⚠ 本章由谷歌翻译 - 请帮助我们改进！

Early Family Math

第 4 章奖励材料

— 介绍 —

您是否希望在课程的有意简短描述中包含更多示例、讨论和评论？如果是这样，那么您来对地方了！该文件包含第 4 章中一些活动的奖励材料。

对于谜题，提供了许多已解决谜题的示例，以及有关如何创建它们的附加评论。早期家庭数学计划基于这样一种理念，即早期数学是一个家庭应该一起做的事情，为您的孩子制作拼图是该过程的重要组成部分。一旦你掌握了每个谜题的窍门，你就会发现大部分谜题对你来说都很容易创建。

许多这些谜题都有不同的难度级别，在接下来的页面中有许多关于如何创建这些级别的建议和示例。总是从最简单的谜题开始。让您的孩子在有点太简单的谜题中体验成功、理解和乐趣要好得多，而不是因为太难的谜题而感到沮丧、气馁和过度挑战。一旦您的孩子建立了对数学活动的信心和热情，那就是慢慢融入更大挑战的时候了。此外，并不是所有的谜题对每个人来说都很有趣，所以不要推送看似没有联系的谜题和活动。

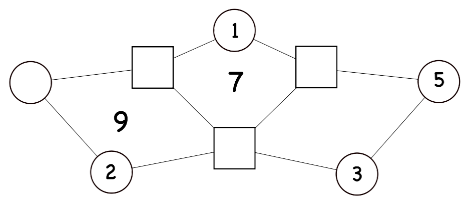
这是您将在以下页面中找到的内容：

- 第 4 章 – 封闭和
- 第 4 章 – 跳岛 - 补偿
- 第 4 章 – **DiffTriangles** 和 **SumTriangles**
- 第 4 章 – 跳岛 - 跳过计数
- 第 4 章 – 修复它
- 第 4 章 – 1 和 10 的跳岛
- 第 4 章 – 纸牌形状拼图
- 第 4 章 – 总和平方
- 第 4 章 – 加法金字塔
- 第 4 章 – 调查

第 4 章 – 封闭和

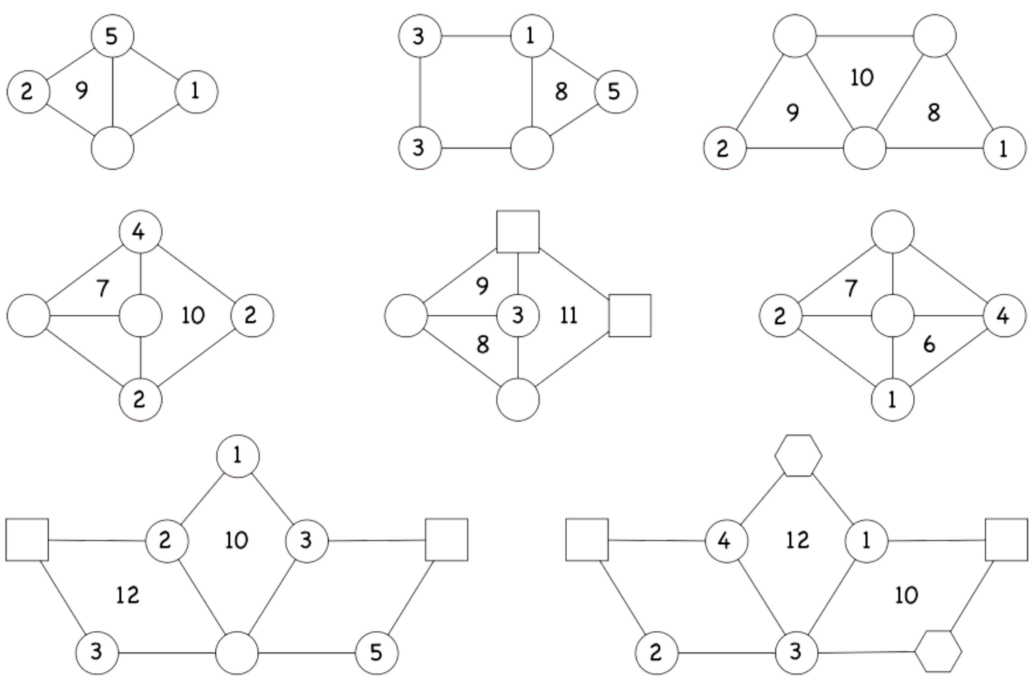
这些谜题的形状由线连接。每个封闭区域都有一个数字，它是与其相邻的形状的总和。类似于形状和拼图，圆形可以有任何值，非圆形的值必须与任何其他相同类型的形状相同。例如，所有正方形必须具有相同的值，并且所有六边形都具有相同的值。您可以选择添加不同的非圆形形状必须具有不同值的规则 - 例如，正方形和六边形必须具有不同的值。

