos com três círculos de um lado. Nos círculos, use cada um dos números de 1 a 6 uma vez para que cada lado do triângulo tenha a mesma soma. Isso envolve dois desafios - descobrir quais somas funcionarão e, em seguida, descobrir como obtê-las. É melhor deixar seu filho brincar com isso para descobrir quais somas são possíveis, mas se a frustração vencer, as somas possíveis são 9, 10, 11 e 12.

Se seu filho gosta de descobrir isso, isso pode ser feito por triângulos maiores também. Para um triângulo com nove círculos com quatro círculos em um lado, as somas possíveis são 17, 19, 20, 21 e 23.

Como em tantos quebra-cabeças para essa faixa etária, o principal motivo para seu filho brincar com ele é encorajar a diversão explorando como os números interagem uns com os outros e praticar fatos numéricos. Eles ainda não possuem as habilidades matemáticas ou de raciocínio para serem sistemáticos em sua exploração. No entanto, esses quebra-cabeças podem ser explorados mais profundamente, e aqui estão algumas idéias para se aprofundar se você ou uma criança mais velha estiver interessada.

Deixe o SUM representar a soma de um lado do triângulo. Se você somar os três lados do triângulo, o total será $3 \times \text{SUM}$. No entanto, o total dos três lados também será a soma de todos os números mais uma cópia extra para cada vértice do triângulo. Seja C-SUM a soma dos valores nos três cantos. Terminamos com a relação que $3 \times \text{SUM} = (\text{Total de todos os números}) + \text{C-SUM}$.

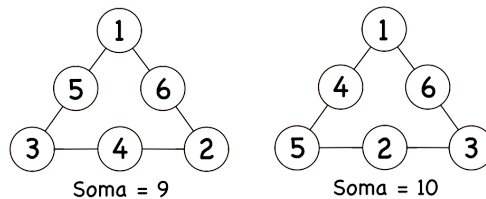
Quebra-cabeça de 6 círculos. Aplique isso ao triângulo com seis círculos. A soma de todos os números é a soma dos números de um a seis, que é 21. Portanto, a equação torna-se $3 \times \text{SUM} = 21 + \text{C-SUM}$. O menor C-SUM pode ser $1 + 2 + 3 = 6$, e o maior que pode ser é $4 + 5 + 6 = 15$. Então, $3 \times \text{SUM}$ está entre $21 + 6 = 27$ e $21 + 15 = 36$. Isso força SUM a ser 9, 10, 11, 12. Observe também que $\text{C-SUM} = 3 \times \text{SUM} - 21$, que é útil para encontrar os cantos.

Outra coisa a se notar é a simetria dos valores possíveis. O que está causando essa simetria é que para cada solução, há outra solução criada subtraindo todos os números de 7 (ou de 10 para o quebra-cabeça de nove círculos). Um pequeno cálculo mostrará que essa simetria pega um quebra-cabeça com soma SUM e cria um novo com soma $(21 - \text{SUM})$ (ou $40 - \text{SUM}$ para o quebra-cabeça de nove círculos).

A última coisa a notar antes de nos aprofundarmos nos números reais é que, para qualquer solução para os três cantos, podemos supor que eles estão em ordem crescente no sentido horário, com o menor número no topo. Se eles não estiverem nessa configuração para começar, você pode girar ou inverter o diagrama até que estejam.

Todas essas observações economizam muito trabalho. Precisamos apenas olhar para SUM igual a 9 e 10, e apenas precisamos ter os cantos em ordem crescente. Se SUM for 9, então $\text{C-SUM} = 3 \times 9 - 21 = 6$, então o trio é 1, 2 e 3. Se SUM for 10, então $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$. Isso deixa duas possibilidades - valores de canto de 1, 2 e 6, ou 1, 3 e 5. Um teste rápido descarta 1, 2 e 6 como uma possibilidade.

