



# Capítulos 1-2 Material de bônus

## — Introdução —

Você é alguém que gostaria que houvesse mais exemplos, discussões e comentários nas descrições intencionalmente breves das aulas? Se sim, você veio ao lugar certo! Este arquivo contém material bônus para algumas das atividades dos capítulos 1 e 2.

Para quebra-cabeças, muitos exemplos de quebra-cabeças resolvidos são fornecidos, junto com comentários adicionais sobre como criá-los. O programa Early Family Math é baseado na ideia de que a matemática inicial é algo que uma família deve fazer junta, e fazer quebra-cabeças para seu filho fazer com você é uma parte importante desse processo. Depois de pegar o jeito de cada quebra-cabeça, você descobrirá que a maioria, senão todos, os quebra-cabeças são bastante fáceis de criar.

Muitos desses quebra-cabeças têm diferentes níveis de dificuldade, e há muitas sugestões e exemplos nas próximas páginas sobre como criar esses níveis. Sempre comece com os quebra-cabeças mais fáceis. É muito melhor que seu filho tenha sucesso, compreensão e diversão com quebra-cabeças um pouco fáceis demais do que ficar frustrado, desanimado e superado por quebra-cabeças difíceis. Depois que seu filho adquirir confiança e entusiasmo para uma atividade matemática, é hora de aos poucos incorporar desafios maiores. Além disso, nem todos os quebra-cabeças serão divertidos para todos, então não force os quebra-cabeças e as atividades que parecem não se encaixar.

Isso é o que você encontrará nas páginas a seguir:

- **Capítulo 1 — Sudoku de forma**
- **Capítulo 1 — Um desses não é como os outros**
- **Capítulo 2 — Salto em ilhas - Contagem**
- **Capítulo 2 — Sudoku numérico com padrões de quebra-cabeça**
- **Capítulo 2 — Nim com 1 e 2**
- **Capítulo 2 — Cortando formas simétricas**
- **Capítulo 2 — Conecte os pontos**
- **Capítulo 2 — Maior que Sudoku**
- **Capítulo 2 — Faça-me um mentiroso**
- **Capítulo 2 — 15-Quebra-cabeça deslizante**

---

## — Coisas legais —

Cada família deve ter a oportunidade de aprender e desfrutar matemática juntos. Para esse fim, Early Family Math é uma coleção de materiais que famílias e educadores podem editar, traduzir, copiar e distribuir livremente, sem pedir permissão, apenas para uso não comercial.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.0 Creative Commons: Licença Internacional Atribuição-Não Comercial 4.0

# Capítulo 1 — Shape Sudoku

## — Introdução —

Este é o primeiro quebra-cabeça matemático do seu filho, e isso é muito legal! Também significa que você deve ir bem devagar, para que seu filho tenha muito sucesso e diversão e muito pouca frustração.

As regras para esses Sudokus 4 por 4 são muito simples. Existem quatro tipos diferentes de tokens. Deve haver um de cada tipo de token em cada linha, coluna e canto 2 por 2 do quebra-cabeça. Use peças móveis para que seja fácil para seu filho experimentar encontrar soluções.

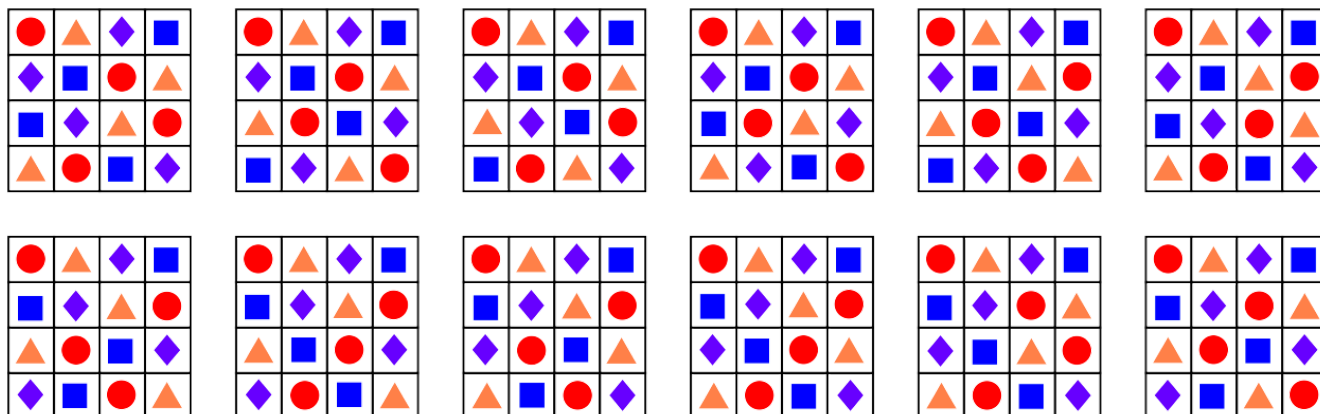
Os primeiros quebra-cabeças que você fizer devem ter apenas uma ficha faltando em cada linha. Depois que seu filho entender e resolver esses quebra-cabeças, você pode passar para os mais complicados, mas não tenha pressa.

A maneira mais fácil de criar esses quebra-cabeças é começar com um Sudoku pronto e remover alguns dos tokens. Para ajudá-lo a fazer isso, há uma série de Sudokus prontos fornecidos abaixo. Após esses exemplos concluídos, há uma lista de métodos que você pode usar para criar quebra-cabeças a partir de um quebra-cabeça concluído.