您孩子的难题是找出未提供的形状和区域中的数字。



通过制作圆形图和其他一些形状来创建这些谜题。接下来，用数字填充所有图形，并用围绕它们的图形的总和填充有界区域。最后，删除一些数字。

与第 3 章中的形状和拼图一样，从只缺少一两个数字的简单拼图开始，然后慢慢发展到缺少更多数字、彼此相邻的更多封闭区域以及更多使用非圆形区域中的值的拼图。



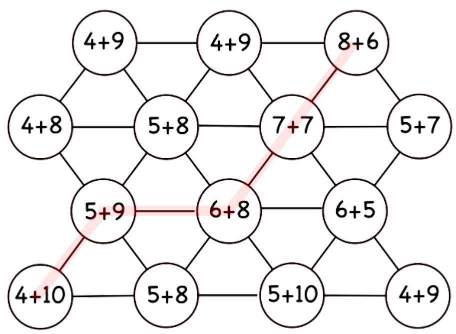
第 4 章 - 跳岛 - 补偿

使用加法补偿是一种使加法问题更容易的方法。这个想法是从一个被添加的数字中取出一个数量，并将其赋予另一个数字 - 结果保持不变，但其中一个数字变得更容易使用。

例如，当你加上 7 + 8 时，如果你从 7 中取 2 给 8，问题变成 5 + 10。或者，如果你从 8 中取 3 给 7，则问题变成 10 + 5。任何时候您可以将其中一个数字设为 10 的倍数，您就会遇到一个简单得多的问题。

这些谜题提供了使用补偿创造新问题的实践。挑战在于找到一条路径，将所有岛屿连接起来，答案相同。只有当问题编号相差 1 时，连接两个岛屿才是合法的。只有部分岛屿会在路径上。

从大约十个有一些联系的岛屿开始制作这些谜题。确定从岛的一个边缘到另一边缘的路径。沿着这条路，把彼此不同的问题放在一起——也许从一个涉及 10 的问题开始，然后对其进行修改。在靠近路径的岛屿上，将问题与答案不同的小变化放在一起。

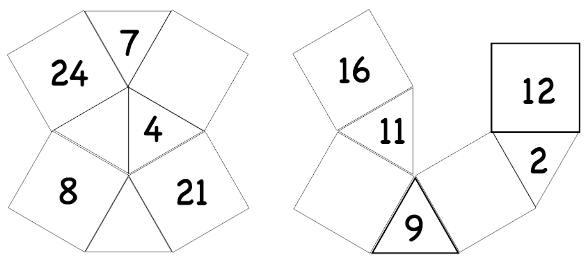


几乎没有什么可以改变这些谜题的难度。引入错误路径可能会导致混乱而不是挑战，因此这通常是一个坏主意。

第 4 章 - DiffTriangles 和 SumTriangles

— DiffTriangles —

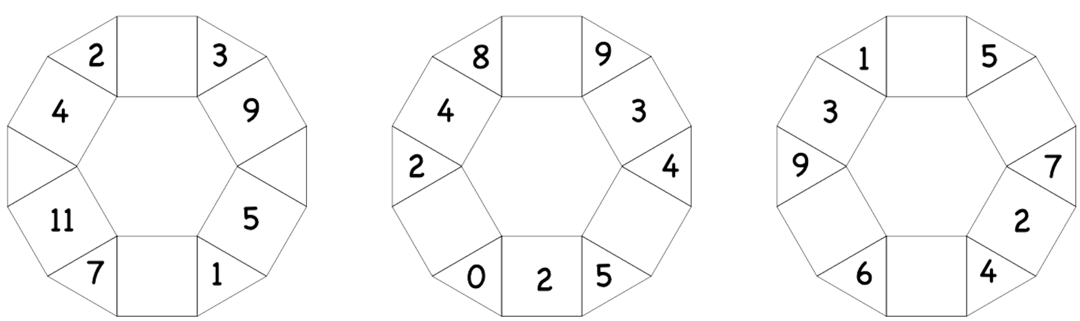
DiffTriangles 拼图具有共享边的三角形和正方形。一个三角形的边总是正好有两个正方形，剩下的边要么是三角形，要么是空的。三角形的数字是两个相邻正方形的差。挑战在于提供缺失的数字。



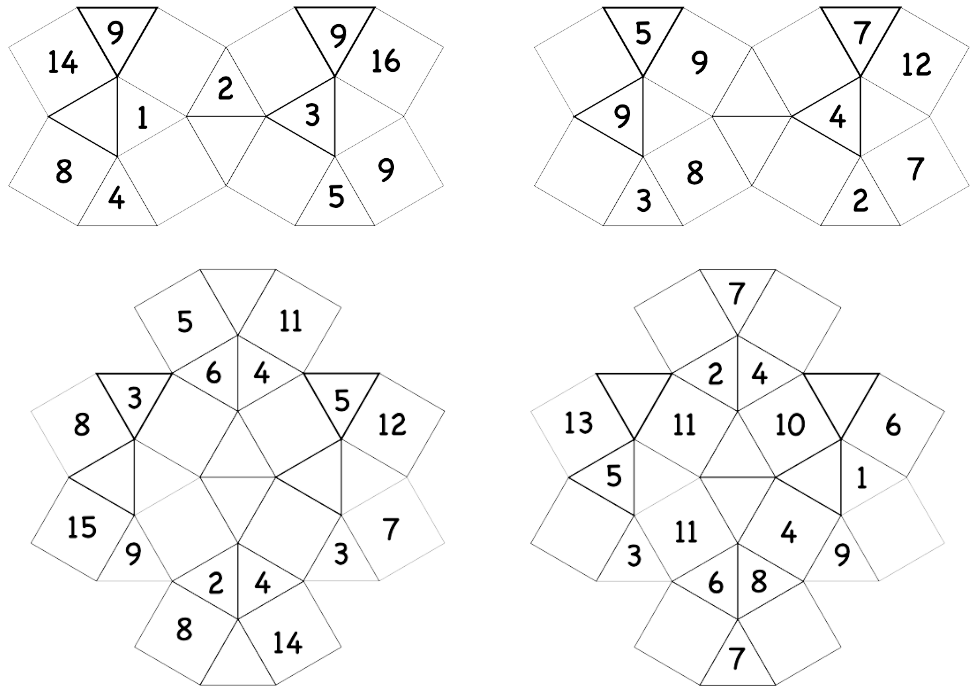
<u>构建拼图</u>:制作没有循环的拼图很容易。绘制一系列交替排列的正方形和三角形，从一端开始输入数字，然后按自己的方式画到另一端。完成后，删除一些数字。用循环或更复杂的交互来制作谜题比较棘手；然而，努力会得到一些具有挑战性的谜题！