Depois de muito trabalho, temos as soluções para SUM sendo 9 e 10 para o quebra-cabeça de seis círculos. Lembre-se de que você pode obter as soluções para SUM sendo 11 e 12 subtraindo todas as entradas do



quebra-cabeça circular 7.9. Use a mesma abordagem para o quebra-cabeça de 9 círculos. A soma dos números de 1 a 9 é 45. Portanto, $3 \times \text{SUM} = 45 + \text{C-SUM}$. O menor C-SUM pode ser $1 + 2 + 3 = 6$, e o maior pode ser $7 + 8 + 9 = 24$. Portanto, $3 \times \text{SUM}$ está entre $45 + 6 = 51$ e $45 + 24 = 69$, que força SUM a estar entre 17 e 23. Tomando uma solução e subtraindo todas as entradas de 10 dá os seguintes pares de SUM: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21 e 20 - 20. Portanto, as soluções são necessárias apenas para 17, 18, 19 e 20. Os valores correspondentes para C-SUM são 6, 9, 12 e 15.

SUM = 17 e C-SUM = 6. Para isso, os cantos devem ser 1, 2, 3 e trabalho.

SUM = 18 e C-SUM = 9. Para isso, os cantos devem ser 1, 2, 6 ou 1, 3, 5. Nenhum dos dois funciona.

SUM = 19 e C-SUM = 12. Existem algumas possibilidades para os cantos, mas as únicas combinações que funcionam são 1, 4, 7 e 2, 3, 7.

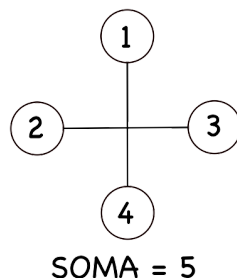
SUM = 20 e C-SUM = 15. Lá são muitas combinações para os cantos, e muitos deles funcionam. Dois que funcionam são 1, 5, 9 e 2, 5, 8.

— Projetos mágicos —

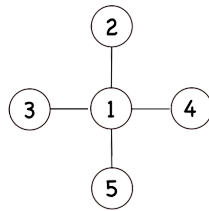
Similar em Magic triângulos, estes círculos têm ligados num padrão geométrico e um grupo associado de números. Coloque os números nos círculos de forma que cada linha reta de círculos conectados tenha a mesma soma.

A análise desses quebra-cabeças é semelhante ao que foi feito para os Triângulos Mágicos. Seja SUM a soma comum de todas as linhas. Seja c o valor do círculo do meio, para quebra-cabeças que possuem um. A estratégia geral será somar todas as linhas e investigar a relação revelada. Observe também que, assim como para os Triângulos Mágicos, uma nova solução pode ser criada subtraindo todas as entradas de um a mais do que o maior número.

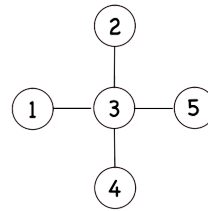
1. Os números de 1 a 4 têm a forma de um sinal de mais, sem círculos em comum. Os números de 1 a 4 somam 10, e isso é dividido igualmente entre as duas direções. Então SUM = 5 e a resposta é fácil.



2. Os números de 1 a 5 estão em um sinal de mais com um círculo em comum no meio. Os números de 1 a 5 somam 15. Somando as duas direções, obtém-se $2 \times \text{SUM} = 15 + c$. Como $15 + c$ deve ser par, c pode ser 1, 3 e 5. Obtenha a solução para $c = 5$ ($\text{SUM} = 10$) da solução $c = 1$ subtraindo todos os números de 6.

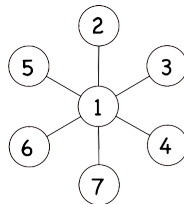


$c = 1 \quad \text{SOMA} = 8$

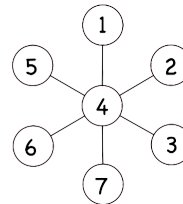


$c = 3 \quad \text{SOMA} = 9$

3. Os números de 1 a 7 estão em linhas de 3 círculos com um círculo comum no meio. Somando as três direções, obtém-se $3 \times \text{SUM} = 28 + 2 \times c$. Como 3 divide igualmente $28 + 2 \times c$, isso força c a ser 1, 4 ou 7. As soluções para $c = 1$ e 4 são fornecidas.

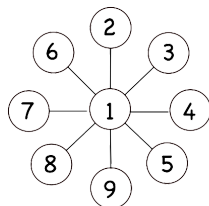


$c = 1 \quad \text{SOMA} = 10$

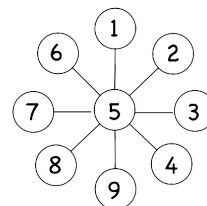


$c = 4 \quad \text{SOMA} = 12$

4. Os números de 1 a 9 estão em linhas de 3 círculos com um círculo comum no meio. Somando as quatro direções dá $4 \times \text{SUM} = 45 + 3 \times c$. Como 4 divide igualmente $45 + 3 \times c$, isso força $c = 1, 5$ ou 9 .



