



第 3 章獎金材料

— 簡介 —

您是否希望在故意對課程進行簡短描述時有更多示例，討論和評論？如果是這樣，那麼您來對地方了！該文件包含第 3 章中某些活動的獎勵材料。

對於難題，給出了許多已解決難題的示例，以及有關如何創建難題的附加註釋。早期家庭數學計劃基於這樣的思想，即早期數學是家庭應該一起做的事情，而讓孩子與您一起做謎題是該過程的重要組成部分。一旦掌握了每個難題，您應該會發現，即使不是全部，大多數難題也很容易創建。

這些難題中的許多難題具有不同的難度級別，並且在接下來的頁面中，有許多關於如何創建這些級別的建議和示例。始終從最簡單的難題開始。讓您的孩子通過過於簡單的難題來體驗成功，理解和樂趣，比讓過於困難的難題感到沮喪，沮喪和過分挑戰要好得多。一旦您的孩子對數學活動建立了信心和熱情，就該慢慢應對更大的挑戰了。另外，並非所有難題都將對每個人都很有趣，因此請不要推動似乎似乎沒有聯繫的難題和活動。

您將在以下頁面中找到這些內容：

- 第 3 章—形狀
- 第 3 章— Nim 加倍極限
- 第 3 章—計數偶數和
- 求和第 3 章—求和組求和
- 第 3 章—動物園救援第 3
- 第 3 章—常見
- 第 3 章—數獨變化
- 第 3 章—有多少種方式
- 第 3 章—卡片組訂購
- 第 3 章—差異金字塔

— 法律資料 —

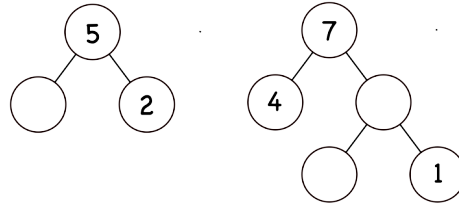
每個家庭都應該有機會一起學習和享受數學。為此，“早期家庭數學”是一系列材料，家庭和教育工作者可以在未經徵得許可的情況下自由地編輯，翻譯，複製和分發，僅用於非商業用途。

©早期家庭數學版權所有-Chris Wright 2021 v. 1.1 創用 CC：Attribution-NonCommercial 4.0 國際許可

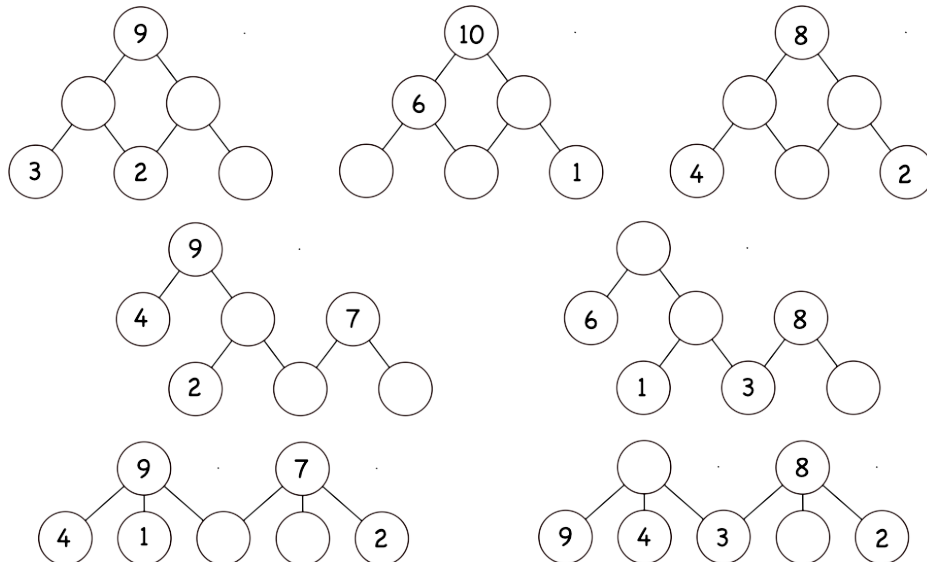
第 3 章—形狀

求和這些拼圖使用向上連接的數字圈，每個圓圈是下面和下面所有圓圈的總和。連接到它。

最簡單的謎題填滿了大多數圓圈。這是兩個易於解決的示例。



通過在一個以上的方向上使用一個圓，這些難題可能會變得更加困難。接下來的七個難題都是除第一行中最右邊的難題外的直接計算。這比較棘手，因為中間的一個圓圈由上方的兩個未知圓圈共享。這個難題涉及的數字足夠小，只需一點點試驗和錯誤就可以輕鬆解決。