当您的孩子对这些非常满意时，他们可能想轮流创造一些自己的新谜题。他们应该通过弄清楚这些数字如何组合在一起来玩得开心并学到很多东西。

<u>解决策略</u>:首先要做的地方是两个填充正方形之间的任何三角形。另一个简单的例子是实心三角形旁边的正方形，旁边有一个较小的实心正方形 - 在这种情况下，因为我们不使用负数，所以只有一种选择来填充空正方形。最常见的情况是一个正方形，它在一个方向上有两个可能的值，在另一个方向上有两个其他可能性——通常只有一个数字与这些可能性重叠。

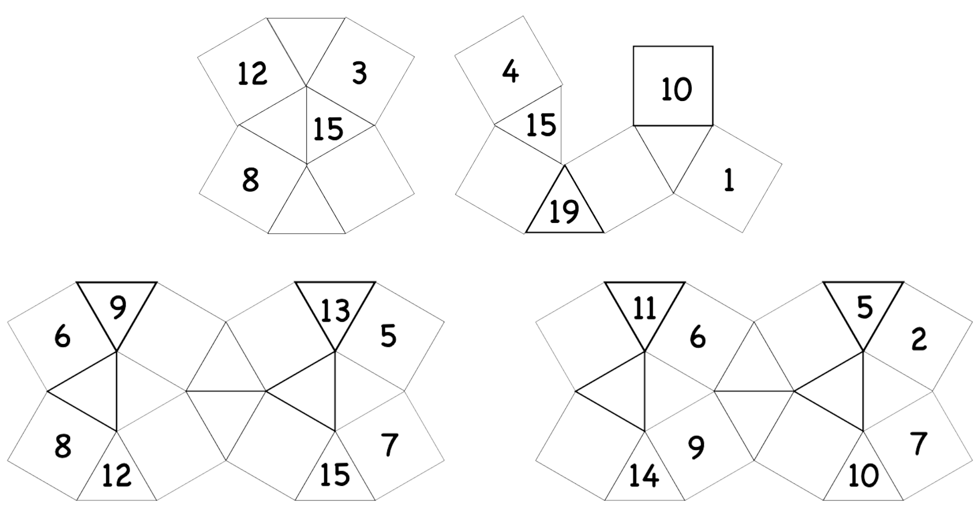


以下是一些具有大量互连的示例。



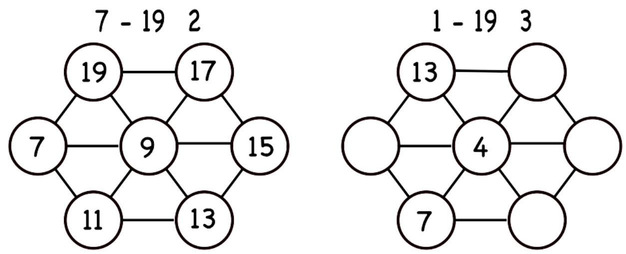
— SumTriangles —

SumTriangles 谜题就像 DiffTriangles 一样，只是它们使用加法代替减法。三角形的值是它的两个或三个正方形邻居的总和。使用类似于 DiffTriangles 的方法制作这些谜题。 SumTriangles 谜题通常比 DiffTriangles 更容易解决。



第 4 章 - 跳岛 - 跳过计数

这些谜题的岛屿（圆圈）由桥（线）连接。在此版本的 Island Hopping 中，连接是通过跳过计数建立的。有些岛屿上写有数字，有些则以空白开始。拼图上方是起始编号、结束编号和跳过数量。挑战是填写缺失的数字并找到路径。您还可以将数字和空白放在地板上的纸片上，以制作踏步拼图。

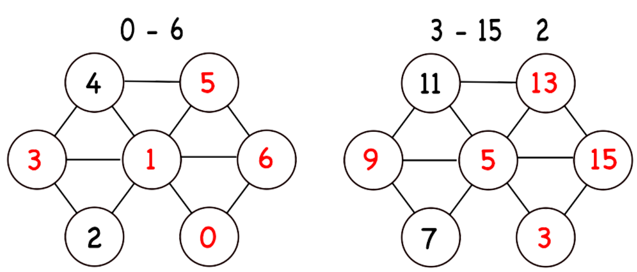


与跳过计数活动一样，创建拼图来练习从各种数字开始前进或后退，而不仅仅是跳过数量的倍数。

创建这些谜题与创建第 2 章早期的 Island Hopping - Counting 谜题相同。首先制作岛屿，填写跳过计数的数字，以正确的顺序连接这些岛屿，然后添加一些额外的连接来帮助制作解开它。在您给孩子的版本中，删除一些数字，留下足够的数字，以便仍然可以计算出来。