$c = 1 \quad \text{SOMA} = 12$

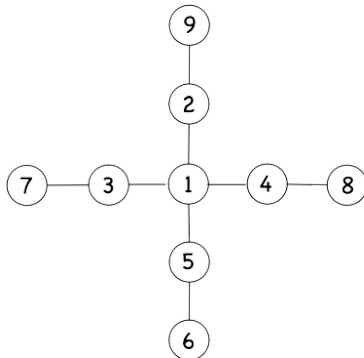


$c = 5 \quad \text{SOMA} = 15$

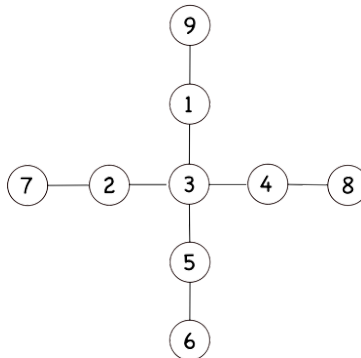
5. Os números de 1 a 5 são colocados em forma de L com um círculo em comum no canto. Este é realmente o mesmo que o problema nº 2, então as soluções são essencialmente as mesmas.

6. Os números de 1 a 8 estão em um sinal de mais sem círculos em comum. As duas direções dividem igualmente 36, a soma de todos os números, então $\text{SUM} = 18$. Existem muitas maneiras de resolver isso dividindo o conjunto de números em dois grupos que somam 18. Uma solução é 1, 2, 7, 8 e 3, 4, 5, 6 e outro é 1, 3, 6, 8 e 2, 4, 5, 7.

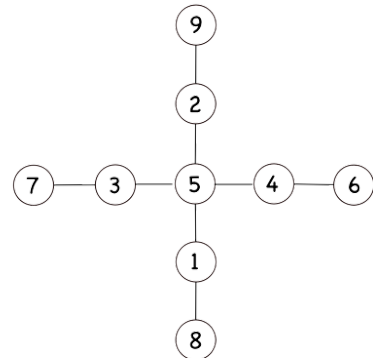
7. Os números de 1 a 9 estão em um sinal de mais com um círculo em comum no meio . Somando as duas direções dá $2 \times \text{SUM} = 45 + c$, então $c = 1, 3, 5, 7$ e 9 . Soluções para $c = 1, 3$ e 5 são fornecidas.



$c = 1 \quad \text{SOMA} = 23$

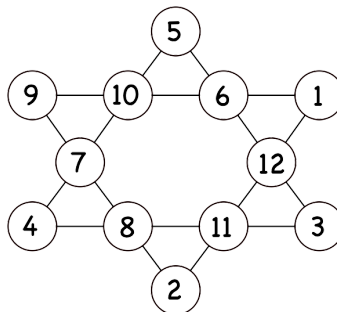


$c = 3 \quad \text{SOMA} = 24$

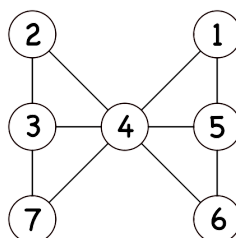


$c = 5 \quad \text{SOMA} = 25$

8. Os números de 1 a 12 estão em forma de estrela. Isso tem 6 direções de linhas de 4 círculos. Este é muito mais difícil do que os outros. Se você somar todas as direções, cada número será envolvido duas vezes. Os números de 1 a 12 somam 78. Assim, temos $6 \times \text{SUM} = 2 \times 78$, o que significa $\text{SUM} = 26$ (conforme fornecido na dica). Uma solução é fornecida abaixo. Como sempre, outra solução pode ser obtida subtraindo todas as entradas de 13.



9. Os números de 1 a 7 estão em forma de H - 3 verticalmente à esquerda, 1 no centro, 3 verticalmente à direita. Existem 5 linhas possíveis de 3 círculos conectados. Se as 5 direções forem somadas, todos os círculos serão usados duas vezes, com exceção do centro que é usado três vezes. Somando as cinco direções, obtemos $5 \times \text{SUM} = 2 \times 28 + c$. Como 5 divide $56 + c$ uniformemente, isso força $c = 4$ e, nesse caso, $\text{SUM} = 12$ (como dado



na dica). Observe que nem 2 nem 3 podem estar do mesmo lado que o 1, e isso leva à seguinte solução.