## — Sudokus finalizado —

Antes de dar a você uma coleção de Sudokus acabados, há uma coisa a se observar. Você pode pegar qualquer um deles e criar mais 23 deles simplesmente trocando os tipos de tokens - por exemplo, você pode pegar um quebra-cabeça acabado e criar um “novo” trocando os círculos e triângulos e trocando os diamantes e quadrados.

Os exemplos abaixo são distintamente diferentes uns dos outros e não podem ser feitos um do outro por meio de trocas. Você pode criar mais exemplos a partir desses, fazendo essas trocas, se quiser.



### — Métodos para criar Sudokus a partir dos resolvidos —

Depois de terminar o Sudoku, você pode usar qualquer uma das seguintes estratégias para criar um quebra-cabeça que tenha uma solução única. De modo geral, quanto mais tokens você remover, mais difícil será o quebra-cabeça.

- Remova um único token de cada linha ou coluna.
- Remova um único token de cada canto 2 por 2.
- Remova todos os tipos de token de todo o quebra-cabeça.
- Remova todos os tokens de um canto de 2 em 2.
- Remova uma linha inteira e uma coluna inteira.
- Remova todos os tipos de tokens e cada um dos outros tipos de tokens.
- Remova todos os tokens de dois cantos opostos 2 por 2.
- Remova todos os tokens de dois cantos opostos 2 por 2 e 1 token cada um dos outros dois cantos.

Claro, esses não são os únicos métodos que você pode usar. Eles são fornecidos aqui apenas como métodos gerais infalíveis que criarão quebra-cabeças rapidamente.

# Capítulo 1 — Um deles não é como os outros

Esta atividade faz seu filho olhar para quatro coisas e decidir quais três compartilham uma propriedade que o quarto não tem. A seguir está uma lista rápida de exemplos juntamente com explicações. As crianças muitas vezes têm uma nova maneira de ver as coisas e vale a pena ouvi-las para ver se seu raciocínio é novo, mas sólido.

Existem várias maneiras de apresentar esses quatro itens ao seu filho. O mais fácil para você é simplesmente dizer a lista. Se os itens forem fáceis de desenhar, você poderá desenhá-los. Se os itens forem difíceis de desenhar, você poderá encontrar fotos ou desenhos em anúncios ou revistas para recortar e selecionar. Você pode usar uma única foto com muito conteúdo e apontar quatro coisas na foto.

Para atividades como esta, uma vez que seu filho pratique isso por um tempo e tenha uma ideia sólida da atividade, é bom inverter seus papéis - seu filho aprenderá muito criando exemplos para você resolver. Como antes, o raciocínio deles pode ser muito diferente do seu, então ouça com atenção.

## — Grupos de quatro —

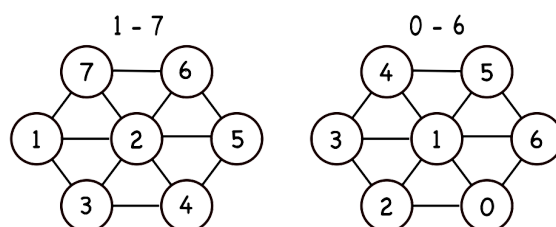
Aqui estão alguns exemplos para ajudá-lo a começar.

- coelho, cachorro, borboleta, travesseiro - Os três primeiros estão vivos e o travesseiro não.
- banana, queijo, martelo, cenoura - O martelo é o único que você não pode comer.
- queijo, sapatos, casaco, camisa - O queijo é o único que você não pode usar.
- triângulo vermelho, quadrado vermelho com um buraco, quadrado verde, quadrado vermelho sem buraco - Qualquer um dos três primeiros pode ser ímpar. O triângulo vermelho é o único que não é um quadrado. O quadrado vermelho com um buraco é o único que não é sólido. O quadrado verde é o único que não é vermelho.
- cachorro, gato, leão, peixinho dourado - O leão é o único animal da lista que daria um péssimo animal de estimação. Também é um pouco maior do que os outros animais. Ou então, três deles têm quatro patas e o peixe vive na água.
- roseira, carvalho, bordo, pinho - A roseira é a única que não é uma árvore.
- banco, mesa, sofá, banquinho - A mesa é a única em que você não se senta. Ou apenas o sofá é macio.
- casca, buzina, arco-íris, clique - O arco-íris é o único que não é um som.
- meias, calças, escova de dentes, chapéu - A escova de dentes é a única que você não usaria.
- cadeira, guarda-chuva, sofá, banquinho - o guarda-chuva é o único em que você não gostaria de se sentar.
- formigas, porco, aranhas, gafanhotos - O porco é o único que não é um pequeno inseto.

Você também pode fazer isso com imagens em vez de palavras. Crie o hábito de cortar fotos de anúncios, revistas e tudo o mais que aparecer em seu caminho, para poder brincar com as fotos.

## Capítulo 2 — Ilha Hopping — Contagem

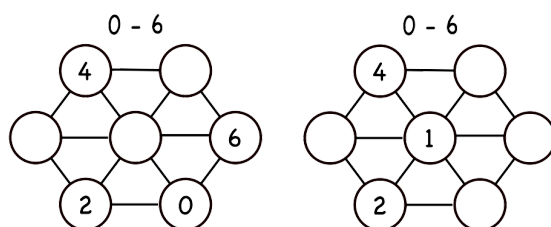
Estes quebra-cabeças têm ilhas numeradas (círculos) conectadas por pontes (linhas) desenhadas no papel. O desafio é encontrar um caminho que conecta as ilhas em ordem.



As versões mais fáceis têm todos os números preenchidos e os números vão de 1 ao número de ilhas. Você pode variar esta atividade começando em algum número diferente de 1 e omitindo alguns dos números.