您可以重新访问第 2 章跳岛 - 计数的奖励材料中描述的拼图构建策略。此外，如果您仍然有这些谜题中的任何一个，则将其中一个谜题转换为其中一个非常容易。以第 2 章中的以下拼图为例。它涉及从 0 数到 6。红色数字是在将拼图交给您的孩子时通常会被忽略的数字。要将其转换为从 3 开始并跳过计数 2 的拼图，只需将所有数字乘以 2，然后将其加 3，如下表所示。之后，用新数字替换原始数字（当然，红色数字除外）。

	0	1	2	3	4	5	6
多。by 2	0	2	4	6	8	10	12
Add 3	3	5	7	9	11	13	15



第 4 章 - 修复它

从一个 4 x 4 的数字网格开始，并有一个目标总和。挑战在于找到要删除的条目，以便每一行和每一列中剩余数字的总和成为目标。另一种版本对每行和每列使用单独的目标总和。

通过将总和为目标总和的数字成对或三元组来制作这些谜题。然后用诱饵数字填充剩余的空间。您可以通过使用部分有效的替代数字对或三元组来使这些更棘手。如果您的孩子喜欢这些，但发现它们太容易了，您可以随时制作更大的 4 x 5、5 x 5 甚至更大的。

此处添加了红星以显示将删除哪些条目以使拼图工作。

8

6	3	5	2
2	1	4	5
3	4	1	3
6	4	2	5

9

7	4	5	2
2	1	4	6
3	4	4	1
6	4	5	3

10

3	3	6	4
7	1	2	6
4	6	1	4
6	4	8	2

11

8	3	5	4
1	1	4	7
3	8	1	3
7	5	7	4

这是两个使用行和列的单独目标总和的谜题。

6	3	7	8	16
2	1	4	5	9
3	4	7	3	10
5	6	3	5	11
11	9	18	8	

0	6	5	2	8
7	8	5	4	12
2	7	1	4	9
3	1	9	8	17
9	13	14	12	

第 4 章 - 1 和 10 的跳岛

给出一个矩形的数字网格，其中填充了一些数字。 挑战是填写剩余的数字，以便任何两个共享边的数字仅在一个地方不同，并且那个地方的数字差是 1（包括在 0 和 9 之间）。在整个网格中不得多次使用任何数字。参考 100-Chart 可能对开始求解器有帮助。

通过取一个空网格并用数字填充它来制作这个拼图，没有重复的数字。接下来，删除一些数字，确保这对您的孩子来说不会太难。在这些示例中，红色数字是缺失的数字。

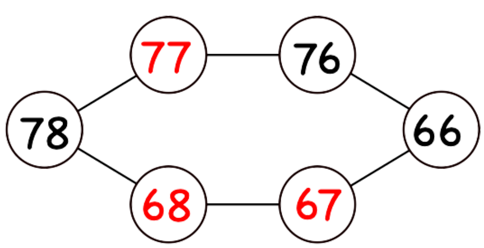
57	67	66	56

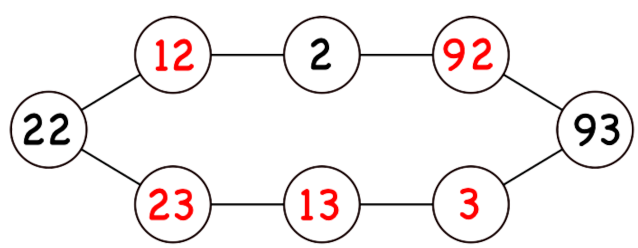
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

只使用一位数和两位数的数字，可以引入的技巧并不多。然而，它们是思考位值的好方法。一种可能让您的孩子感到惊讶的皱纹是过渡，例如 95 到 5 到 15 或 11 到 10 到 0 到 9 - 他们可能没有意识到个位数数字的十位中有一个 0，他们可能会惊讶于 0 和9 正在连接。

网格是呈现这些问题的自然方式。然而，拼图也可以用与其他跳岛拼图相同的方式使用圆圈来表示，这种表示允许在创建拼图时有一些额外的自由。





第 4 章 - 纸牌形状拼图

— 魔术三角形 —

制作一个由六个圆圈组成的三角形，边上有三个圆圈。在圆圈中，使用 1 到 6 中的每个数字一次，以便三角形的每条边具有相同的总和。这涉及两个挑战 - 找出哪些总和有效，然后弄清楚如何获得这些总和。最好让您的孩子玩这个以找出可能的总和，但如果挫败感胜出，则可能的总和是 9、10、11 和 12。

如果您的孩子喜欢解决这个问题，可以这样做更大的三角形也是如此。对于一个边上有四个圆圈的九个圆圈的三角形，可能的总和为 17、19、20、21 和 23。

与这个年龄段的许多谜题一样，让您的孩子玩这个的主要原因是鼓励探索数字如何相互作用并练习数字事实的乐趣。他们还没有系统地进行探索的数学或推理技能。但是，可以更深入地探索这些谜题，如果您或年龄较大的孩子感兴趣，这里有一些可以深入研究的想法。

