



第 3 章奖励材料

— 介绍 —

您是否希望在课程的有意简短描述中包含更多示例、讨论和评论？如果是这样，那么您来对地方了！该文件包含第 3 章中某些活动的奖励材料。

对于谜题，提供了许多已解决谜题的示例，以及有关如何创建它们的附加评论。早期家庭数学计划基于这样一种理念，即早期数学是一个家庭应该一起做的事情，为您的孩子制作拼图是该过程的重要组成部分。一旦你掌握了每个谜题的窍门，你就会发现大部分谜题对你来说都很容易创建。

许多这些谜题都有不同的难度级别，在接下来的页面中有许多关于如何创建这些级别的建议和示例。总是从最简单的谜题开始。让您的孩子在有点太简单的谜题中体验成功、理解和乐趣，比被太难的谜题感到沮丧、气馁和过度挑战要好得多。一旦您的孩子建立了对数学活动的信心和热情，那就是慢慢融入更大挑战的时候了。此外，并不是所有的谜题都会对每个人来说都很有趣，所以不要推送看似没有联系的谜题和活动。

这是您将在以下页面中找到的内容：

- 第 3 章 – 形状和
- 第 3 章 – Nim 加倍极限
- 第 3 章 – 计算偶数和奇数
- 第 3 章 – 和组
- 第 3 章 – 动物园救援
- 第 3 章 – 常见和
- 第 3 章 – 数独变体
- 第 3 章 – 多少种方式
- 第 3 章 – 卡片组排序
- 第 3 章 – 差异金字塔

— 法律知识 —

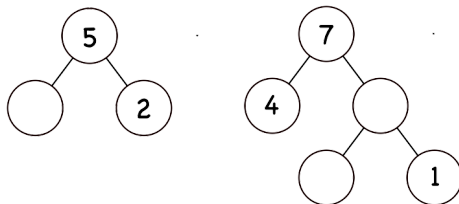
每个家庭都应该有机会一起学习和享受数学。为此，Early Family Math 是一系列材料，家庭和教育工作者可以自由编辑、翻译、复制和分发，无需征得许可，仅供非商业用途。

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.1 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

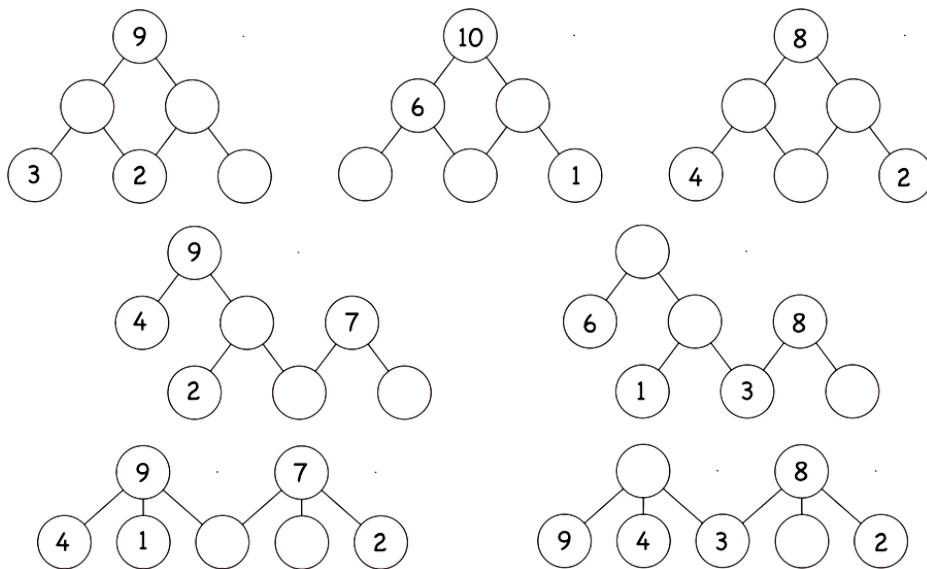
第 3 章 - 形状

总和 这些谜题使用以向上方式连接的编号圆圈，每个圆圈都是正下方所有圆圈的总和，并且与之相连。

最简单的谜题会填满大部分圆圈。以下是两个易于解决的示例。



通过在多个方向上使用一个圆圈可以使这些谜题变得更加困难。除了第一行最右边的一个之外，接下来的七个谜题都是直接计算的。这更棘手，因为中间的一个圆圈被它上面的两个未知圆圈共享。这个谜题涉及的数字足够小，只需稍加试错就可以轻松解决。