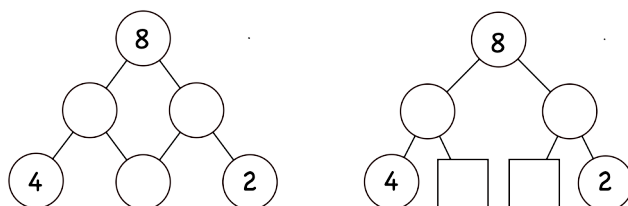


為這些難題增加複雜性的另一種選擇是使用非圓形形狀。儘管圓形中的值可以或可以不與其他圓形或其他形狀中的值重複，但非圓形中的值必須與其他所有具有相同形狀的位置中的值匹配。例如，所有正方形具有相同的值。使用匹配的形狀練習添加雙胞胎，接近雙胞胎並減半。

如果願意，可以添加以下規則：形狀不同的兩個非圓形形狀必須具有不同的值-例如，正方形和六邊形必須具有不同的值。

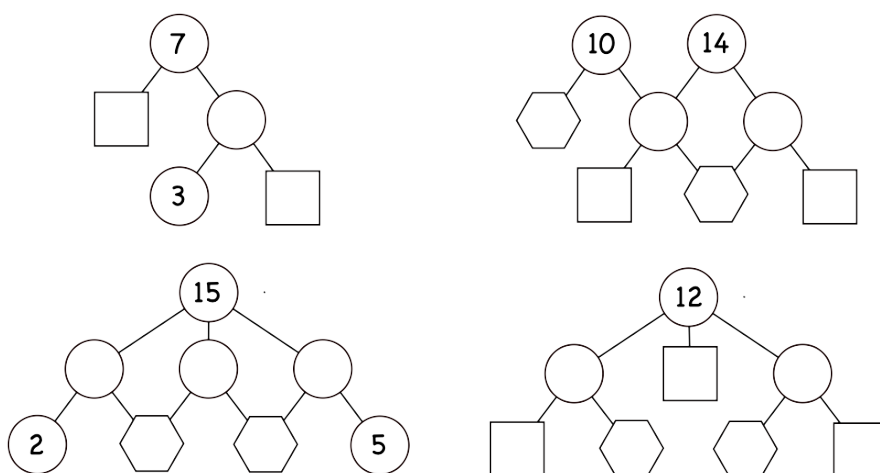
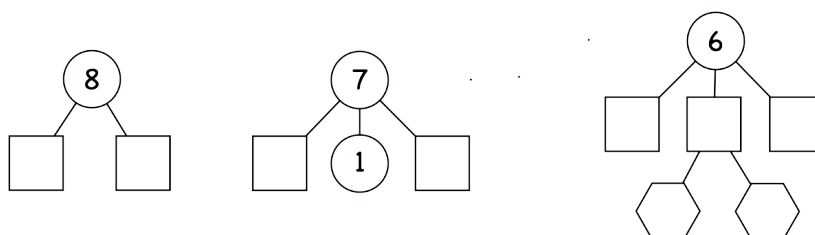
首先從完全填充的圖表開始，然後刪除一些數字，以解決所有這些難題。如果拼圖上有一些重複的數字，請為該重複的數字使用正方形或其他形狀而不是圓形。

接下來的兩個難題說明了從兩個方向使用一個圓圈與用兩個正方形替換該圓圈之間的心理區別。這兩個難題本質上是相同的，但是一個幼兒會發現第一個難題更容易理解和使用。在嘗試使用非圓形形狀的更複雜的拼圖之前，請給您的孩子大量練習純圓形拼圖。