令 SUM 表示三角形一侧的总和。如果将三角形的三边相加，则总和将为 3 x SUM。但是，三边的总和也将是所有数字的总和加上三角形每个角的一个额外副本。令 C-SUM 为三个角的值之和。我们最终得到 3 x SUM =（所有数字的总和）+ C-SUM 的关系。

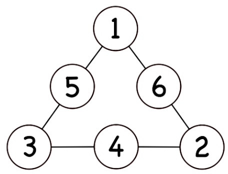
<u>6圈拼图</u>。将此应用于带有六个圆圈的三角形。所有数字的总和是 1 到 6 的数字之和，即 21。所以等式变为 3 x SUM = 21 + C-SUM 最小的 C-SUM 可以是 1 + 2 + 3 = 6，并且最大可以是 4 + 5 + 6 = 15。因此，3 x SUM 介于 21 + 6 = 27 和 21 + 15 = 36 之间。这迫使 SUM 为 9、10、11、12。还要注意C-SUM = 3 x SUM - 21，这对于找到角落很方便。

要注意的另一件事是可能值的对称性。造成这种对称的原因是，对于每个解决方案，通过从 7 中减去所有数字（或从 10 中减去 9 圆拼图）创建的另一个解决方案。稍微计算一下就会表明，这种对称性需要一个总和为 SUM 的谜题，并创建一个总和为 (21 - SUM)（或 40 - SUM 为九圈谜题）的新谜题。

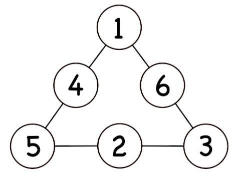
在我们挖掘实际数字之前要注意的最后一件事是，对于三个角的任何解决方案，我们可以假设它们是按顺时针方向递增的，最小的数字在顶部。如果它们开始时不在该配置中，您可以旋转或翻转图表直到它们处于该配置中。

所有这些观察都节省了大量的工作。我们只需要看 SUM 等于 9 和 10，我们只需要按升序排列角。如果 SUM 是 9，那么 C-SUM = 3 x 9 - 21 = 6，所以三重奏是 1、2 和 3。如果 SUM 是 10，那么 a + b + c = 3 x 10 - 21 = 9。这个留下两种可能性 - 角值 1、2 和 6，或 1、3 和 5。快速尝试排除 1、2 和 6 的可能性。

经过大量工作，我们得到了六圈拼图的 SUM 为 9 和 10 的解决方案。请记住，您可以通过从 7.减去所有条目来获得 SUM 为 11 和 12 的解决方案



总和=9



总和=10

<u>**9** 圆拼图中</u>。对 9 圈拼图使用相同的方法。从 1 到 9 的数字之和是 45。因此，3 x SUM= 45 + C-SUM。最小的 C-SUM 可以是 1 + 2 + 3 = 6，最大可以是 7 + 8 + 9 = 24。所以 3 x SUM 介于 45 + 6 = 51 和 45 + 24 = 69 之间，其中强制 SUM 介于 17 和 23 之间。采用一个解决方案并从 10 中减去所有条目给出以下 SUM 对：17 - 23、18 - 22、19 - 21 和 20 - 20。因此，只有 17 需要解决方案、18、19 和 20。C-SUM 的对应值是 6、9、12 和

15。SUM = 17 和 C-SUM = 6。为此，角必须是 1、2、3，并且它作品。

SUM = 18 和 C-SUM = 9。为此，角必须是 1、2、6 或 1、3、5。两者都不起作用。

SUM = 19 和 C-SUM = 12。角落有很多可能性，但唯一有效的组合是

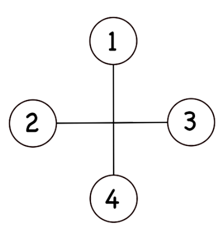
1、4、7 和 2、3、7。SUM = 20 和 C-SUM = 15。有角落的组合太多，其中许多都有效。两个有效的是 1, 5, 9 和 2, 5, 8。

— Magic Designs —

小号imilar魔术三角形，连接成几何图案和号码相关联的这些组具有圆圈。把数字放在圆圈里，这样每条相连圆圈的直线都有相同的总和。

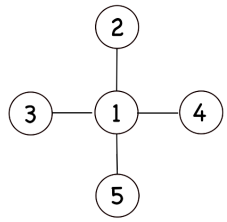
对这些谜题的分析类似于对 Magic Triangles 所做的分析。让 SUM 是所有行共享的公共总和。对于有 1 的谜题，让 c 为中间圆圈的值。一般策略是将所有行相加并调查显示的关系。另请注意，就像魔术三角形一样，可以通过将所有条目减去一个大于最大数字来创建新的解决方案。