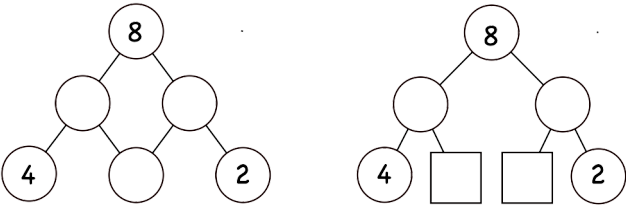


为这些谜题增加复杂性的另一种选择是使用非圆形形状。虽然圆形中的值可能会或可能不会与其他一些圆形或形状中的值重复，但非圆形中的值必须与具有相同形状的所有其他位置的值相匹配。例如，所有方块都具有相同的值。使用匹配的形状来练习添加双胞胎、接近双胞胎和减半。

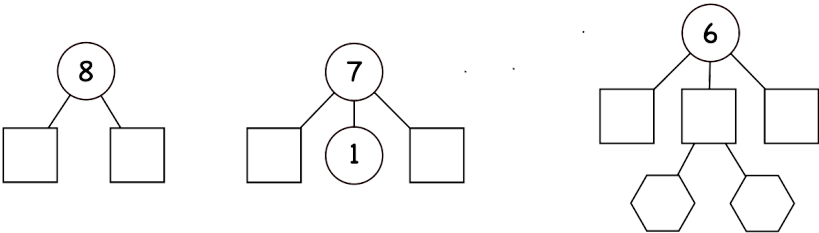
如果您愿意，可以添加规则，即具有不同形状的两个非圆形必须具有不同的值 - 例如，正方形和六边形必须具有不同的值。

通过从完全填充的图表开始然后删除一些数字来制作任何这些谜题。如果拼图有一些重复的数字，请使用正方形或其他形状而不是圆形来表示重复的数字。

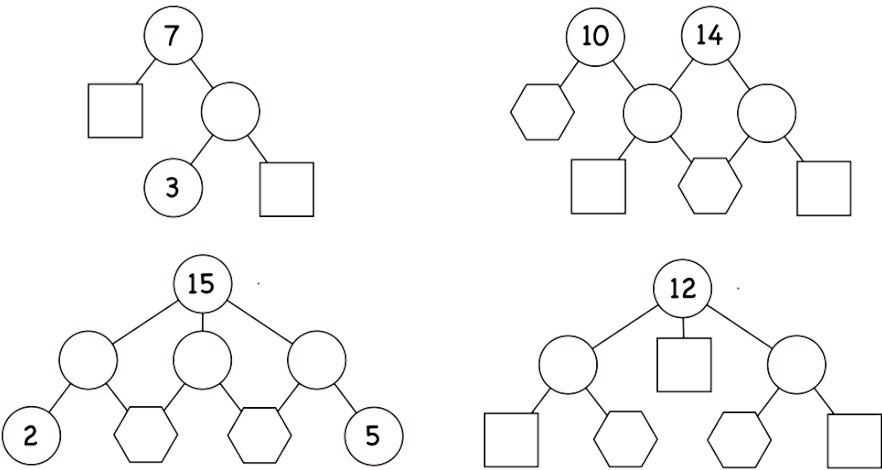
接下来的两个谜题说明了从两个方向使用圆和用两个正方形替换圆之间的心理差异。这两个谜题本质上是相同的，但是年幼的孩子会发现第一个谜题更容易理解和使用。在尝试更复杂的非圆形拼图之前，请让您的孩子充分练习圆形拼图。



类似于接下来三个的拼图对于练习添加双胞胎、近双胞胎和三胞胎很有用。



下面是一些使用非圆形来制作更复杂的谜题的例子。如果您的孩子喜欢这些，还有更多变化可供探索。快乐解谜！



第 3 章 Nim 将极限加倍

— 一堆 —

设定一个起始总数，比如 20。让您的孩子选择是先去还是第二。在第一回合中，玩家选择从当前总数中减去 1 或 2。在第一回合之后，玩家可以从 1 中减去任何数字，最多为上一回合使用的数字的两倍。第一个达到 0 的人获胜。