與下三個類似的謎題對於練習添加雙胞胎，接近雙胞胎和三胞胎非常有用。

以下是一些使用非圓形形狀製作棘手難題的示例。如果您的孩子喜歡這些，還有很多其他可以探索的變化。令人困惑！



第 3 章—Nim 將極限加倍

— 一堆 —

設置一個起始總數，例如 20。讓您的孩子選擇是第一還是第二。在第一回合中，玩家選擇從當前總數中減去 1 或 2。在第一回合之後，玩家可以從 1 減去任何數字，直到最後一回合使用的數字的兩倍。第一個達到 0 的人獲勝。

這個遊戲有很多替代版本。其中一些是：

- 達到目標的第一個人失敗。
- 初始範圍不是使用 1 到 2 的範圍，而是比目標數字少 1 到一（或少兩）。
- 通過從 0 開始並讓第一個達到目標的人（或輸）來練習加法而不是減法。
- 初始限制比目標數少一（或兩個），並且不要將最後一圈的值加倍，而應將最後一圈的值用作限制。
- 初始限制比目標數少一（或兩個），而不是將上一回合使用的值加倍，而應使用上一回合的值的三倍。

如您所見，有很多變化。如果您喜歡遊戲，請制定自己的家庭規則。

在大多數情況下，這些遊戲要比 Nim 的版本難於分析，因為 Nim 的版本每個動作都使用一組固定的選擇。

— 多於一堆 —

製作此遊戲新版本的另一種方法是使用多個數字。將此版本想像為具有幾堆令牌（鵝卵石，食物碎片）。例如，您可能有兩堆，其中一堆有 12 個令牌，而另一堆有 8 個令牌。使用的標準規則是，您可以使用任意數量的令牌，但是它們必須全部來自一個堆。

該遊戲的替代版本是：

- 有兩個以上的堆。
- 您可以選擇從所有堆中獲取相同數量的令牌。
- 您可以選擇從選擇的堆中獲取相同數量的令牌。
- 您只能從最大籌碼堆中提取代幣。

您可以想像，該遊戲還有更多版本。但是，也許這對於現在來說已經綽綽有餘了！

第 3 章—計算偶數和機率

— 基本設置 —

使用少量的號碼卡，其中涉及少量的號碼卡。從三張卡片開始，如果您的孩子喜歡調查，然後再使用更多的卡片。

假設數字分別為 1、2 和 3。問題是：如果您隨機選擇兩張卡片並將其相加，您更有可能獲得一張卡片嗎？偶數還是奇數？

有兩種方法可以對此進行研究。一種方法是進行實驗。隨機洗牌，隨機選擇兩張牌，看看總和是偶數還是奇數。每次實驗後，在一張紙上的適當列中打上一個勾號，以計算偶數和奇數結果。

第二種方法是計算獲得奇數和偶數的方式。例如，在使用 1、2 和 3 的情況下，有一種獲取偶數（ $1 + 3$ ）的方法，而有兩種獲取奇數（ $1 + 2$ ， $2 + 3$ ）的方法。因此，對於數字 1、2 和 3，奇數總和的可能性是其兩倍。

在用 1、2 和 3 玩了一段時間之後，嘗試其他三張牌組。2、3 和 4 的行為是否有所不同？組 1、3、5 和 2、4、6 僅產生偶數-為什麼呢？在玩了三張卡一段時間後，看看四張或更多卡會發生什麼。

要製作一個遊戲，讓一個玩家為偶數，另一個玩家為奇數。進行十二次試運行後，看看誰最成功。

— 調查分析 —

關於調查的有趣之處在於它邀請一個人玩數字遊戲並成為數學家。如上所述，使用三個數字的不同組進行遊戲。經過一些實驗後，您的孩子可能會注意到，三個數字組中至少有一個偶數和一個奇數的行為相同。但是，如果所有數字均為奇數或偶數，則總和均為偶數。這就提出了一個通常的問題：為什麼會這樣？