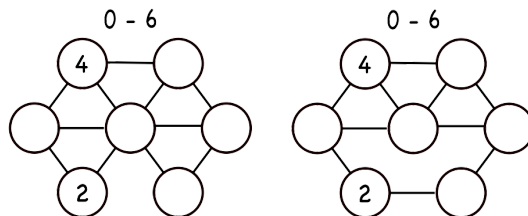
Quebra-cabeças com todos os números são diretos, uma vez que seu filho está confiante para contar. Esses quebra-cabeças iniciais são uma boa prática de contagem e também são bons para aumentar a confiança na resolução de quebra-cabeças. Os quebra-cabeças mais desafiadores são aqueles com números omitidos.

Deixe seu filho entrar nesses quebra-cabeças mais difíceis, omitindo apenas alguns números e, lentamente, deixando de lado mais.



O primeiro desses dois quebra-cabeças tem todos os outros números deixados de fora. Isso torna relativamente fácil preencher os números que faltam. 1 deve ser anexado a 0 e 2, e só há um lugar para isso. 3 deve ser anexado a 2 e 4, e com 1 preenchido resta apenas um lugar para os 3. 5 devem ficar no lugar restante entre 4 e 6.

O segundo quebra-cabeça é um pouco mais difícil. 3 deve ser anexado a 2 e 4, portanto, há apenas um lugar para ele. 5 deve ser anexado a 4, portanto, há apenas um lugar para ele agora. 6 deve ser anexado ao 5. Finalmente, 0 deve ir para o local restante.



Para tornar o quebra-cabeça ainda mais difícil, podemos remover o 1 e brincar com a remoção de algumas das pontes. Divirta-se com as variações e deixe seu filho criar algumas delas também.

## Capítulo 2 — Sudoku numérico com serras de vaivém

É semelhante aos quebra-cabeças Sudoku de forma, só que agora usa números. Se seu filho ainda não está pronto para reconhecer numerais, você pode usar uma quantidade de pontos. Para evitar o apagamento, use tiras de papel numeradas (ou pontilhadas) para resolver os quebra-cabeças.

Para um quebra-cabeça 4 por 4, cada linha e coluna tem os números de 1 a 4 uma vez. Além disso, cada sub-região marcada tem os números de 1 a 4 uma vez.

Crie esses quebra-cabeças para o seu filho começando com um quebra-cabeça completo com pedaços móveis de papel numerados e, em seguida, removendo alguns dos pedaços de papel.

### — 4 por 4 quebra-cabeças —

Os quebra-cabeças 4 por 4 com sub-regiões que são os cantos 2 por 2 são exatamente os mesmos que os quebra-cabeças Shape Sudoku dados anteriormente. Você pode voltar a essa página nestes Recursos para ver as versões resolvidas desses quebra-cabeças. Para criar uma versão numerada deles, substitua cada forma colorida por um número. Por exemplo, os círculos vermelhos podem ser 1, triângulos laranja 2, diamantes roxos 3 e quadrados azuis 4.

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

### — Quebra-cabeças 5 por 5 —

Existem muitos desses quebra-cabeças para chegar perto de mostrar todas as geometrias de quebra-cabeças possíveis. Eles estão aqui apenas para sugerir o que é possível. Seu filho pode gostar de encontrar maneiras diferentes de entalhar um quadrado de 5 por 5 em pedaços com 5 pequenos quadrados.

As peças que consistem em 5 pequenos quadrados são chamadas de “pentominós”. Fazer formas com pentominós pode ser muito divertido. Talvez recorte algumas formas de pentominó em papel colorido duro e espesso e veja que desenhos você pode fazer!

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
2	3	1	5	4
5	1	4	2	3
4	5	2	3	1

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4

### — 6 por 6 quebra-cabeças —

Ok, você está pegando a ideia. Existem muitos deles! Aqui estão apenas alguns quebra-cabeças de 6 por 6 para lhe dar algumas idéias do que é possível. Como sempre, brinque com seu filho com essas peças e números do quebra-cabeça. Talvez projete alguns deles juntos.

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
2	3	4	5	6	1
5	6	1	2	3	4
3	4	5	6	1	2
6	1	2	3	4	5

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
6	3	2	5	4	1
3	4	1	2	6	5
2	6	5	3	1	4
5	1	4	6	3	2

1	2	3	4	5	6
2	5	1	6	3	4
5	6	4	2	1	3
3	4	2	5	6	1
4	3	6	1	2	5
6	1	5	3	4	2

# Capítulo 2 — Nim com 1 e 2

## — Regras do jogo —

Um número de destino, digamos 10, é escolhido. Deixe seu filho escolher se vai primeiro ou segundo. O total começa em 0. Durante um turno, uma pessoa escolhe adicionar 1 ou 2 ao total atual. A primeira pessoa a atingir a meta vence.

Este jogo também pode ser jogado com subtração. Nesta versão, o total inicial começa no alvo, que neste exemplo é 10. Em um determinado turno, o jogador escolhe se subtrai 1 ou 2. A primeira pessoa a chegar a 0 vence.

Outra variação é que em vez de ganhar, o jogador forçado a acertar ou ir além do número alvo perde. Você também pode experimentar o que acontece se permitir que um jogador some (ou subtraia) 1, 2 ou 3 para cada jogada.

## — Compreendendo o jogo —

Sem analisar nada, este jogo é agradável de jogar e fornece boas práticas para adicionar ou subtrair 1 e 2. Poderíamos deixar por isso mesmo. No entanto, também é um ótimo exemplo de duas técnicas de resolução de problemas que você pode mostrar ao seu filho quando estiverem prontos: 1) aprender com exemplos mais simples e 2) procurar padrões.