这个游戏有很多替代版本。其中一些是：

- 第一个到达目标的人失败。
- 初始范围不是使用 1 到 2 的范围，而是比目标数字少 1 到 1（或少 2）。
- 练习加法，而不是减法，从 0 开始，让第一个达到目标的人赢（或输）。
- 初始限制比目标数少一（或二），而不是将上一回合使用的值加倍，而是使用上一回合的值作为限制。
- 初始限制比目标数少一（或二），而不是将上一回合使用的值加倍，而是使用上一回合值的三倍。

如您所见，有很多变化。如果您喜欢游戏，请制定自己的家庭规则。

在大多数情况下，这些游戏比对每一步都使用一组固定选择的 Nim 版本更难分析。

— 不止一堆 —

制作此游戏新版本的另一种方法是使用多个数字。把这个版本想象成有几堆代币（鹅卵石、小块食物）。例如，您可以有两堆，其中一堆有 12 个标记，另一堆有 8 个标记。使用的标准规则是您可以使用任意数量的令牌，但它们必须全部来自一堆。

这个游戏的替代版本是：

- 有两堆以上。
- 您可以选择从所有堆中取出相同数量的代币。
- 您可以选择从您选择的堆中取出相同数量的代币。
- 您只能从最大的一堆中取出令牌。

可以想象，这款游戏还有更多版本；不过，或许这对现在来说已经绰绰有余了！

第 3 章 - 计算偶数和几率

— 基本设置 —

使用少量涉及少量数量的号码卡。从三张卡片开始，如果您的孩子喜欢调查，可以使用更多卡片。

假设数字是 1、2 和 3。问题是：如果您随机选择两张卡片并添加它们，您是否更有可能获得一张卡片？偶数还是奇数？

有两种方法可以查看这一点。一种方法是做实验。洗牌，随机选择两张牌，看总和是偶数还是奇数。每次实验后，在一张纸上的相应列中打勾，以计算偶数和奇数结果。

第二种方法是计算有多少种方法可以得到奇数和偶数。例如，在使用 1、2、3 的情况下，有一种方法可以得到偶数 ($1+3$) 和两种方法可以得到奇数 ($1+2$ 、 $2+3$)。因此，对于数字 1、2 和 3，奇数和的可能性是其两倍。

在您玩过 1、2 和 3 一段时间后，尝试其他三张牌组。2、3 和 4 的行为有什么不同吗？组 1、3、5 和 2、4、6 只产生偶数 - 为什么会这样？玩了三张牌一段时间后，看看四张或更多张牌会发生什么。

为了制作一个游戏，让一个玩家是偶数，另一个玩家是奇数。经过十几次试运行，看看谁的成功率最高。

— 调查分析 —

调查的有趣之处在于它邀请一个人玩数字并成为一名数学家。如上所述，玩不同的三个数字组。经过一些实验，您的孩子可能会注意到，任何一组至少有一个偶数和一个奇数的三个数字的行为都是一样的。但是，如果所有数字都是奇数或都是偶数，则和都是偶数。这提出了一个常见的问题：为什么会发生这种情况？

经过一些实验，即使是年幼的孩子也可以偶然发现美丽的数论规则：

- 偶加偶数是偶数
- 加奇数是奇数
- 奇数加奇数是偶数

为什么这条规则有效？使用数字形状活动用两行标记表示偶数和奇数 - 何时将这些数字相加到两行相等？

一旦发现这条规则，您的孩子可能会意识到特定的数字并不重要。拥有数字 1、2、3 与拥有数字 3、4、5 (或 3、12、17) 实际上没有什么不同。分析实际上取决于有多少是偶数，有多少是奇数。

考虑到这一点，这里是一个表格，列出了三四人组的可能结果。

3 个数字:

- 3 个偶数, 0 个奇数 - 3 个偶数个偶数
- 2, 1 个奇数 - 1 个偶数和, 2 个奇数
- 1 个偶数, 2 个奇数 - 1 个偶数, 2 个奇数个偶数
- 0, 3 个奇数 - 3 个偶数

4 个数字:

- 4 个偶数, 0 个奇数 - 6 个偶数个偶数
- 3, 1 个奇数 - 3 个偶数, 3 个奇数个偶数
- 2, 2 个奇数 - 2 个偶数, 4 个奇数
- 1 个偶数, 3 个奇数 - 3 个偶数, 3 个奇数个偶数
- 0, 4 Odds - 6 Even sums

结果令人惊讶，如果有人感兴趣，还有很多事情需要调查！5 个号码、6 个号码或更多号码会发生什么？为什么偶数和奇数互换似乎不会改变结果？例如，如果您有 3 个偶数和 1 个奇数，您会得到与 1 个偶数和 3 个赔率相同的结果。对于 3 Evens 和 1 Odd 这样的情况，为什么当 Even 和 Odd 计数开始不平衡时结果是平衡的？

这是一些很酷的数学，即使是小孩子也可以玩它！

第 3 章 - 总和组

这些谜题使用具有目标总和的数字网格。找出与目标相加的两个、三个或四个数字组。一个组的成员必须共享边。使用标记（例如不同类型的食物）来识别拼图中的每个组。完成后，整个拼图将由确定的组组成。

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

这些谜题为数字键提供了特别好的练习。通过使用标记代替铅笔，您可以反复使用拼图。

通过从一个空网格开始并使用加起来为目标总和的对和三元组在网格周围输入数字来创建这些谜题。如果谜题只有一种解决方案会更有趣，但不要担心。

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8	5	1	7
	1	2	3
	6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9	1	0	9
	4	6	5
	4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9	5	4	3	6
	7	4	2	3
	2	5	3	6
	8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10	8	2	3
	5	3	4
	5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10	1	5	3	2
	4	3	7	4
	5	3	5	6
	3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5

第 3 章 - 动物园救援

— 游戏描述 —

在这个游戏中，使用两个骰子或两组从 1 到 6 的数字卡。每个玩家有 6 个代币——如果你有动物代币，它们就非常适合这个游戏。每个玩家还有一张纸，里面有编号从 0 到 5 的盒子。每个玩家决定把他们的 6 个代币放在哪里——可以在一个盒子里放多个代币。

在玩家的回合中，通过掷骰子或选择两张牌来创建两个数字，并使用这些数字的差值。如果玩家在那个盒子里有一个代币，他们可以释放他们的一个代币。第一个拯救所有代币的玩家获胜。

— 放置代币的策略 —

玩家应该如何放置 6 个代币？通常是个好主意，让我们从一个更简单的问题开始：放置 1 个令牌的最佳位置在哪里。这显然是最有可能发生的情况。与其进行任何棘手的分析，不如简单地列出可能性，看看哪些差异发生得最多。

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

统计结果，我们有 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2。所以，1 显然是最好的选择，它会发生 10 / 36 次。我们可以按照频率的顺序将它们排列为 1、2、3、0、4 和 5。

更难的问题是如何处理多个令牌。一旦你看到这些数字，对于大一点的孩子来说，一个很好的问题是：你为什么不把所有的代币都放在 1 上？要查看此问题的答案，请想象一下更简单的情况，即您只有两个标记并且您忽略了所有不是 1 或 2 的结果。那么 1 将在 10 / 18 次发生，而 2 将在 8 / 18 次发生。如果您将两个令牌都放在 1 上，则需要先得到 1，然后再得到 1 才能在两次掷骰后获胜。但是，如果您将标记放在 1 上，将标记放在 2 上，那么您将在两次掷出 1 然后是 2，或 2 然后是 1 后成功——这种情况发生的可能性大约增加 60%！

与其进行冗长而详细的分析，不如让我们将其放在吸引我们直觉的相当简单的事情上 - 将您的大部分代币放在 1 上，第二多放在 2 上，也许还有一个放在 0 或 3 上。无法保证您会赢，但从长远来看，你应该做得很好！

第 3 章 - 共同金额

— 调查介绍 —

制作一张 12 行的纸。在每一行中，放置 8 个方格。最左边一列方块的方块中写着从 1 到 12 的数字。在 12 个数字中的每个数字上放置 1 个标记。开始掷骰子。每次掷骰后，将骰子总和的标记向右移动一格。每个令牌的目标是第一个到达整个页面的右侧。