經過一些實驗，即使是一個小孩，也可能會偶然發現這樣一個美麗的數論規則：

- 偶加偶是偶
- 加奇是奇奇是奇加
- 偶是

為什麼該規則起作用？使用數字形狀活動來表示帶有兩行令牌的偶數和奇數-什麼時候將這些數字相加到相等的兩行中？

一旦發現此規則，您的孩子可能會意識到特定的數字無關緊要。具有數字 1、2、3 確實與具有數字 3、4、5（就此而言，則為 3、12、17）沒有什麼不同。該分析實際上取決於有多少個偶數和有多少個奇數。

考慮到這一點，以下是三人和四人一組的可能結果表。

3 個數字：

- 3 個偶數，0 個奇數-3 個偶數和個偶數
- 2, 1 個奇數-1 個偶數和, 2 個奇數總和
- 1 個偶數，2 個奇數-1 個偶數和, 2 個奇數總和, 個偶數
- 0, 3 個奇數-3 個偶數,

4 個數字：

- 4 個偶數，0 奇數-6 個偶數和偶數
- 3, 1 奇數-3 個偶數和, 3 奇數和偶數
- 2, 2 奇數-2 個偶數和, 4 奇數和
- 1 個偶數，3 奇數-3 個偶數和, 3 奇數和偶數
- 0, 4 賠率-6 甚至是總和

結果令人驚訝，如果有人感興趣，還有很多事情要研究！5 個數字，6 個數字或更多會發生什麼？為什麼互換偶數和奇數似乎不會改變結果？例如，如果您有 3 個偶數和 1 個奇數，則得到的結果與 1 個偶數和 3 個賠率相同。對於 3 個偶數和 1 個奇數這樣的情況，為什麼當偶數和奇數計數開始時不平衡時結果平衡？

這是一些很酷的數學，甚至一個小孩都可以玩耍！

第 3 章—總和組

這些難題使用具有目標總和的數字網格。查找由兩個，三個或四個數字組成的組，這些數字加起來等於目標。小組成員必須共享立場。使用令牌（例如不同類型的食品）來識別拼圖中的每個組。完成後，整個拼圖將由確定的組組成。

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

這些難題為數字鍵提供了特別好的練習。通過使用記號而不是鉛筆，您可以反複使用拼圖紙。

通過從一個空的網格開始，並使用總計為目標總和的對和三元組在網格周圍輸入數字來創建這些難題。如果難題只有一個解決方案，那就更有趣了，但是不用擔心。

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

6	1	6	2
	1	0	4
	4	1	5

6	1	2	3
	5	3	4
	1	3	2

6	4	2	1
	3	5	1
	3	1	4

6	1	0	1
	5	5	4
	3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

6	4	5	1	3
	2	1	3	3
	5	2	2	4
	1	3	1	2

6	1	5	2	4
	3	2	3	2
	1	1	2	4
	3	3	5	1

6	1	5	2	1
	3	2	1	5
	1	2	3	1
	2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

7	2	6	1
	1	4	5
	4	3	2

7	7	1	3
	0	3	4
	1	6	3

7	5	1	1
	4	4	3
	3	7	0

7	4	4	3
	1	2	2
	6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

7	6	1	4	1
	4	5	2	3
	3	2	3	4
	1	6	3	1

7	4	5	2	1
	3	1	3	4
	2	3	4	2
	3	2	2	1

7	2	5	3	4
	1	5	4	3
	6	2	1	6
	6	1	2	5

8

5	1	7
1	2	3
6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8

0	8	3	2
2	4	4	3
6	5	5	7
1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9

1	0	9
4	6	5
4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9

5	4	3	6
7	4	2	3
2	5	3	6
8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10

8	2	3
5	3	4
5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10

1	5	3	2
4	3	7	4
5	3	5	6
3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5

第 3 章-動物園救援

— 遊戲說明 —

在此遊戲中，使用兩個骰子或兩組從 1 到 6 的數字卡。每個玩家有 6 個令牌-如果有動物令牌，則非常適合此遊戲。每個玩家還有一張紙，其框的編號從 0 到 5。每個玩家都決定將其 6 個令牌放置在哪裡-可以在一個盒子中放置多個令牌。