Capítulo 4 — Quadrado da soma

Comece com uma grade de 3 por 3 que tenha as somas desejadas fornecidas para cada linha e coluna. Alguns dos números de 1 a 9 já estão colocados na grade. Para os números que ainda não foram colocados, o desafio é colocá-los de forma que as somas das linhas e colunas sejam os valores alvo.

Para fazer um desses quebra-cabeças, comece colocando pedaços de papel com os números de 1 a 9 em uma grade 3 x 3. Para cada linha e coluna, escreva a soma à direita ou abaixo. Em seguida, remova alguns dos números da grade. Por fim, entregue os pedaços de papel que você removeu para seu filho e pergunte "onde estavam eles?" Por serem tão fáceis de criar, eles são ótimos quebra-cabeças para seu filho criar e você resolver.

Uma variação que mantém as somas um pouco menores é usar os números de 0 a 8. Uma variação mais difícil é fazer a mesma coisa com os números de 1 a 12 em uma grade de 3 por 4, ou mesmo de 1 a 16 em uma grade de 4 por 4.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Fazer o quebra-cabeça preenchido original é bastante fácil. Como mencionado acima, basta inserir todos os números e anotar as somas. O desafio para o fabricante do quebra-cabeça é remover apenas a quantidade certa de informações para que o quebra-cabeça seja desafiador, mas não muito difícil.

Estratégias para resolver e criar: comece preenchendo os quadrados que são os números que faltam em uma linha ou coluna. O mais à esquerda desses três quebra-cabeças é muito fácil de resolver porque, depois que o 5 e o 7 são preenchidos, o 3 e o 2 são fáceis de resolver e, por último, o 8 será fácil - resolver cada singleton cria novos singletons que são fácil de calcular.

Os quebra-cabeças fáceis de calcular são uma boa prática para o seu filho, então não se preocupe em torná-los complicados.

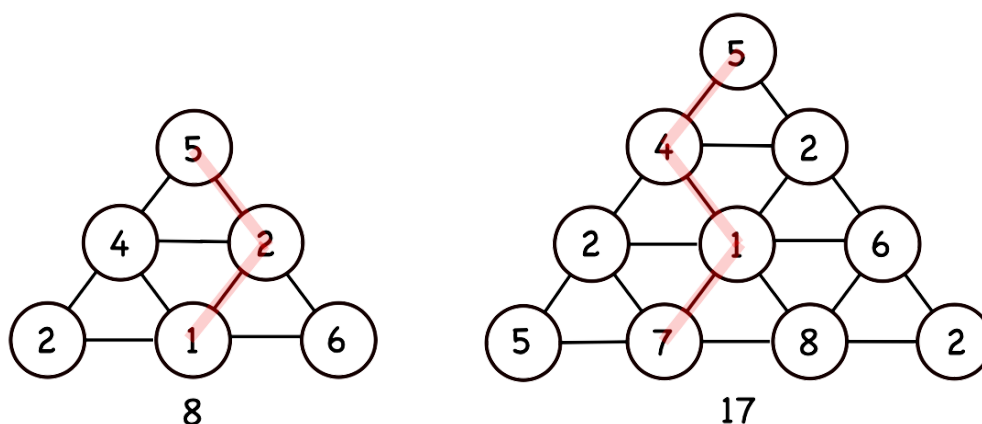
O quebra-cabeça do meio é um pouco mais difícil. Não há singletons. Uma boa estratégia para isso é procurar linhas ou colunas que tenham somas ausentes particularmente grandes ou pequenas - elas terão relativamente poucas opções para escolher. A linha inferior e a coluna mais à direita são bons lugares para começar neste quebra-cabeça. Os números que faltam na linha inferior somam 16, portanto, devem ser 7 e 9. O 9 não pode ir para a coluna com o 6 (a soma seria muito grande para essa coluna), então isso coloca o 7 e o 9. O resto segue como no quebra-cabeça anterior.

No quebra-cabeça mais à direita, dois dos números laterais são deixados de fora. Depois que seu filho perceber que os números laterais somam 45, que é a soma dos números de 1 a 9, é fácil preencher um único número lateral que está faltando.