让您的孩子提出一些问题进行调查。一些自然的问题是：

- 哪个代币会获胜，为什么？
- 哪些代币做得好，哪些做得不好？
- 哪个令牌最糟糕？
- 如果将行更改为更少的方块或更多的方块，获胜者将如何变化？

让您的孩子解释他们对这些问题的答案的想法，然后通过进行实验来调查他们的想法。

通过在回合开始前猜测哪个代币将获胜，为此添加竞争元素。

— 分析 —

与之前游戏的分析一样，分析这个最简单的方法是列出所有的可能性。

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

总结一下我们有的频率：1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. 由方式，对于任何涉及将两个骰子相加的骰子游戏，这些都是值得记住的好数字！

所以，1 总是会输，而 7 是最有可能赢的。但是，7 和 6 或 8 之间的频率差异不是很大。如果你只做几卷，就很难确定谁会赢。只有当你做很多卷时，你才能保证 7 最终会赢。

第 3 章 - 数独变

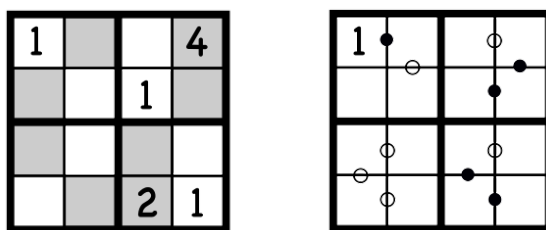
世界上有许多数独变体，还有更多其他与这些数独变体相似的谜题。本节将介绍其中的五个数独变体。这些都遵循“拉丁方阵”的规则——每个数字在每一行和每一列中只出现一次。

您可以从一个适当类型的填充拼图开始制作任何这些数独 - 拉丁方块或拼图数独。在第 1-2 章的附加材料中给出的所有数独解决方案应该对您有用。在您手头有了解决方案后，添加这种特殊拼图所需的附加信息并删除部分或全部数字。

— 带有额外信息的拼图数独 —

这两种拼图类型是拉丁方阵，它们具有额外的限制，即每个子区域中的每个数字都只出现一次。除了是拼图数独之外，它们还有其他属性。

偶数数独。在这些谜题中，偶数是灰色的。这个额外的信息往往会使这些谜题变得非常容易，通常可以去除几乎所有的数字。



Kropki 数独。这与常规数独相同，只是在单元格之间添加了两类型的点。如果圆点是空心的，那么这两个数字相距一。如果点被填满，则一个数字是另一个数字的一半。与偶数谜题类似，这些附加信息往往会使这些谜题变得非常简单，这意味着几乎所有的数字都可以被删除。

— 数独加减法 —

牛逼HESE难题被分解成具有分配给他们的目标一些次区域。与标准数独不同的是，只要谜题仍然是拉丁方格，就允许在一个子区域中重复一个数字。如果一个子区域中只有一个方格，则目标数字将是该方格的值。

在 Sumdoku 数独游戏中，一个子区域中所有数字的总和是给定的目标数字。在 Diffdoku 数独谜题中，所有子区域都有一个或两个方格。如果一个子区域有两个方格，那么这两个数的差就是给定的目标数。

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

在 Sumdiffdoku 数独谜题中，使用加法和减法。子区域用“+”或“-”标记以指示是求和还是求差。

这三种类型的谜题通常没有给出数字。当然，一个正方形的子区域本质上是填充了数字的正方形。对于年幼的孩子，您可能需要提供相当多的数字，以便在他们的复杂程度内制作拼图。

要改变数学计算，请使用不同的数字组，而不是通常的 1 到 4 来表示 4 x 4。例如，使用数字 1、3、5 和 7。如果这样做，请列出拼图上方的数字这样您的孩子就会知道该使用什么。

第 3 章 - 有多少种方式

计算做出选择的方式的数量可以得出一些有趣的结果。大多数这些计数情况受益于系统地观察。这对孩子来说很难做到，但这没关系 - 让他们玩弄它并享受探索。系统化可以等到他们长大。

— 调查 1 —

只用红色和蓝色画画，有多少种方法可以画一个戴着帽子、眼睛和斗篷的怪物？如果你只给帽子和斗篷上色，这会有什么变化？如果您使用三种颜色，或者每种颜色只能使用一次，它会如何变化？

