

第 1-2 章 课后练习

— 簡介 —

在課程的設計中，我們特意對其內容進行了簡化。然而，如果您希望通過更多的例子和更深的討論來加強對課程的理解，那麼您就來對地方了！本課後練習包含課程第 1 章和第 2 章中某些相關內容。

對於各類數學題，我們不僅提供了解題方法的示例，也提供了有關如何設計題目的建議。早期家庭數學計劃認為早期數學教學應該是家庭成員一起做的事情，也就是說讓孩子與家長一起參與解題是這一學習過程的重要組成部分。一旦您掌握了各個題目的竅門您就會發現大多數題目都很容易設計。

本課後練習中的題目難度級別各不相同，接下來您會看到關於如何設計不同難度級別題目的建議和示例。我們強烈建議您從最簡單的題目開始著手，這樣就可以讓您的孩子通過簡單的題目來獲得成就感和樂趣。盡量避免一開始就做太難的題目，因為那樣會打擊孩子學習的積極性。當您的孩子對數學產生了興趣和建立了信心後，您再開始慢慢提高難度。值得註意的是，小孩不一定會對每個題目都感興趣，所以您也不必要求小孩完成所有題目。

本課後練習包含以下內容：

- 第 1 章—找不同遊戲
- 第 2 章—跳島-計數
- 第 2 章—剪纸
- 第 2 章—關於數字 1 和 2 的尼姆遊戲
- 第 2 章—點點相連
- 第 2 章—拼圖數獨
- 第 2 章—帶有拼圖的數字數獨
- 第 2 章—大於號數獨
- 第 2 章—拆謊遊戲
- 第 2 章—15 格拼图

— 法律知識 —

每個家庭都應該有機會一起學習和享受數學。為此，“早期家庭數學”是一系列教材，家庭和教育工作者可以在未經徵得許可的情況下自由地編輯，翻譯，複製和分發，僅用於非商業用途。

©版權所有 早期家庭數學 — Chris Wright 2021-2022 v. 1.2 知识共享(Creative Commons) 署名 4.0 公共许可协议国际版

第 1 章—找不同遊戲

本遊戲的規則是讓您的孩子從四個物品中找出與其他三個最不相同的一個。以下是一些示例和對應的說明。孩子們通常會以嶄新的方式看待事物，這值得家長們用心去聆聽並判斷小孩的推理是否既新穎又合理。

將這四個物品告訴孩子的方法有很多種，其中最簡單的方法就是逐個讀出來。如果這些物品容易畫，那麼您可以把它們畫出來。如果這些物品難畫，那麼您可以在廣告或雜誌中找出相應的圖片並剪裁出來。除此之外，您也可以從一張包含大量內容的照片中指出照片中的其中四個物品。

當您的孩子練習了一段時間後對遊戲有了紮實的認識，您就可以與您的孩子進行角色交換。換句話而言就是，由您的孩子出題來讓您解決。這樣他們能從中學到更多東西。一如既往的，他們的推理可能與您的推理大不相同，因此請您仔細觀察。