1. 1到4的数字是一个加号，没有共同的圆圈。数字 1 到 4 加起来为 10，这在两个方向之间平均分配。所以 SUM = 5，答案很简单。

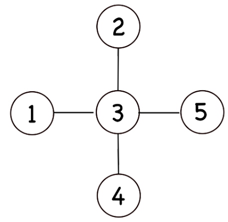


总和=5

2. 1到5的数字在一个加号中间，中间有一个共同的圆圈。数字 1 到 5 相加等于 15。将两个方向相加得到 2 x SUM = 15 + c。因为 15 + c 必须是偶数，所以 c 可以是 1、3 和 5。通过从 6 中减去所有数字，从 c = 1 解中得到 c = 5 (SUM = 10) 的解。

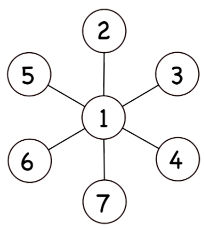


c = 1 总和=8

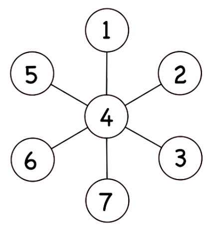


c = 3 总和=9

3. 来自 1 的数字到 7 排成 3 个圆圈，中间有一个公共圆圈。三个方向相加得到 3 x SUM = 28 + 2 x c。因为 3 整除 28 + 2 xc，这迫使 c 为 1、4 或 7。给出了 c = 1 和 4 的解。

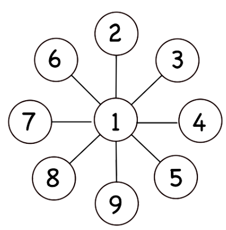


c = 1 总和=10

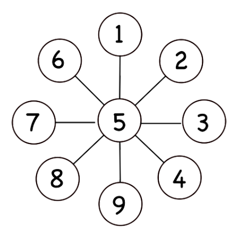


c = 4 总和=12

4. 1到9的数字排成3个圆圈，中间有一个普通圆圈。将四个方向相加得到 4 x SUM = 45 + 3 x c。因为 4 整除 45 + 3 xc，这迫使 c = 1、5 或 9。



c = 1 总和=12

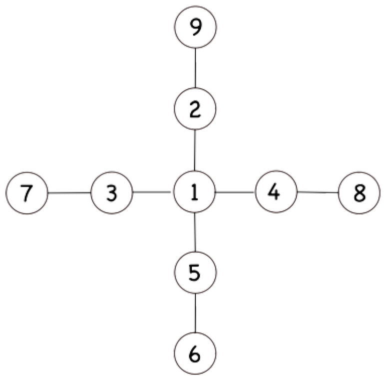


c = 5 总和=15

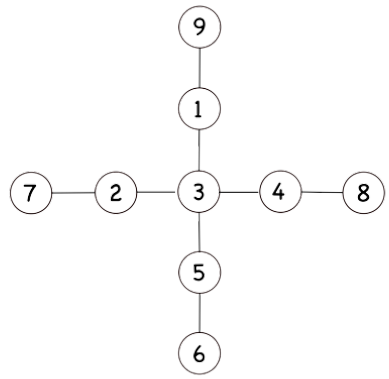
5. 从 1 到 5 的数字被放置在一个 L 形，在角落里有一个共同的圆圈。这实际上与问题#2 相同，因此解决方案本质上是相同的。

6. 1 到 8 的数字是一个加号，没有相同的圆圈。两个方向均分36，即所有数字的总和，所以SUM = 18。有很多方法可以通过将一组数字分成两组，加起来为18来解决这个问题。一种解决方案是1、2、7 ， 8 和 3、4、5、6，另一个是 1、3、6、8 和 2、4、5、7

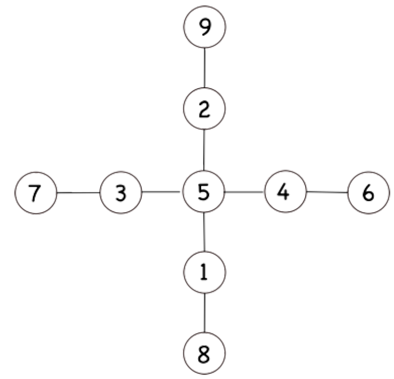
。7. 1 到 9 的数字是一个加号，中间有一个共同的圆圈.将两个方向相加得到 2 X SUM = 45 + c，因此 c = 1、3、5、7 和 9。给出了 c = 1、3 和 5 的解。



c = 1 总和=23

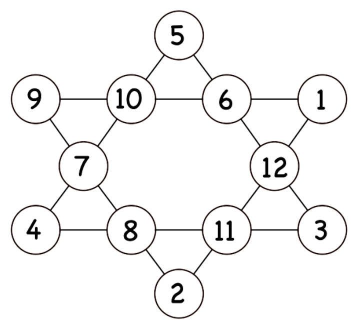


c = 3 总和=24

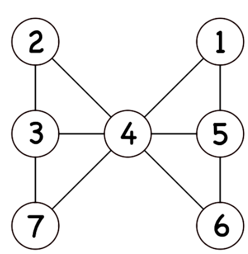


c = 5 总和=25

8. 1到12的数字呈星形。这有 6 个方向的 4 个圆圈的线。这个比其他的难多了。如果你把所有的方向加起来，每个数字都会涉及两次。从 1 到 12 的数字加起来是 78。因此我们有 6 x SUM = 2 x 78，这意味着 SUM = 26（如提示中给出的）。下面给出一个解决方案。与往常一样，可以通过从 13 中减去所有条目来获得另一种解决方案。