以复杂的方式进行这项调查涉及乘法，现在还过早。但是，您的孩子可以玩转这些想法并开始培养如何进行这种计数的感觉。

让我们一次一个地解决这些问题。帽子可以是红色或蓝色，眼睛可以是红色或蓝色，斗篷可以是红色或蓝色。每个要着色的对象都会使可能性增加一倍。因此，2 加倍然后再次加倍给出了 8 种可能性。列出这些是查看它的好方法。让 R 代表红色，B 代表蓝色，并按帽子、眼睛和斗篷的顺序列出颜色。可能性是：RRR、RRB、RBR、RBB、BRR、BRB、BBR、BBB。

只给帽子和披风上色会给 2 加倍，这是 4 种可能性。这个列表是：RR、RB、BR、BB。

如果您有三种颜色可以为三样东西着色，那么您将有 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 种可能性（一个很长的列表）。

一般而言，如果您的事件不会相互影响，请增加可能性。如果每种颜色只允许使用一次，则事件之间会相互制约并相互影响。让我们使用第三种颜色的 G（绿色）列出它们：RBG、RGB、BGR、BRG、GRB、GBR。

— 调查 2 —

您有一排 5 个相同的糖果。你有多少种方法可以给它们上色，得到 2 个红色的和 3 个蓝色的？

在 2 张纸上标上 R，在 3 张纸上标上 B。您的孩子可以尝试十种布置方式。列表是：RRBBB、RBRBB、RBRBB、RBBBR、BRRBB、BRRBB、BRBBR、BBRRB、BBRBR、BBBRR。看待这个问题的一种方法是，一旦你决定红色的 2 个点，蓝色就别无选择，必须进入其他 3 个点。有趣的是，您也可以换一种方式来看待它，即首先放置 3 个蓝色部分。

如果你玩得开心，可以通过改变三个数字来改变这个调查——只要确保两个较小的数字加起来就是糖果的总数。

— 调查 3 —

找出通过将数字 1 和 2 相加来求和的所有方法。无论是否考虑顺序，都可以这样做。

不考虑顺序。看看加起来 4 的例子。可能性是 $1+1+1+1$ 、 $2+1+1$ 和 $2+2$ 。有 3 种方法可以做到这一点。在尝试了更多示例之后，您意识到您正在计算使用 2 来计算小于或等于 4 的数字的方法的数量。您可以有 0 到 2 个 2，因此有 3 种方法。一般情况下，偶数的答案会比数字的一半多一，而奇数的答案会比数字的一半多一。

考虑顺序。对于 4 的示例，可能性是 $1+1+1+1$ 、 $2+1+1$ 、 $1+2+1$ 、 $1+1+2$ 和 $2+2$ ，所以有 5 种方法可以做到。尝试大量示例并制作结果表格。这是您应该得到的（好吧，您可能没有达到 10）：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

看完这些数字后，您的孩子可能会注意到每对数字加起来就是下一个数字。为什么会发生这种情况？这些数字被称为斐波那契数，它们经常出现令人惊讶。

要了解为什么在本次调查中出现这些数字，请查看 4 的示例并查看总和中使用的最后一个数字。最后一个数字是 1 或 2。如果是 1，则前面的数字给出所有加起来的方法 3。如果最后一个数字是 2，则前面的数字给出所有加起来的方法 2。所以，加起来 4 的方式的数量是加起来 3 的方式加上加起来 2 的方式的总和。

更大的数字。如果你喜欢这个，你可以尝试获得涉及从 1 到 3 甚至 1 到 4 的数字的总和的方法数量。在这些情况下寻找模式要困难得多，但玩数字只是一样有趣。

第 3 章 - 卡片组订购

— 介绍 —

挑战是堆叠一副有编号的牌，比如 1 到 5，因此以下是正确的：

顶牌是 1。把这张顶牌放在一边。将下一张牌移到牌堆底部。下一张牌是 2 并被搁置。将下一张牌移到牌堆底部。继续，直到所有卡片按顺序放在一边。

一旦您的孩子发现 1 到 5 很容易，就挑战您的孩子在更大的数字范围内做这件事。

— 系统化 —

这个谜题的难点在于系统性。对于任何大小的纸牌，您都可以玩弄它并最终得出答案。让我们寻找有趣的模式，让它变得更容易。

假设您将卡片按顺序排列在桌子上。以下是前几种情况的解决方案。箭头后面列出的数字给出了第一次通过卡片后剩余卡片的顺序。

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

如果有偶数张牌（比如 6 张），则奇数位置按顺序填入前半张牌（在本例中为 3），其他位置用一半的解填卡只会升值。在 6 的例子中，奇数点用 1、2、3 填充，偶数点用 4、6、5 填充 - 值 1、3、2（三张牌的解决方案）每个增加由 3。