— 一組四個 —

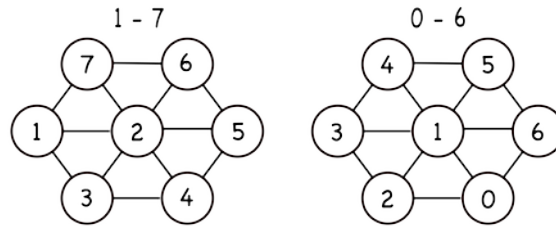
以下是一些幫助您入門的示例：

- 兔子、狗、蝴蝶、枕頭—前三個是動物，而枕頭不是。
- 香蕉、奶酪、錘子、胡蘿蔔—錘子是其中唯一不能吃的東西。
- 奶酪、鞋子、外套、襯衫—除了奶酪，其他的都是衣物。
- 紅色三角形、帶孔的紅色正方形、綠色的正方形、無孔的紅色正方形—前三個中的任何一個都可以是與眾不同的那個：紅色三角形是唯一不是正方形的形狀。帶有孔的紅色正方形是唯一不牢固的正方形。綠色方塊是唯一一個非紅色的。
- 狗、貓、獅子、金魚—獅子是清單上唯一一個不能當寵物的動物，而且它也比其他動物大很多。或者，其中三個各有四條腿並且生活在陸地上，然而魚沒有腿並且生活在水中。
- 玫瑰叢、橡樹、楓樹、松樹—除了玫瑰叢，其他的都是樹。
- 長凳、桌子、沙發、凳子—桌子是唯一一個不是用來坐的家具。或者，沙發比其他的柔軟。
- 樹皮、喇叭聲、彩虹、單擊—彩虹是唯一沒有聲音的。
- 襪子、褲子、牙刷、帽子—牙刷是唯一一個不是用來穿的東西。
- 椅子、雨傘、沙發、凳子—雨傘是唯一一個不是用來坐的物品。
- 螞蟻、豬、蜘蛛、草蜢—豬是唯一一隻不屬於昆蟲的動物。

您也可以使用圖片代替文字來進行這個遊戲。您平時可以養成從廣告、雜誌或者其他地方剪裁圖片的習慣，以便您使用這些圖片來玩這項遊戲。

第 2 章-跳島-計數

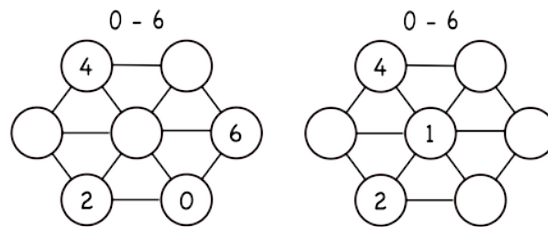
這些題目中標有編號的島嶼（圓）由橋樑（線）連接。玩家需要解決的問題是要找到一條路徑按照順序連接起各個島嶼。



在最簡單的版本中，從 1 到 7 所有的數字都已經填好。您可以通過從 1 以外的其他數字開始並省略一些數字來對這個遊戲稍作改變。

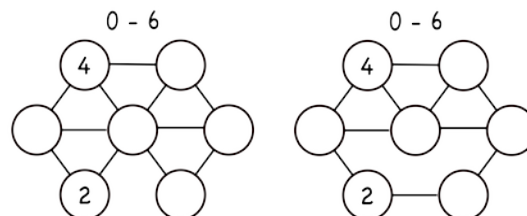
一旦您的孩子對計數建立起了信心，那些填滿了數字的版本都會顯得很簡單。從這些簡單的題目開始練習是個好策略，因為有助於建立解決遊戲的信心。相對而言，更具挑戰性的是那些省略了部分數字的題目。

一開始只需省略幾個數字，然後慢慢省略更多數字，這樣就可以讓您的孩子循序漸進地解決這些遊戲。



這兩個遊戲中的相鄰的數字被省略掉了，這個填寫起來相對容易。1 必然與 0 和 2 相鄰，然而這樣的位置只有一個。3 旁邊是 2 和 4，並且 1 填上後只有一個位置滿足填 3 的要求。5 肯定是在 4 和 6 之間。

第二個題目相對來說要難一些。3 必須與 2 和 4 相鄰，因此只有一個位置可選。5 必須緊挨着 4，所以現在只有一個地方。6 必須靠著 5。最後，剩下的位置一定是 0。