在玩家回合中，通過擲骰子或抓兩張牌來創建兩個數字，並使用這些數字的差值。如果玩家在該盒子中有一個令牌，則可以釋放他們的一個令牌。第一個營救所有令牌的玩家獲勝。

— 放置代幣的策略 —

玩家應該如何放置 6 個代幣？通常，這是一個好主意，讓我們從一個更簡單的問題開始：在哪裡放置 1 個令牌是最好的地方。很明顯，這很可能會出現在框中。無需進行任何棘手的分析，我們只需列出各種可能性並查看哪些差異發生得最多。

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

向上計數的結果，我們擁有 0-6、1-10、2-8、3-6、4-4、5-2。因此，顯然 1 是最佳選擇，並且將在 10/36 的時間發生。我們可以按頻率順序對它們進行排序，依次為 1、2、3、0、4 和 5。

更難的問題是如何處理多個令牌。一旦看到了這些數字，對於一個大一點的孩子來說，一個很好的問題是：為什麼不將所有代幣都放到 1 上呢？要查看答案，請想像一個更簡單的情況，您只有兩個標記，而忽略了不是 1 或 2 的所有結果。那麼 1 會在 10/18 的時間內發生，而 2 會在 8/18 的時間內發生。如果將兩個令牌都置於 1，則需要兩輪擲骰才能獲得 1，然後獲得 1。但是，如果將令牌放置在 1 上並將令牌放置在 2 上，則在兩次擲骰後成功完成，首先擲出 1，然後擲出 2，或者擲出 2，然後擲出 1-發生這種情況的可能性大約高 60%！

與其進行冗長而詳細的分析，不如讓它停留在一個很簡單的，可以吸引我們直覺的東西上：將您的大多數代幣放到 1 上，將第二代放到 2 上，也許放到 0 或 3 上。不能保證您會贏，但從長遠來看，你應該做得很好！

第 3 章—常見總結

— 調查簡介 —

製作一張 12 行的紙。在每行中放置 8 個正方形。最左邊的正方形列在正方形中寫有 1 到 12 的數字。在 12 個數字中的每個數字上放 1 個令牌。開始擲骰子。每次擲骰後，將令牌的骰子總和向右移動一格。每個令牌的目標是成為第一個完全跨頁面訪問的對象。

讓您的孩子提出一些問題進行調查。一些自然的問題是：

- 哪個代幣將獲勝，為什麼？
- 哪些代幣做得好，哪些代幣做得不好？
- 哪個令牌最差？
- 如果將行更改為具有更少的正方形或更多的正方形，那麼獲勝者將如何改變？

讓您的孩子解釋有關這些問題的答案的想法，然後通過運行實驗調查他們的想法。

通過猜測哪個令牌將在回合開始之前獲勝來為此添加競爭元素。

— 分析 —

與以前的遊戲分析一樣，分析此問題的最簡單方法是列出所有可能性。

1 + 1	2		2 + 1	3		3 + 1	4		4 + 1	5		5 + 1	6		6 + 1	7
1 + 2	3		2 + 2	4		3 + 2	5		4 + 2	6		5 + 2	7		6 + 2	8
1 + 3	4		2 + 3	5		3 + 3	6		4 + 3	7		5 + 3	8		6 + 3	9
1 + 4	5		2 + 4	6		3 + 4	7		4 + 4	8		5 + 4	9		6 + 4	10
1 + 5	6		2 + 5	7		3 + 5	8		4 + 5	9		5 + 5	10		6 + 5	11
1 + 6	7		2 + 6	8		3 + 6	9		4 + 6	10		5 + 6	11		6 + 6	12

總結頻率，我們得到：1-0、2-1、3-2、4-3、5-4、6-5、7-6、8-5、9-4、10-3、11-2、12-1。這樣，對於涉及兩個骰子求和的任何骰子遊戲，這些都是要記住的好數字！

因此，總會有 1 輸，而最有可能贏 7。但是，7 與 6 或 8 之間的頻率差異不是很大。如果您只做幾卷，那麼很難確定誰將獲勝。只有當您進行大量擲骰時，您才能保證 7 最終會獲勝。