9. 1 到 7 的数字呈 H 形 - 左侧垂直 3，中间 1，右侧垂直 3。 3 个相连的圆有 5 条可能的线。如果5个方向加起来，除了中心用了3次，所有的圆都用了两次。将五个方向相加得到 5 x SUM = 2 x 28 + c。因为 5 整除 56 + c，这迫使 c = 4，在这种情况下 SUM = 12（如提示中给出的）。请注意，2 和 3 都不能与 1 位于同一侧，这导致以下解决方案。



第 4 章 - 总和平方

从一个 3 x 3 的网格开始，该网格为每行和每列指定了目标总和。从 1 到 9 的一些数字已经放置在网格中。对于尚未放置的数字，挑战在于放置它们以使行和列总和成为目标值。

要制作这些拼图之一，首先将带有 1 到 9 数字的纸片放在 3 x 3 网格上。对于每一行和每一列，在右边或下面写下总和。然后，从网格中删除一些数字。最后，将您取下的纸片递给您的孩子并问“这些在哪儿？”因为这些很容易创建，所以它们是您的孩子创造的绝佳拼图供您解决。

使总和更小的一种变体是使用 0 到 8 之间的数字。更难的变化是对 3 x 4 网格中的数字 1 到 12 或 4 x 4 网格中的 1 到 16 执行相同的操作。

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

制作原始填充拼图很容易。如上所述，只需输入所有数字并写下总和。拼图制作者面临的挑战是删除适量的信息，使拼图具有挑战性但又不太难。

<u>解决和创造的策略</u>：首先填充一行或一列中缺少的单个数字的方格。这三个谜题中最左边的很容易解决，因为在填入 5 和 7 之后，3 和 2 很容易解决，最后 8 将很容易解决 - 每个单例都会创建新的单例容易计算。

容易计算的谜题对您的孩子来说是很好的练习，所以不要担心让所有的谜题都变得棘手。

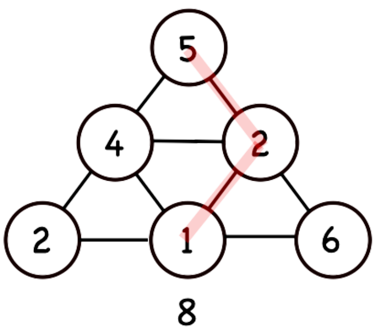
中间的谜题有点难。没有单身人士。一个好的策略是寻找缺失总和特别大或特别小的行或列——这些行或列可供选择的选择相对较少。底行和最右列是这个谜题的好起点。底行中缺失的数字加起来为 16，因此它们必须是 7 和 9。 9 不能与 6 一起出现在列中（总和对于该列来说太大了），因此将 7 和 9 放在一起。其余的跟上一个谜题一样。

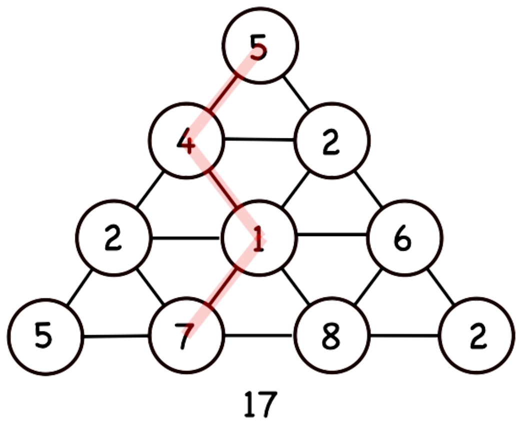
在最右边的谜题中，两个边号被遗漏了。一旦您的孩子意识到边号加起来是 45，即 1 到 9 的数字之和，就很容易填写一个缺失的边号。

第 4 章 - 加法金字塔

一个由 10 个数字排列成 4 行的金字塔给出了一个目标数字。挑战在于使用每一行中的一个数字找到一条穿过金字塔的路径，以便这些数字的总和成为目标数字。路径上的数字必须相互接触。

通过填写您想要形成路径的数字来制作这些谜题之一，并记录这些数字的总和。然后填写金字塔中剩余的诱饵数字。随着每一行的增加，通过金字塔的可能路径数量加倍，因此制作更大的金字塔是一种挑战发现 10 数字拼图很容易的孩子的方法。对于觉得 10 位数谜题很难的孩子，可以从 6 位数谜题开始，直到它们变得容易和快速解开。





对于较大的谜题，对于谜题制作者来说，确保只有一条正确的路径穿过金字塔可能是一个挑战。不要太在意这个。尽管只有一条路很好，但您的孩子会喜欢向您展示解决问题的方法不止一种。

第 4 章 - 调查

— 花瓣 —

调查

在一个神奇的花园里，有两种花。一个有 4 个花瓣，另一个有 7 个花瓣。一个孩子被要求摘一些花，使花瓣总数为 13 片。这能做到吗？ 15个花瓣怎么样？有多少花瓣是可能的？对于可能的数字，是否可以通过多种方式完成？比如32片花瓣就是4个7和1个4，也是8个4。

通过尝试多对数字，可以使用很多示例。对于某些数字对，存在一个点，其中所有数量的花瓣都是可能的，而对于其他数字对，则没有这样的点。对于 4 和 7，从 18 开始的每个数字都是可能的。对于 3 和 6，没有点之后所有数字都出现。