Qualquer uma das versões pode ser estudada dessa forma. Vejamos um: subtraindo a partir de 10 e quem obtiver 0 ganha. A parte difícil deste jogo é que 10 está longe de 0. Então, vamos dar uma olhada em uma versão mais simples. Quando as crianças são solicitadas a fazer isso, elas geralmente sugerem começar com 5 ou 6 anos - parece absurdo para elas começar com 1, mas na verdade é isso que elas deveriam fazer! Frequentemente, é melhor começar da forma mais simples possível - isso significa começar em 1. Se a jogada for sua e a contagem for 1, você ganha. Faça os próximos. Se a contagem for 2, você ganha. Se a contagem for 3, você deve perder - independentemente de subtrair 1 ou 2, você dará ao seu oponente uma posição vencedora. Se a contagem for 4, você ganhará porque subtrairá 1 e colocará seu oponente em uma posição perdedora. Continuando desta forma, construa uma tabela de resultados:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G	G	P	G	G	P	G	G	P	G

Esta tabela torna óbvio que existe um padrão de repetição de 3. Ao iniciar em 10, você deve querer ir primeiro e subtrair 1. O que é satisfatório sobre isso é que, uma vez que você decida olhar para versões mais simples do problema, a análise é rápida e fácil - nenhuma análise complicada é necessária. Agora você é um mestre neste jogo e sabe o que fazer começando em qualquer número! Qualquer versão deste jogo básico é igualmente fácil de analisar.



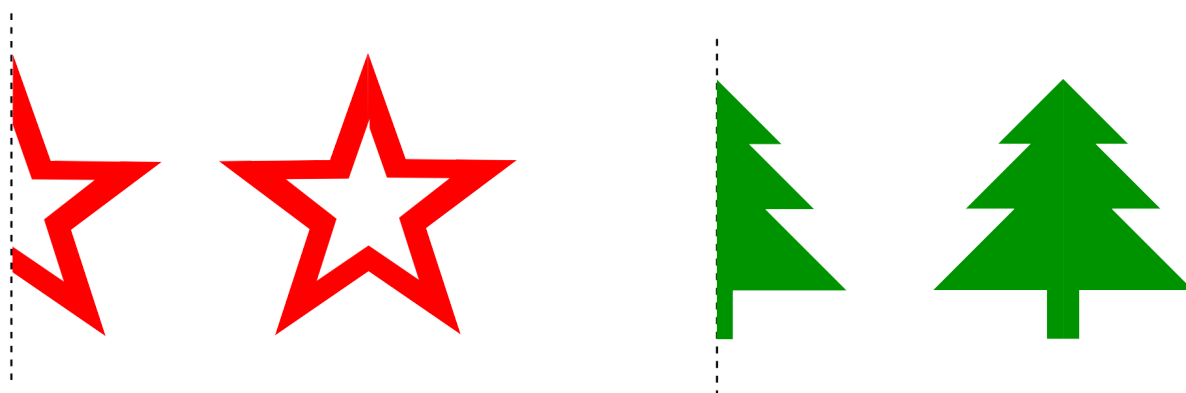
Mas espere, há uma última pergunta. Por que existe um padrão repetido de 3? Uma vez que um jogador está preso em um número perdedor que é um múltiplo de três, cada par de movimentos depois disso pode ser feito para somar até 3 - se o jogador perdedor subtrair 1, o outro jogador subtrai 2, e se o jogador perdedor subtrair 2 o outro jogador subtrai 1.

## Capítulo 2 — Cortando formas simétricas

Crie designs dobrando um pedaço de papel e cortando o papel enquanto ele é dobrado. Isso é chamado de Kirigami.

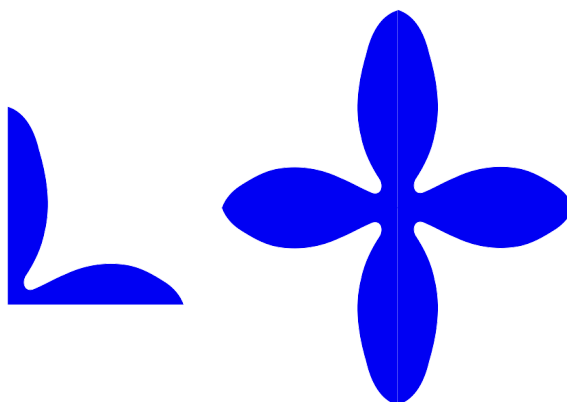
### — Uma dobra —

Dobrar o papel uma vez e cortá-lo cria um desenho com um lado a imagem espelhada do outro. Experimente recortar rostos, lâmpadas ou formas geométricas. A estrela e a árvore foram produzidas com uma única dobra, que é mostrada à esquerda, e o papel desdobrado é mostrado à direita.



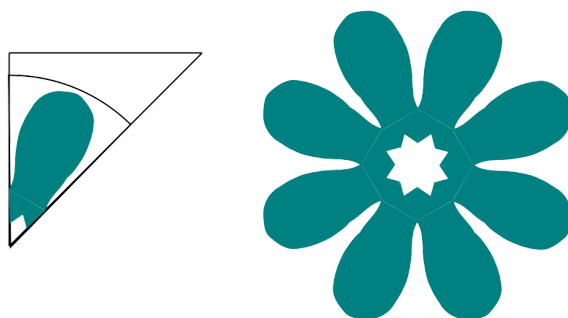
### — Duas dobras —

Dobrar o papel uma vez e, em seguida, dobrá-lo mais uma vez na direção oposta, produzirá figuras com duas linhas de imagens espelhadas. Isso facilita a criação de designs como flores. A figura à esquerda é o papel dobrado duas vezes e cortado para deixar a área azul, e a figura à direita mostra o papel desdobrado.