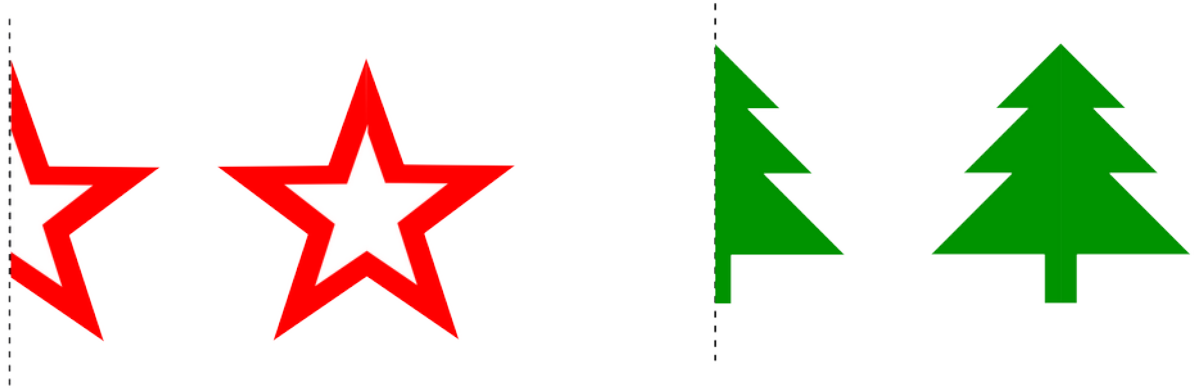
為了使這道題變得更加困難，我們可以刪除 1 以及一些橋。您可以嘗試各種變化，也可以讓您的孩子參與到設計之中。

第 2 章—剪紙

通過對一張紙折疊並剪裁來進行設計，這就叫做剪紙藝術。

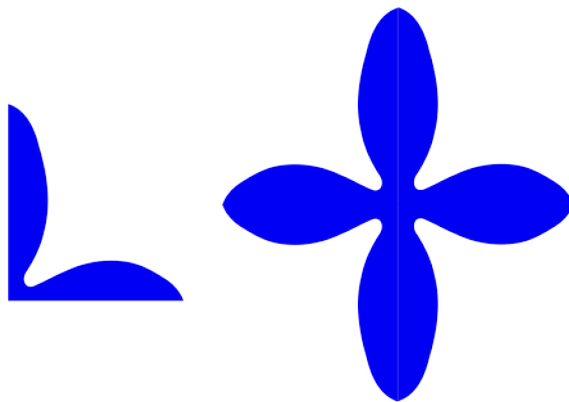
— 对折 —

將紙張對折一次，然後將其裁切，即可創建出新的圖案，並且其中一側與另一側鏡像對稱。嘗試切出臉孔、燈或幾何形狀。以下兩個例子是一顆星星和一棵樹，其中左邊是對折時，右邊是展開後的圖案。



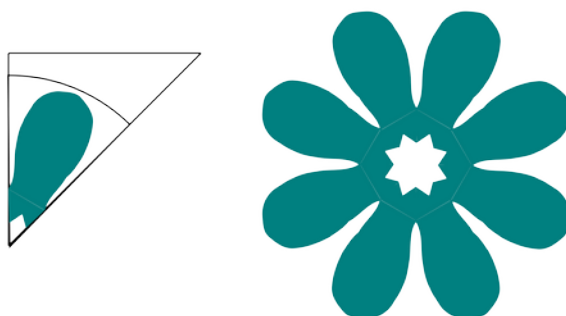
— 兩次对折 —

對折紙張一次，然後在垂直方向再對折一次，展開後的將會是兩組鏡像對稱的圖形。通過這個方法您可以製作出花朵等形狀。以下的圖形中，左圖是折疊了兩次之後剪裁出的形狀，右圖是展開後紙張的形狀。



— 三折 —

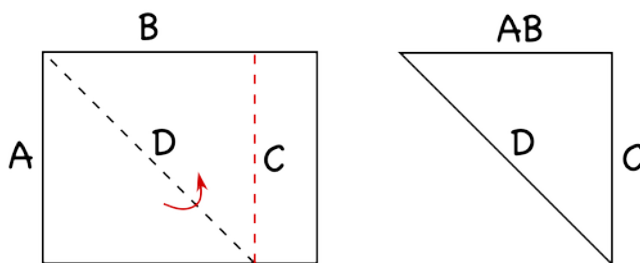
您可以嘗試各種折疊和裁剪方式。下圖是通過先將紙張折疊兩次，然後再將其對角線折疊到先前折疊的一角而得到的。