奇数卡的模式有点棘手。和以前一样，奇数点填充了大约前一半的数字（在 7 的情况下为 1 到 4）。如果您查看示例，箭头后的第一张卡片将被移到最后，因此它应该是该序列中最后一张您想要的卡片。在那次观察之后，答案与偶数情况一样进行。

第 3 章 - 差异金字塔

— 介绍 —

挑战是将 1 到 6 的数字放在金字塔中，顶行一张牌，第二行两张牌，第三行三张牌，其中每个数字是它下面两个数字的差。

如果您遇到问题，这里有两个有用的提示。6 必须在底行，因为它不能是任何一对数字的差。类似地，5 必须要么在底行，要么在 6 和 1 上方的中间行。

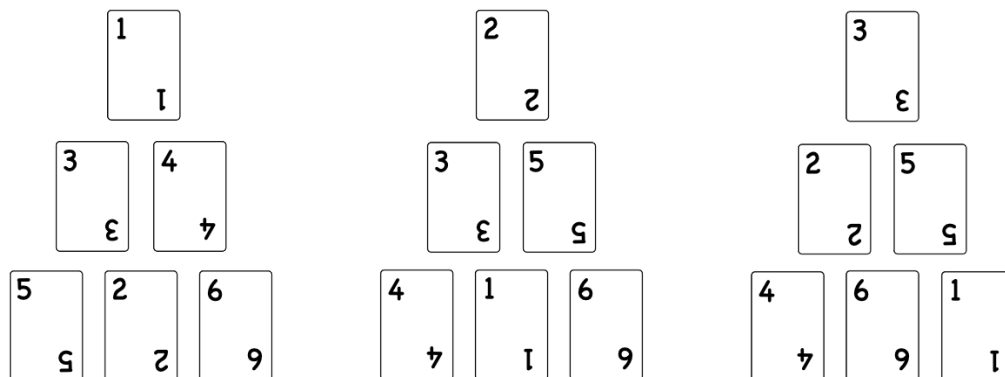
— 什么是“不同”解决方案？ —

如果您的孩子觉得这个谜题很容易做，那就挑战他们找出所有可以完成的方法。讨论两个解决方案不同意味着什么——如果一个解决方案是另一个解决方案的镜像，它应该被认为是不同的吗？

一开始就回答什么使解决方案与众不同的问题很有用。因为任何解决方案的镜像都很容易制作并且也是一个解决方案，所以忽略它们是有意义的。忽略镜像会将要考虑的解决方案数量减少一半。

例如，我们可以假设 6 不仅在底行，而且在底行的中间或右侧。继续考虑 5，底行只能有四种可能的布局：5 a 6、b 5 6、c 1 6 或 d 6 1。

在这一点上，需要处理 a 的各种可能值、b、c 和 d。经过反复试验，你会发现 a 是 2，b 永远不会工作，c 必须是 4，d 必须是 4。所以，忽略镜像，正好有三个解决方案：



— 更大的金字塔 —

让我们用 1 到 10 的卡片制作一个四行的金字塔。这要复杂得多。可以放置几张牌，但之后需要一些决心。因为 10 不能是两张牌的差值，所以它必须放在底行。类似地，要么 9 在底行，要么在 1 和 10 上方的倒数第二行。8 和 7 牌也是用来消除可能性的好牌。

这意味着底行看起来像以下之一（忽略镜像）：

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

有很多可能性需要考虑！

幸运的是，如果您考虑 8 和 7 可以去哪里，可能性就会减少到以下列表（假设没有错误！）。在您找到底行后，很容易完成其中的每一项。

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

大小为 15、21 或更大的金字塔留给真正奉献的人。祝你好运，享受！