第 3 章—數獨變

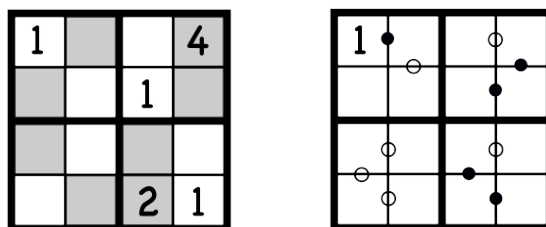
體世界上有很多數獨變體，還有更多類似於這些數獨變體的其他謎題。本節將研究這些 Sudoku 的五個變體。這些都遵循“拉丁方”的規則-每個數字在每一行和每一列中恰好出現一次。

您可以從填充適當類型的拼圖-拉丁方塊或拼圖數獨開始，製作任何這些數獨。為此，您應該使用第 1-2 章的獎金材料中提供的所有 Sudoku 解決方案。在找到解決方法之後，請添加此特殊類型難題所需的其他信息，並刪除部分或全部數字。

— 拼圖 Sudokus，具有更多信息 —

這兩種拼圖類型是拉丁方格，它們具有附加的限制，即每個子區域中的每個數字都只能出現一次。除了作為拼圖數獨遊戲之外，它們還具有其他屬性。

奇偶數獨。在這些難題中，偶數為灰色。這些附加信息往往使這些難題非常容易，通常可以刪除幾乎所有的數字。



Kropki Sudokus。除了在單元格之間添加了兩種類型的點外，這與常規 Sudoku 相同。如果該點是空心的，則兩個數字將相隔一個。如果點被填充，則一個數字是另一個數字的一半。與偶數奇數謎類似，此附加信息也使這些謎題變得非常容易，這意味著幾乎所有數字都可以刪除。

— 數獨與加減法 —

牛逼 HESE 難題被分解成具有分配給他們的目標一些次區域。與標準數獨不同，只要拼圖仍為拉丁方塊，就可以在子區域中重複輸入數字。如果一個子區域中只有一個正方形，則目標數字將是該正方形的值。

在 **Sumdoku Sudoku** 拼圖中，子區域中所有數字的總和是給定的目標數字。在 **Diffdoku Sudoku** 拼圖中，所有子區域都有一個或兩個正方形。如果一個子區域有兩個正方形，則這兩個數字之差就是給定的目標數字。

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

在 Sumdiffdoku Sudoku 拼圖中，同時使用了加法和減法。子區域用“+”或“-”標記，以表示是求和還是求差。

三種類型的拼圖通常是在沒有數字的情況下製作的。當然，具有一個正方形的子區域實際上是填充有數字的正方形。對於年幼的孩子，您可能希望提供很多數字，以使謎題在其複雜程度之內。

要改變數學計算，請使用不同的數字組，而不是通常的 4 乘 4 的 1 到 4。例如，使用數字 1、3、5 和 7。如果要這樣做，請在拼圖上方列出數字這樣您的孩子就會知道該怎麼用。

第 3 章—種方式方式

數計算選擇的數目可以得出一些有趣的結果。這些計數情況中的大多數都受益於系統地查看。這對孩子來說很難，而且沒關係-讓他們玩耍並享受探索。系統化可以等到他們變老。

— 調查 1 —

僅用紅色和藍色繪製，您可以用幾種方法繪製帶有帽子，眼睛和斗篷的怪物？如果您只給帽子和斗篷上色，這會如何變化？如果您使用三種顏色，或者每種顏色只能使用一次，它將如何變化？

要以複雜的方式進行此調查涉及乘法，現在還為時過早。但是，您的孩子可以玩弄這些想法，並開始對如何進行這種計數產生一種認識。

讓我們一次解決這些問題。帽子可以是紅色或藍色，眼睛可以是紅色或藍色，斗篷可以是紅色或藍色。每個要著色的對象都會使可能性加倍。因此，將 2 加倍然後再加倍給出 8 種可能性。列出這些是查看它的好方法。令 R 代表紅色，B 代表藍色，並按帽子，眼睛和斗篷的順序列出顏色。可能是：

RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB。

僅對帽子和斗篷上色可將顏色加倍 2 次，這是 4 種可能性。列表為：RR, RB, BR, BB。

如果您要為三種顏色著色而使用三種顏色，則將有 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 種可能性（一長串）。

通常，如果您發生的事件互不影響，請增加可能性。如果只允許您使用每種顏色一次，則事件會相互限制並且會相互影響。讓我們用 G（綠色）列出第三種顏色：RBG, RGB, BGR, BRG, GRB, GBR。

— 調查 2 —

您有一排 5 個相同的糖果。您可以用幾種方法給它們上色以提供 2 個紅色和 3 個藍色？

用 R 標記 2 張紙，用 B 標記 3 張紙。您的孩子可以用十種方法佈置這些紙。列表為：

RRBBB, RBRBB, RBBBR, RBBBR, BRRBB, BRBRB, BRBBR, BBRRB, BBRBR, BBBRR。一種看待這種情況的方法是，一旦確定紅色的 2 個點，藍色就別無選擇，必須進入其他 3 個點。有趣的是，您也可以使用另一種方式查看它，即首先放置 3 個藍色塊。

如果您很開心，可以通過更改三個數字來更改此調查-只需確保兩個較小的數字相加即可得出糖果的總數。

— 調查 3 —

通過將數字 1 和 2 相加，找到所有求和方法。這樣做時要考慮和不考慮順序。

不要考慮秩序。看一下加法器 4 的示例。可能性為 $1+1+1+1$ 、 $2+1+1$ 和 $2+2$ 。有 3 種方法可以做到這一點。在嘗試了更多示例之後，您意識到您正在計算使用 2 的總和小於或等於 4 的方法的數量。您可以在 2 的總數中使用 0 到 2，因此有 3 種方法可以實現。通常，對於偶數，答案將是數字的一半以上，而對於奇數，答案將是數字的一半以上。

考慮順序。對於 4 的示例，可能性為 $1+1+1+1$ 、 $2+1+1$ 、 $1+2+1$ 、 $1+1+2$ 和 $2+2$ 。因此，有 5 種方法可以做到這一點。嘗試許多示例，並列出結果表。這是您應該得到的（好吧，您可能未達到 10）：
完

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

查看這些數字後，您的孩子可能會注意到每對數字加起來就是下一個數字為什麼會這樣？這些數字稱為斐波那契數，它們經常出現在令人驚訝的位置。

要了解為什麼這些數字出現在此調查中，請查看示例 4 並查看總和中使用的最後一個數字。最後一個數字是 1 或 2。如果它是 1，則先前的數字給出加法為 3 的所有方式。如果最後一個數字是 2，則先前的數字給出加法為 2 的所有方式。因此，添加的最多 4 個的方式的數量為總的合計達 3 的方式加加起來 2 的方式

更大號碼。如果您喜歡此方法，則可以嘗試多種方法來獲得涉及 1 到 3 甚至 1 到 4 的數字的和。在這些情況下，尋找模式要困難得多，但是使用數字只是一樣有趣。

第 3 章—卡座訂購

— 簡介 —

面臨的挑戰是要堆疊一疊帶編號的卡，例如 1 到 5，以便滿足以下條件：

頂部卡為 1。將頂部卡放在一邊。將下一張卡移到卡座的底部。下一張卡是 2，並留在一邊。將下一張卡移到卡座的底部。繼續進行，直到所有卡都按順序放到一邊。

一旦您的孩子發現 1 到 5 的難度很容易，請挑戰您的孩子在更大的數字範圍內做到這一點。

— 有條理 —

這個難題的困難是系統的。對於任何大小的紙牌，您都可以使用它並最終得出答案。讓我們尋找使它變得更容易的有趣模式。

假設您在桌子上按順序排列卡片。以下是前幾種情況的解決方案。箭頭後列出的數字給出了第一次通過卡片後剩餘卡片的順序。

1

1 2-> 2

1 3 2-> 3

1 3 2 4-> 3 4

1 5 2 4 3-> 5 4

1 4 2 6 3 5-> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4-> 6 5 7

如果有偶數張牌（例如 6），則奇數位置按順序填充牌的前半部分（在這種情況下為 3），而其他點則用溶液填充一半的數量卡只增加了價值。在示例 6 中，奇數點用 1、2、3 填充，偶數點用 4、6、5 填充-值 1、3、2（三張牌的解決方案）每個都增加了乘 3。