### — Três dobras —

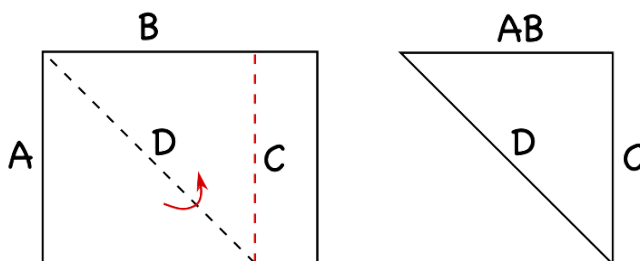
Experimente várias dobras e cortes. Esta figura foi criada pegando um pedaço de papel dobrado duas vezes e dobrando-o mais uma vez na diagonal através do canto das dobras anteriores.



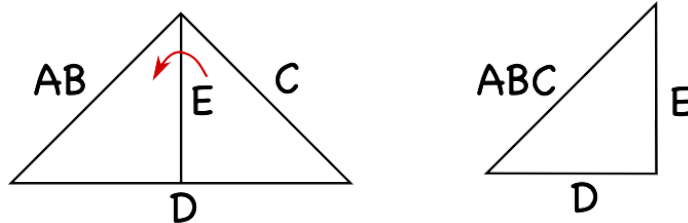
### — Flocos de neve —

Esta é uma sequência de dobras para a criação de flocos de neve de 6 pontos. Embora demore alguns passos, não se desanime - com um pouco de prática, eles se tornam rápidos e fáceis.

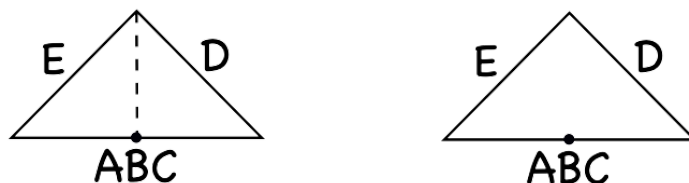
Comece pegando uma folha de papel padrão e dobrando em um dos cantos para que os lados marcados com A e B se encontrem. Deixe a dobra no lugar e corte ao longo da linha marcada C.



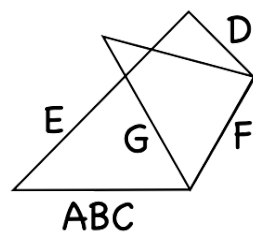
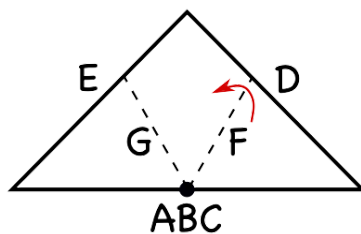
Pegue o triângulo produzido e dobre-o ao meio para que os lados AB e C se sobreponham.



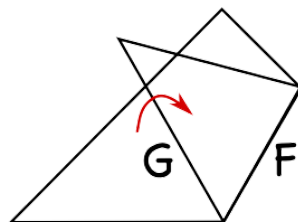
Coloque uma dobra temporária neste triângulo e use a dobra para marcar o meio do lado ABC. Desfaça a dobra temporária.



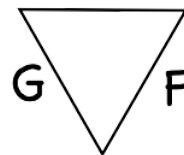
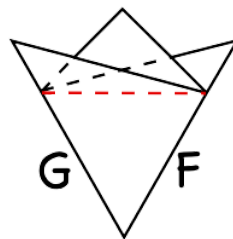
Faça uma dobra sobre F. Ao dobrar sobre F, você verá que G é colocado de forma que G quebre o ângulo pela metade.



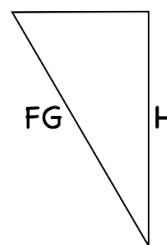
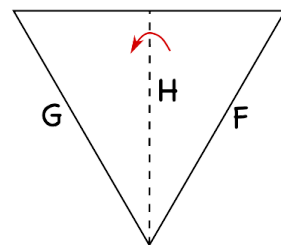
Dobre ao longo de G - faça esta dobra por baixo para que esta nova peça dobrada fique por baixo do outro papel.



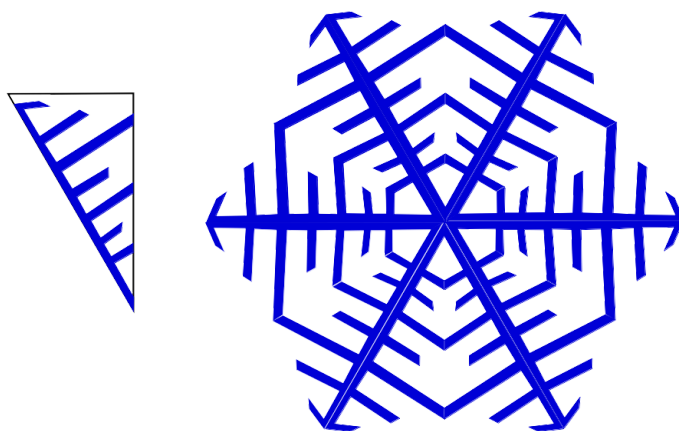
Embora não seja estritamente necessário, é uma boa ideia cortar a parte superior desta figura. Caso contrário, você pode ficar tentado a usar a região acima da linha pontilhada vermelha sem perceber que não há papel em todos os níveis.



Por último, dobre este triângulo ao meio. Por fim, você está pronto para fazer o corte do seu desenho!