Capítulo 4 — Pirâmide de adição

Uma pirâmide de 10 números colocados em 4 linhas é fornecida com um número de destino. O desafio é encontrar um caminho através da pirâmide usando um número de cada linha de forma que a soma dos números seja o número alvo. Os números no caminho devem se tocar.

Faça um desses quebra-cabeças preenchendo os números que deseja formar no caminho e registre a soma desses números. Em seguida, preencha os números de chamariz restantes na pirâmide. O número de caminhos possíveis através da pirâmide dobra com a adição de cada linha, portanto, fazer pirâmides maiores é uma maneira de desafiar uma criança que acha fácil o quebra-cabeça de 10 números. Para uma criança que acha difícil um quebra-cabeça de 10 números, comece com os quebra-cabeças de 6 até que se tornem fáceis e rápidos de resolver.



Para quebra-cabeças maiores, pode ser um desafio para o fabricante de quebra-cabeças garantir que haja apenas um caminho correto na pirâmide. Não se preocupe muito com isso. Mesmo que seja bom se houver apenas um caminho, seu filho vai gostar de mostrar que existe mais de uma maneira de resolvê-lo.

Capítulo 4 — Investigações

— PÉTALAS DE FLORES —

INVESTIGAÇÃO

Em um jardim mágico, existem dois tipos de flores. Um tem 4 pétalas e o outro 7 pétalas. Pediu-se a uma criança que colhesse algumas flores de forma que o número total de pétalas fosse 13. Poderia ser feito? Que tal 15 pétalas? Para qual número de pétalas isso é possível? Para números possíveis, isso pode ser feito de mais de uma maneira? Por exemplo, 32 pétalas são quatro 7's e um 4, e também são oito 4's.

Ao tentar muitos pares de números, existem muitos exemplos para brincar. Para alguns pares de números, chega-se a um ponto em que todos os números de pétalas são possíveis e, para outros pares de números, esse ponto não existe. Para 4 e 7, todos os números de 18 em diante são possíveis. Para 3 e 6, não há ponto após o qual todos os números ocorram.

Qual é o padrão e o que cria esse padrão? Essas são muitas vezes as perguntas que surgem e é onde muitas coisas interessantes acontecem.

É mais fácil ver o que acontece quando algum número divide ambos os números igualmente. Pegue 3 e 6, por exemplo. Pense nesses números como 1×3 e 2×3 . Quando você soma esses números, sempre obterá um número de 3. Não há como somar 3 e 6 para obter 10, porque 10 não é um múltiplo de 3.

Quando 1 é o único número que divide os dois números igualmente, sempre chegará um ponto em que todos os números podem ser obtidos. Para 4 e 7, esse número é 18. Para encontrar esse número, subtraia 1 de cada um dos números do par e multiplique esses novos números. Nesse caso, isso dá $3 \times 6 = 18$. Outra faceta interessante dessa situação é que exatamente metade dos números abaixo de 18 serão alcançáveis. Por que isso funciona exige matemática um pouco sofisticada demais para uma criança; no entanto, é divertido brincar com esses cálculos e as experiências de seu filho com esses padrões podem repentinamente se encaixar muito mais tarde.

— PASSOS DE ESCALADA — QUANTAS MANEIRAS —

INVESTIGAÇÃO

Suponha que seu filho goste de dar dois passos de cada vez às vezes, mas um de cada vez às vezes. Se seu filho quiser subir alguns degraus, uma pergunta natural é: De quantas maneiras isso pode ser feito?

Por exemplo, para 0 passos, há apenas uma maneira - você apenas fica parado. Para uma etapa, há uma maneira - você dá uma única etapa. Para duas etapas, você pode executar uma etapa dupla ou duas etapas simples.

Seu filho deve contar cuidadosamente muitos casos disso e fazer uma tabela com os resultados. Quando há muitas informações, uma tabela geralmente ajuda a organizar as informações e permite que os padrões se destaquem. A tabela ficaria assim (ok, ir além de 6 pode exigir muita paciência, mas aqui estão os números):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Depois de olhar para esses números, seu filho pode notar que cada par de números consecutivos soma o próximo número. Por que isso acontece? Esses números são chamados de Números de Fibonacci. A regra para criar os números de Fibonacci oficiais é que cada número é a soma dos dois anteriores. Isso também acontece para as etapas. Hmmm ...