奇數張紙牌的花樣有些棘手。和以前一樣，奇數點大約用數字的前一半填充（在 7 的情況下為 1 到 4）。如果看一下示例，箭頭後的第一張卡片將被移到末尾，因此它應該是該順序中最後一張想要的卡片。經過觀察，答案與偶數情況相同。

第 3 章-差異金字塔

— 簡介 —

面臨的挑戰是將 1 到 6 的數字放在金字塔中，在第一行中放置一張卡片，在第二行中放置兩張卡片，在第三行中放置三張卡片，其中每個數字都是它下面兩個數字的差。

如果您遇到麻煩，這裡有兩個提示可以幫助您。6 必須在最下面一行，因為它不能是任何數字對的差。同樣，5 必須位於 6 和 1 的底行或中間行。—

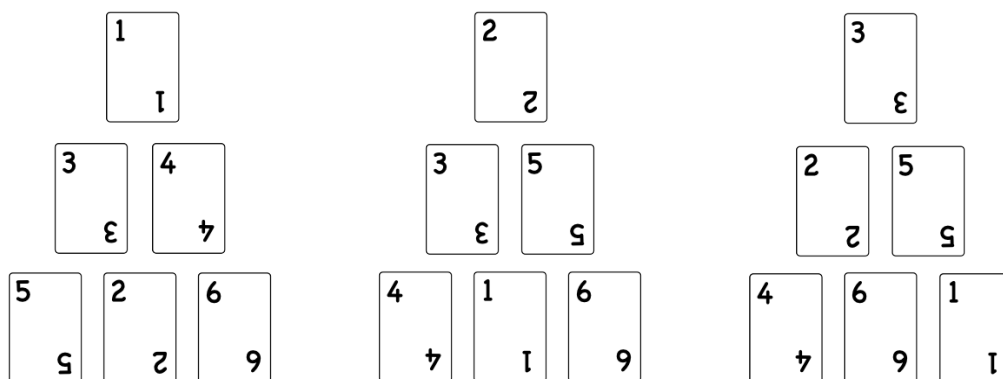
— 什麼是“不同”解決方案？ —

如果您的孩子覺得這個難題容易實現，請挑戰他們以找到解決難題的所有方法。討論兩種解決方案不同意味著什麼-如果一種解決方案是另一種解決方案的鏡像，是否應該認為它是不同的？

從一開始就回答使解決方案與眾不同的問題非常有用。因為任何解決方案的鏡像都很容易製作，而且也是解決方案，所以忽略它們是有意義的。忽略鏡像會將要考慮的解決方案數量減少一半。

例如，我們可以假定不僅底行中有 6，而且在底行的中部或右側。繼續使用 5 進行思考，最下面一行只能有四種可能的佈局：5 a 6，b 5 6，c 1 6 或 d 6 1。

這時，需要研究 a 的各種可能值。，b，c 和 d。經過一番反複試驗後，您會發現 a 為 2，b 永遠無法工作，c 必須為 4，而 d 必須為 4。因此，忽略鏡像，有以下三種解決方案：



— 更大的金字塔 —

讓我們使用從 1 到 10 的卡片製作四行金字塔。這要複雜得多。可以放置幾張卡，但此後需要確定。因為 10 不能是兩張紙牌的差，所以它必須排在最後一行。同樣，9 排在最底行，或者在 1 和 10 的最下一行。在排行榜上，8 和 7 卡也是不錯的選擇。

這意味著最下面一行看起來像以下之一（忽略鏡像）：

ab 9 10, c 9 d 10、9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

有很多可能性要考慮！

幸運的是，如果考慮到 8 和 7 可以去的地方，可能性就減少到以下列表（假設沒有錯誤！）。排在最後一行之後，很容易完成每個步驟。

8 3 10 9、6 1 10 8、8 1 10 6

15、21 或更大尺寸的金字塔留給真正的專門人員使用。祝你好運，享受！