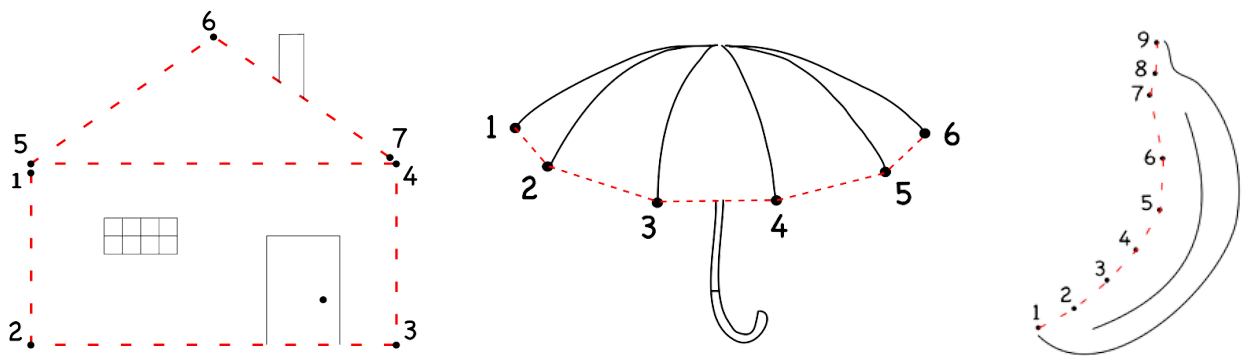
Divirta-se experimentando muitas combinações diferentes de cortes e cores!



## Capítulo 2 — Conecte os pontos

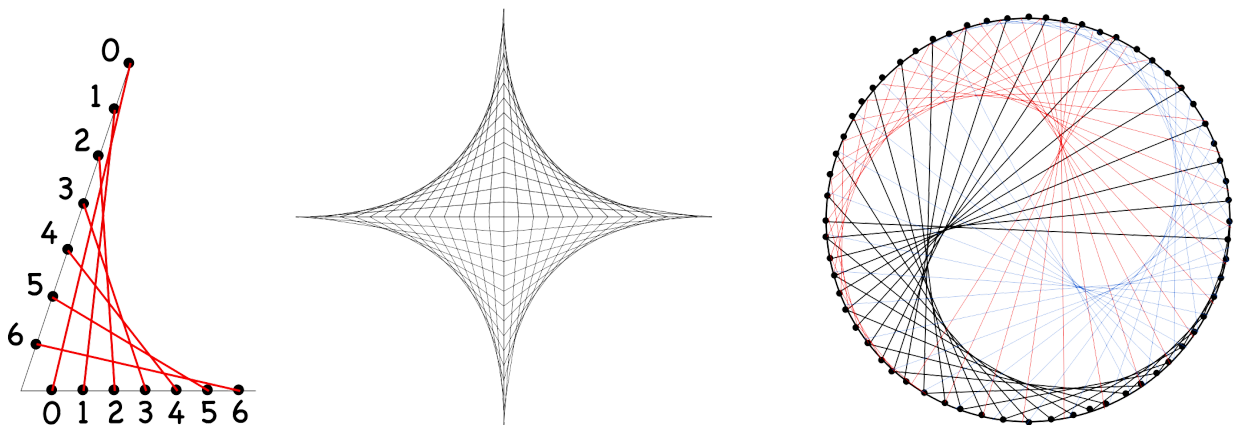
### — Fazendo cenas do cotidiano com pontos —

Complete desenhos divertidos conectando pontos numerados. Uma maneira é pegar um desenho simples, digamos de uma casa, remover algumas linhas retas e substituí-las por pontos numerados, que quando conectados para recriar o desenho original.



### — Fazendo padrões geométricos com ângulos —

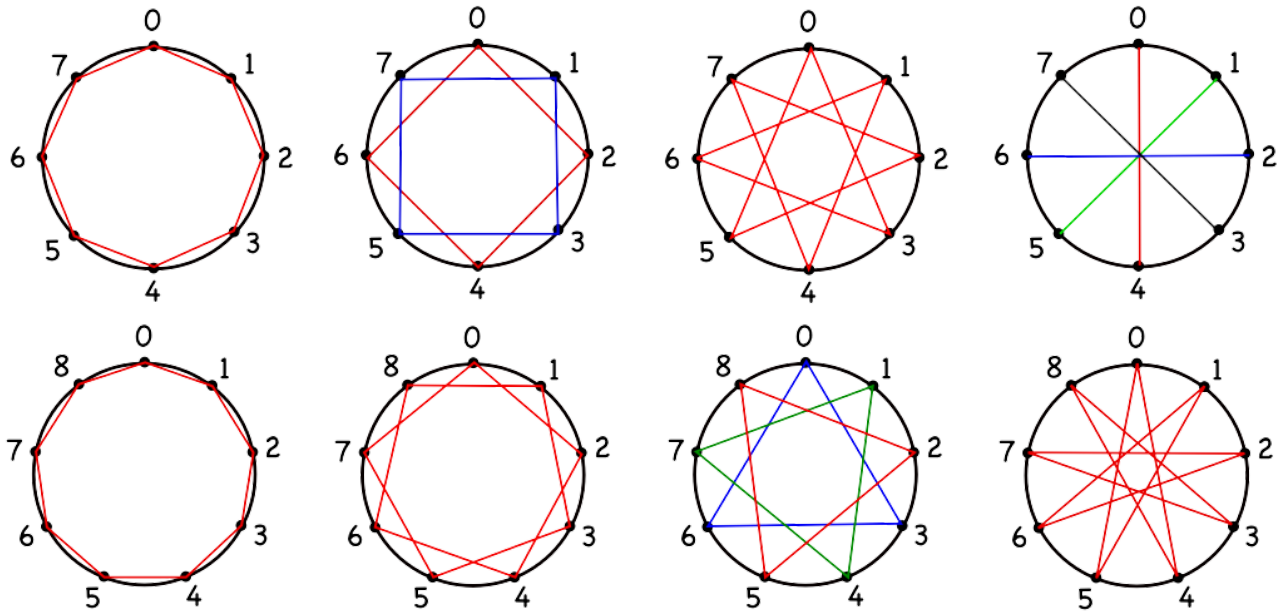
Faça desenhos abstratos conectando pontos com o mesmo número ao longo de lados opostos de um ângulo. Os números podem não ser necessários - em caso afirmativo, sintá-se à vontade para omiti-los - isso tornará os designs finalizados um pouco menos confusos. Você pode adicionar variedade a eles, pedindo ao seu filho que desenhe com cores. Existem muitos exemplos incríveis disso na categoria de String Art na Internet. Este desenho de círculo foi feito movendo-se à frente de um ponto de um lado do segmento de linha e à frente de dois pontos do outro lado.