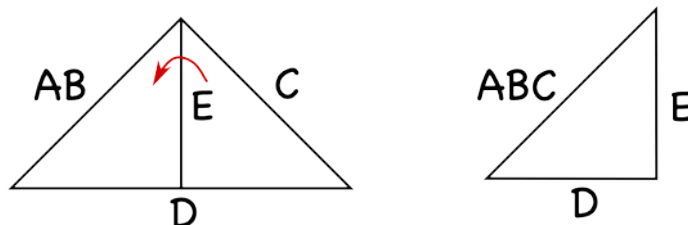
— 雪花 —

這是六邊雪花的製作流程。雖然乍一看步驟不少，但請不要被嚇到。其實您只需稍加練習，就熟能生巧。

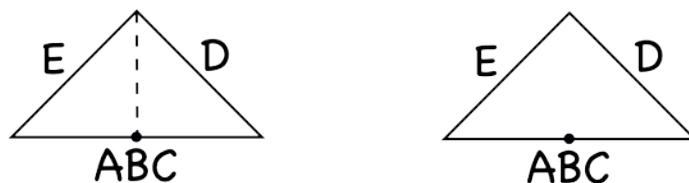
首先，取一張標準紙並在一個角上折疊，使標記為 A 和 B 的兩面相交。將摺痕留在原處，並沿標記 C 的線切割。



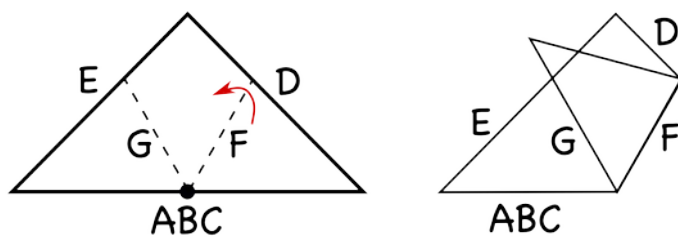
取產生的三角形並將其對折，以使 AB 和 C 邊重疊。



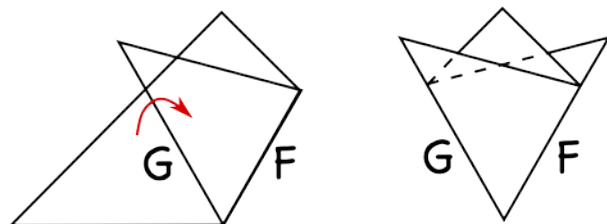
在此三角形中放置一個臨時摺痕，並使用該摺痕標記側面 ABC 的中間，然後恢復臨時折疊。



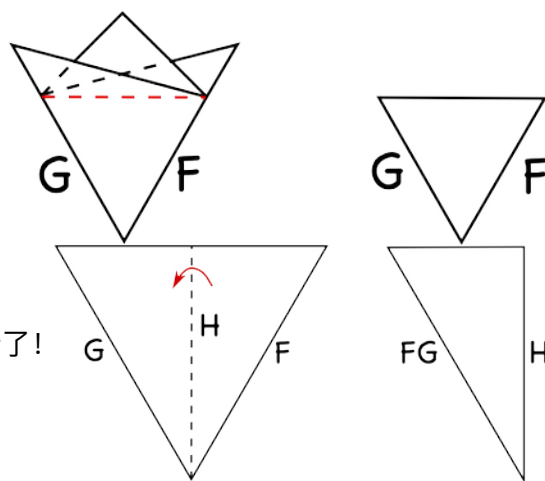
在折疊 F 線條時，您要同時調整 G 線條的位置，以便讓 G 線條可以將 ABC 和 F 所構成的角度平分。