Vamos examinar um exemplo - digamos 5 etapas. As 8 possibilidades são: $1 + 1 + 1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 2 + 1$, $1 + 2 + 1 + 1$, $2 + 1 + 1 + 1$, $2 + 2 + 1$, $1 + 1 + 1 + 2$, $1 + 2 + 2$ e $2 + 1 + 2$. As primeiras 5 possibilidades usam 1 para o último movimento e as 3 últimas possibilidades usam 2 para o último movimento. Isso explica tudo - você pode subir 5 etapas subindo 4 etapas e dando mais 1 etapa, ou subindo 3 etapas e subindo mais 2 etapas. O número de maneiras de subir 5 degraus é exatamente igual à soma do número de maneiras de subir 4 degraus mais o número de maneiras de subir 3 degraus.

Os padrões são frequentemente compreendidos examinando-se pacientemente os exemplos, organizando os dados, examinando-os de perto e buscando explicações de por que as coisas acontecem da maneira que acontecem. Este é um bom hábito a desenvolver em seu filho.

— ESCALA DE EQUILÍBRIO —

INVESTIGAÇÃO

Uma balança é um dispositivo simples para dizer quando duas coisas têm exatamente o mesmo peso. A balança geralmente é fornecida com um conjunto de pesos que são usados para medir o peso de outros objetos. Existem muitas investigações interessantes que você pode fazer se restringir os pesos que tem permissão para usar.

Um tipo de peso: suponha que você tenha muitos pesos, mas são todos iguais - digamos, 5 unidades. Então, as únicas coisas que você pode pesar exatamente são objetos que são múltiplos de 5 (como pular a contagem por 5).

Dois tipos de pesos - um lado: suponha que você tenha muitos pesos de 4 unidades ou 7 unidades e os use apenas em um lado da balança. As coisas que você pode pesar são os mesmos números que você encontrou na investigação das pétalas da flor. Para 4 e 7, a partir de 18 unidades, você pode pesar tudo com exatidão. Se os pesos são 4 unidades e 6 unidades, você só pode pesar números pares começando com 4.

Dois tipos de pesos - ambos os lados: depois de fazer a investigação com dois tipos de pesos em um lado, seu filho pode se surpreender se você perguntar a eles pesar um item de 3 unidades, ou mesmo um item de 1 unidade, com 4 e 7. O truque é colocar alguns pesos de um lado e outros pesos do outro lado. Por exemplo, verifique se um item pesa 3 unidades colocando-o com um peso de 4 unidades e veja se ele equilibra com um peso de 7 unidades. Da mesma forma, verifique se um item pesa 1 unidade colocando-o com um peso de 7 unidades e veja se ele se equilibra com dois pesos de 4 unidades.

Há um importante teorema matemático denominado Teorema de Bezout oculto nesta investigação. Seu filho não precisa saber sobre esse teorema neste momento, mas não é legal que uma criança pequena possa brincar com matemática avançada!

Pesos de duplicação: O que acontece se você tiver um peso para cada um dos pesos na progressão de duplicação 1, 2, 4, 8 e 16? De quantas maneiras você pode pesar algo que pesa 13? Qual é o maior peso que você pode medir?

Depois de alguma investigação, você descobrirá que pode pesar tudo até um menos do que o dobro do peso mais alto - neste caso, 31. Além disso, cada item que você pode pesar só pode ser pesado de uma maneira - por exemplo, $13 = 1 + 4 + 8$, e não há outra maneira de fazer isso. Muito legal! Esta situação está relacionada ao sistema numérico binário.

Pesos de Fibonacci: O que acontece se os pesos estiverem nos Números de Fibonacci? Existe mais de uma maneira de pesar alguns pesos? Encontre uma restrição que faria com que houvesse apenas um caminho para cada peso.

Suponha que você tenha um de cada para os pesos 1, 1, 2, 3, 5, 8 e 13. Com isso, $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$. O que está causando a duplicação é que a regra de Fibonacci cria mais de uma maneira de escrever os números de Fibonacci em termos de si mesmos - por exemplo, $2 = 1 + 1$ e $8 = 5 + 3$. A maneira de corrigir esse problema é insistir que você não pode usar dois números de Fibonacci que sejam vizinhos um do outro na sequência. Quando você adiciona essa restrição, a única maneira de obter 10 é $2 + 8$.