### — Fazendo padrões com círculos —

Este é um caso especial da última ideia. Coloque alguns pontos, digamos 8 ou 9, uniformemente espaçados em um círculo. Seu filho pode brincar criando padrões diferentes conectando os pontos em ordem, ou conectando cada segundo ponto, ou cada terceiro ponto. Para facilitar a realização de diferentes experimentos, use alfinetes em um pedaço de papelão ou madeira e, em seguida, use um barbante entre os alfinetes.

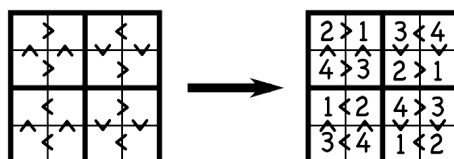
Se seu filho está intrigado com os padrões que são produzidos, você pode olhar para questões como: Para um círculo com 8 pontos, por que apenas uma corda é necessária para pular em 1, 3, 5 ou 7, mas 2 ou 4 cordas são necessários para pular 2, 4 ou 6. Da mesma forma, para um círculo com 9 pontos, por que apenas uma corda é necessária para pular 1, 2, 4, 5, 7 ou 8, mas 3 cordas são necessárias para 3 e 6? É muito jovem para entender a ideia de que 2, 4 e 6 têm um fator em comum com 8 e 3 e 6 têm um fator em comum com 9 - no entanto, ver os padrões pode plantar as sementes para ideias posteriores.



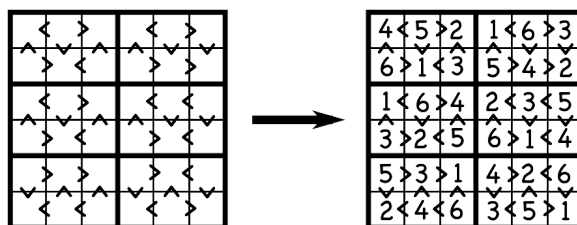
## Capítulo 2 — Maior que o Sudoku Os

quebra-cabeças maiores que o Sudoku começam com as mesmas regras do Sudoku normal - cada número aparece exatamente uma vez em cada linha, coluna e sub-região. Além disso, se houver um símbolo de menor ou maior que entre duas células, os números nas células devem obedecer a essa relação.

Faça esses quebra-cabeças usando um quebra-cabeça de Sudoku acabado - todos os exemplos de quebra-cabeças de número Sudoku fornecidos no início destes Recursos serão úteis na criação desses quebra-cabeças. Coloque os sinais de maior e menor que em uma grade em branco da mesma geometria. Se você omitir todos os números e inserir todas as desigualdades (menor ou maior que), geralmente é bastante fácil resolver o quebra-cabeça. Uma estratégia útil para seu filho é primeiro procurar onde deve ir o menor e o maior número.



Quando seu filho estiver aprendendo a fazer esses quebra-cabeças pela primeira vez, inclua todas as desigualdades e alguns números. Gradualmente, comece a omitir mais números e algumas das desigualdades.



## Capítulo 2 — Faça-me um mentiroso

Alguém faz uma declaração absoluta e os outros jogadores tentam mostrar que a pessoa está mentindo. Isso é feito encontrando um exemplo que quebra a declaração.

### — Declarações simples que quase sempre são verdadeiras —

Um tipo de afirmação a ser usado é dizer que algo é sempre verdade. Aqui estão alguns exemplos com discussões rápidas sobre por que são mentiras.

- Todos os caminhões têm quatro rodas. - Caminhões grandes geralmente têm 6, 10 ou mais rodas.
- Todos os retângulos são quadrados. - Os retângulos não precisam ter todos os lados do mesmo comprimento.
- Todos os pássaros podem voar. - Avestruzes, emas e kiwis são pássaros que não podem voar.
- A lua só é visível à noite. - A lua geralmente é visível durante o dia.
- Todas as formas têm lados retos. - Um círculo não tem um lado reto.
- Todos os parques infantis têm conjuntos de balanço. - Alguns parques infantis não têm conjuntos de balanço.
- Todos os quartos possuem cadeiras. Os quartos e banheiros geralmente não têm uma cadeira.

### — If - Then Declarações que são quase sempre verdadeiras —

Outro tipo de declaração é a forma “se \_\_, então \_\_.” Aqui estão alguns exemplos com discussões rápidas sobre por que são mentiras.