沿 G 线条折疊时要往下方進行折疊，以使新折疊的紙在其他紙的下面。

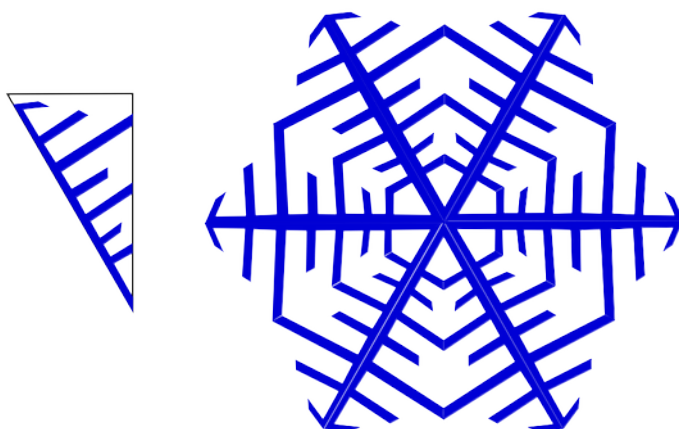


儘管並非絕對必要，但最好沿着紅色虛線剪掉頂部，因為頂部區域的紙參差不齊、分布不均。



最後，將這個三角形對折。您現在終於可以開始正式您的設計了！

盡情享受嘗試各種不同的裁切和顏色組合所帶來的樂趣！



第 2 章—關於數字 1 和 2 的尼姆遊戲

— 遊戲規則 —

選擇一個目標數字（例如 10）。讓您的孩子選擇是他先開始還是您先開始。從 0 開始，在每回合中，一個人選擇在當前數字上加 1 或 2，第一個達到目標數字的人獲勝。

此遊戲也可以用減法來進行：從目標數字開始（例如 10），在每回合中，玩家選擇減去 1 還是 2。第一個達到 0 的人獲勝。

該遊戲的另一個玩法是：被迫達到目標數字或超過目標數字的玩家並非獲勝，而是輸了。您還可以嘗試看看如果允許玩家每回合增加（或減去）1、2 或 3 會發生什麼情況。

— 了解遊戲 —

這款遊戲無需進行任何分析，它本身就很有趣，而且您的孩子可以通過該遊戲來練習 1 和 2 的加減法。除此之外，當您的孩子准备好时您可以通过这个例子展示兩個解決問題的好技巧：1) 從更簡單的示例中學習，2) 尋找規律。

該游戏的任何版本都可以通過這種方式進行学习。讓我們看一個例子：從 10 開始做減法，得到 0 的人獲得勝利。這個遊戲的難點是 10 離 0 太遠了。所以，讓我們看一個更簡單的版本。當要求孩子這樣做時，他們通常建議從 5 或 6 開始（從 1 開始似乎是荒謬的，但這實際上是他們應該做的！）通常最好是盡可能從簡單的開始（這意味著從 1 開始）。如果這是您先走並且計數為 1，那麼通過減 1 您就可以獲勝。再試試別的數字。如果計數為 2，您可以通過減 2 獲勝。如果計數為 3，那麼您必輸無疑，無論是減去 1 還是 2，您都將對手置於必勝之地。如果計數為 4，您將獲勝。因為您將減去 1，並將對手置於必敗之地。以此類推，我們可以建立如下表格：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
贏	贏	輸	贏	贏	輸	贏	贏	輸	贏

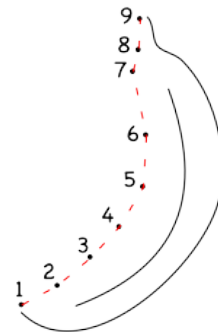
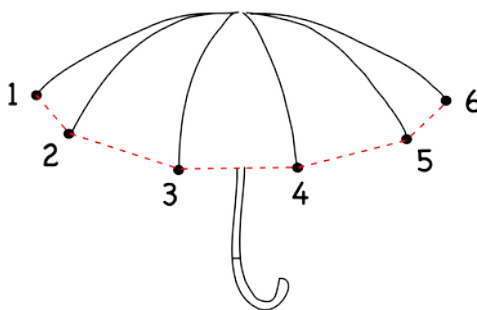
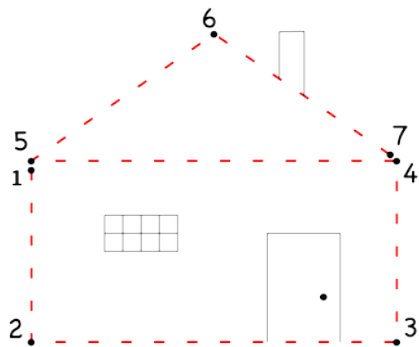
從該表可以看出規律：每三個連續的數字對應的結果都是相同的。所以每當從 10 開始，您就應該先減去 1。讓人感到欣慰的是，無論問題多復雜，一旦您從問題的簡單版本著手，您就可以輕鬆快捷地尋找到規律而無需進行復雜的分析。現在您已成為尼姆遊戲大師了，從任何數量開始該您都知道該怎麼做！這個基本遊戲的任何版本都同樣容易分析。