什么是模式，是什么创造了这种模式？这些都是经常出现的问题，也是很多有趣的事情发生的地方。

最容易看出当某个数字将两个数字均等时会发生什么。以 3 和 6 为例。把这些数字想象成 1 x 3 和 2 x 3。当你把这些数字加在一起时，你总会得到一些 3。没有办法把 3 和 6 加起来得到 10，因为 10 不是 3 的倍数。

当 1 是唯一一个能整除这两个数字的数字时，总会有一个点，每个数字都可以得到。对于 4 和 7，该数字是 18。要找到该数字，请从该对中的每个数字中减去 1，然后将这些新数字相乘。在这种情况下，这给出了 3 x 6 = 18。这种情况的另一个有趣方面是，18 以下的数字中恰好有一半是可以访问的。为什么这对一个年幼的孩子来说需要一些太复杂的数学；然而，玩这些计算很有趣，而且您的孩子对这些模式的体验可能会在很久以后突然出现。

— 攀登步骤 — 有多少种方式 —

调查

假设您的孩子有时喜欢一次走两步，但其他时候一次走一步。如果您的孩子想要更上一层楼，一个自然而然的问题是：有多少种方法可以做到？

例如，对于 0 步，只有一种方式——你只是站在那里。对于第一步，有一种方法 - 您只需迈出一步。对于两步，您可以进行一个双步或两个单步。

您的孩子应该仔细计算这种情况的许多情况，并将结果列成表格。当有大量信息时，表格通常有助于组织信息并使模式脱颖而出。表格看起来像这样（好吧，超过 6 可能需要太多耐心，但这里是数字）：

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

查看这些数字后，您的孩子可能会注意到，每对连续的数字加起来就是下一个数字。为什么会发生这种情况？这些数字称为斐波那契数。创建官方斐波那契数的规则是每个数字都是前两个数字的总和。这也发生在步骤中。嗯...

让我们仔细看一个例子 - 说 5 个步骤。 8 种可能性是：1+1+1+1+1、1+1+2+1、1+2+1+1、2+1+1+1、2+2+1、1+1+1 +2、1+2+2 和 2+1+2。前 5 种可能性用 1 表示最后一步，后 3 种可能性用 2 表示最后一步。这就解释了 - 您可以通过上升 4 步并再走 1 步，或通过上升 3 步并再上 2 步来上升 5 步。上5步的路数正好等于上4步的路数加上上3步的路数之和。

模式通常可以通过耐心浏览示例、组织数据、仔细查看数据以及深入了解事情发生的原因来理解。这是培养孩子的好习惯。

— 天平 —

调查

天平是一种简单的装置，用于判断两件物品何时具有完全相同的重量。秤通常配有一组砝码，用于测量其他物体的重量。如果您限制允许使用的权重，您可以进行许多有趣的调查。

<u>一种权重</u>：假设您有很多权重，但它们都是相同的 - 例如，5 个单位。那么你唯一可以精确称重的东西是 5 的倍数的物体（就像跳过 5 计数一样）。

<u>两种砝码 - 一侧</u>：假设您有很多 4 个单位或 7 个单位的砝码，并且您只在天平的一侧使用它们。您可 以称量的东西与您在花瓣调查中发现的数字相同。对于 4 和 7，从 18 个单位开始，您可以准确称量所有物品。如果重量是 4 个单位和 6 个单位，您只能称重以 4 开头的偶数。

两种重量 - 两侧：在一侧用两种重量进行调查后，如果您问他们，您的孩子可能会感到惊讶用 4 和 7 来称重 3 个单位的物品，甚至是 1 个单位的物品。诀窍是在一侧放一些重物，在另一侧放一些重物。例如，通过放置 4 个单位的重量来验证一个项目的重量为 3 个单位，并查看它与 7 个单位的重量是否平衡。同样，通过放置 7 个单位的重量来验证一个物品的重量为 1 个单位，并查看它与两个 4 个单位的重量是否平衡。

在这次调查中隐藏了一个重要的数学定理，称为 Bezout 定理。您的孩子此时不需要知道该定理，但是一个年幼的孩子可以玩弄高等数学是不是很酷！

加倍权重：如果在加倍进程 1、2、4、8 和 16 中，每个权重都有一个权重，会发生什么？你能用多种方法称重 13 的东西？您可以测量的最大重量是多少？

经过一些调查，您会发现您可以称量所有物品的重量，最多可以称重到最高重量的两倍 - 在这种情况下为 31。此外，您可以称重的每个物品只能以一种方式称重 - 例如，13 = 1 + 4 + 8，没有其他方法可以做到。很酷！这种情况与二进制数系统有关。

斐波那契权重：如果权重在斐波那契数中会怎样？称重某些重量的方法不止一种吗？找到一个限制，它会导致每个权重只有一种方法。

假设权重 1、1、2、3、5、8 和 13 各有一个。 这样，10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8. 造成重复的原因是斐波那契规则创造了不止一种方法来写斐波那契数本身——例如，2 = 1 + 1 和 8 = 5 + 3。解决这个问题的方法是坚持不能使用序列中彼此相邻的两个斐波那契数。当您添加该限制时，获得 10 的唯一方法是 2 + 8。