- Se hoje é segunda-feira, é dia de aula. - Algumas segundas-feiras são feriados e algumas segundas-feiras ocorrem durante o verão.
- Se eu não comer por três horas, fico com fome. - A maioria das pessoas consegue dormir mais de três horas e não acordar com fome.
- Se uma pessoa for mais alta do que outra, então ela é mais velha. - As crianças geralmente crescem mais altas do que seus pais.
- Se o sol está brilhando, é um dia quente. - Os dias de inverno podem ser ensolarados e frios.
- Se alguém está atrasado, algo ruim deve ter acontecido com ele. - Às vezes as pessoas chegam atrasadas por descuido ou motivos fora de seu controle (trânsito, mau tempo, problemas com o carro).

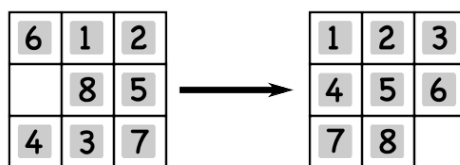


# Capítulo 2 — Quebra-cabeça de 15 deslizantes

## — Descrição do quebra-cabeça —

A versão clássica deste quebra-cabeça começa com uma grade vazia de 4 x 4 quadrados formada por 5 linhas horizontais e verticais. Use um conjunto de 15 folhas de papel do tamanho dos quadrados da grade e enumere as folhas de 1 a 15. O quebra-cabeça começa com alguém colocando as folhas de papel na grade. O objetivo do quebra-cabeça é colocar os pedaços de papel em ordem, deixando apenas o canto inferior direito da grade vazio. Para isso, um pedaço de papel pode ser movido se estiver adjacente ao quadrado vazio - nesse caso, ele pode ser deslizado para dentro desse espaço. Dependendo de como a pessoa monta o quebra-cabeça, ele pode ou não ser solucionável.

Uma grade 4 x 4 é muito difícil para um iniciante, então comece com algo menor. A grade pode ser tão pequena quanto 2 x 2 ou tão grande quanto a criança quiser. O número de pedaços de papel numerados será sempre um a menos que o tamanho da grade. Por exemplo, em uma grade 2 x 3, use as cartas de 1 a 5.



Para criar esses quebra-cabeças, você tem duas opções. A primeira é colocar os quadrados aleatoriamente, caso em que você tem 50/50 de chance de a posição ser solucionável. Como alternativa, você pode começar colocando os pedaços de papel na posição final e, em seguida, fazer uma série de movimentos legais para mover o papel. Quando terminar, você tem a garantia de que o quebra-cabeça pode ser resolvido.

## — Resolvendo o quebra-cabeça —

A principal razão para uma criança brincar com este quebra-cabeça é se divertir movendo as peças até que elas acidentalmente o resolvam e também praticar colocar os números em ordem. Apesar desse objetivo simples, você pode começar a se perguntar sobre ideias mais profundas no quebra-cabeça.

Um tema frequente na resolução de problemas é aprender com problemas ou exemplos mais simples. Então, vamos fazer isso.

O menor exemplo é 2 por 2. Para este tamanho, é claro que as linhas acabarão sendo 1 2; 3 0 ou 1 3; 2 0.

O próximo menor é 2 por 3. Comece obtendo o 1 e o 4 na coluna da esquerda. Feito isso, seu quebra-cabeça será semelhante a 1 \_\_; 4 \_\_. Termine os últimos quatro quadrados como faria no caso 2 por 2.

O quebra-cabeça 2 por 4 é feito de forma semelhante. Comece colocando 1 e 5 na coluna da esquerda. Em seguida, coloque o 2 e o 6 na segunda coluna da esquerda sem perturbar o 1 e 4. Finalmente, finalize os últimos 2 por 2.

Neste ponto, o padrão para os quebra-cabeças de ataque com 2 linhas é claro. O que fazer com mais de 2 linhas? Suponha que você tenha 3 linhas. Comece a solução colocando a linha superior corretamente disposta. Depois disso, deixe a linha superior intacta e use sua habilidade para resolver um quebra-cabeça com 2 linhas.

Da mesma forma, se houver 4 linhas, faça a primeira linha superior, a segunda linha seguinte (sem perturbar a linha superior) e termine as últimas 2 linhas como antes.

### — Este quebra-cabeça pode ser resolvido? —

Ok, você tem um método simples para resolver o quebra-cabeça. A próxima pergunta é: como posso apenas olhar para o quebra-cabeça e saber se ele pode ser resolvido ou não?

Para tornar a descrição da resposta o mais simples possível, faça alguns movimentos rápidos, se necessário, para colocar o quadrado vazio na linha inferior. A seguir, faça uma lista das linhas em uma longa lista - a primeira linha é listada primeiro, a segunda linha é listada em segundo lugar e assim por diante com a última linha listada por último. Omita o quadrado vazio ao listar a última linha.

Pegue esta longa lista e conte o número de inversões nela. Quando um número anterior na lista é maior do que um número posterior na lista, isso é chamado de inversão. Se o número de inversões for um número par, o quebra-cabeça pode ser resolvido. Se for um número ímpar, não é.

Como exemplo, pegue o quebra-cabeça 3 por 3 no início desta discussão. Comece movendo o 4 até a segunda linha. Então a lista é: 6 1 2 4 8 5 3 7. Existem 10 inversões nesta lista: 6 1, 6 2, 6 4, 6 5, 6 3, 4 3, 8 5, 8 3, 8 7 e 5 3. Há um número par de inversões, então o quebra-cabeça pode ser resolvido.

Por que essa regra funciona? Não vou arrastar você para uma análise detalhada. A ideia principal é manter o controle do número de inversões toda vez que você fizer um movimento. Acontece que, se você ajustar para o buraco estar na última linha, o número de inversões deve sempre mudar por um número par após qualquer movimento. Consequentemente, se o número de inversões começar como um número ímpar, ele nunca poderá cair para 0 inversões.