那麼現在問題來了：為什麼重複的輸贏規律是數以 3 計？一旦一個玩家被困在了“輸”的數字（即是 3 的倍數）上，那麼此後的每一回合兩個玩家所減數字之和都可以是 3。因為如果占下風的玩家減去 1，則占上風的玩家可以減去 2；如果占下風的玩家減去 2，那麼占上風的玩家可以減去 1。這樣一來占下風的玩家會一直被困在“輸”的數字上。

第 2 章—點點相連

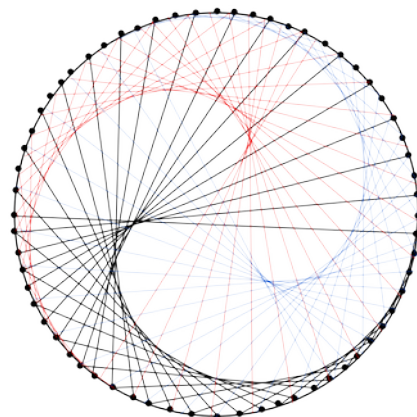
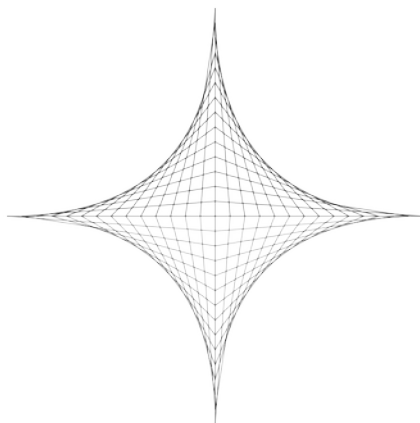
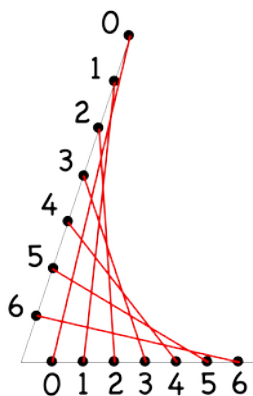
— 用點描繪日常用品 —

通過連接帶有編號的點來進行有趣的繪圖。一種方法是先畫一個簡單的圖，例如一個房子，然後擦除掉其中一些直線，並用帶編號的點來代替它們。如果將這些點按順序連接起來就可以重現原圖。



— 製作帶有角度的幾何圖案 —

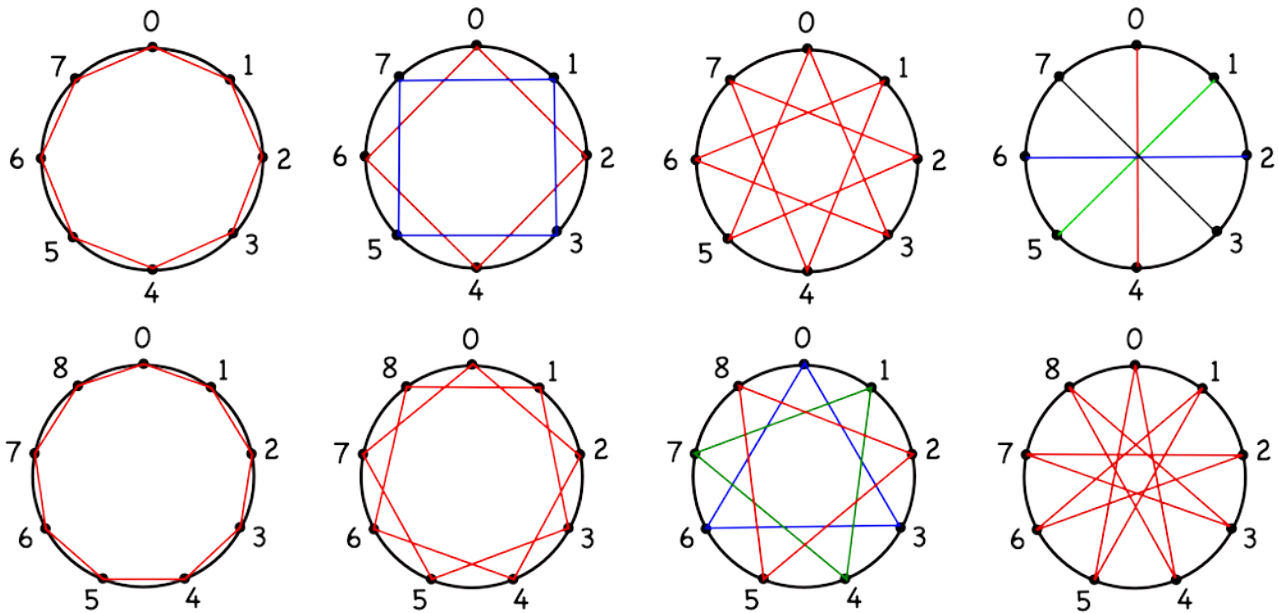
在一個角的兩側分布著對應兩組相同編號的點，通過連接兩兩相同編號的點就可以製作抽象的集合圖形。您也許在作畫的過程中根本不需要用到這些編號，如果是這樣的話您可以將數字省略掉—這樣就可以讓設計看起來更加整潔。您可以通過讓孩子用彩色繪畫來讓圖案看起來更加豐富多彩。從網絡上您可以在紗線畫的類別中找到很多相關的例子。最右邊這個圓形圖案是通過在線段的一端連接一個點並在另一端連接兩個點來實現的。



— 用圓圈製作圖案 —

這是上面提到的最後一個方案的特例。將一定數量的點（比如說 8 或者 9 個）均勻地分佈在一個圓上，然後讓您的孩子按數字的順序連接各個點，或者每隔一個或者兩個點來連接。如果想讓這個遊戲進行地更加容易，您可以在一塊紙板或木頭上釘上圖釘來代表各個點，然後用細線在圖釘之間編織圖案。

如果您的孩子對他製作的圖案感興趣，不妨進一步去思考一下這些問題：對於一個有 8 個點的圓，為什麼通過每跳 1、3、5 或 7 步的連接方法只需要用到一條線就可以把所有點連接滿，然而如果是，每跳 2、4 或者 6 步則需要用到 2 條甚至 6 條線。類似地，對於一個有 9 個點的圓，為什麼每跳 1，2、4、5、7 或 8 步連接只需要用到 1 條線，而對於 3 或者 6 步連接則需要用到 3 條。雖然對於小孩子來說它們還太小，大概難以理解 2、4、6 與 8 有共同的因數，而 3、6 和 9 有共同的因數——但是，這個遊戲能給他們日後的思維方式埋下啟蒙的種子。



第 2 章—拼圖數獨

— 簡介 —

這是您孩子的第一個數學遊戲，這很酷！這也意味著您應該非常緩慢地進行練習，以使您的孩子獲得很多成功和樂趣，並且很少感到沮喪。

這些 4x4 拼圖數獨的規則非常簡單。每個拼圖中有四種不同類型的符號。每種符號都應該出現在拼圖的每行、每列以及每個 2 x 2 角中。建議使用可移動的卡片來製作拼圖，因為這樣能讓您的孩子輕鬆地嘗試尋找解決方案。

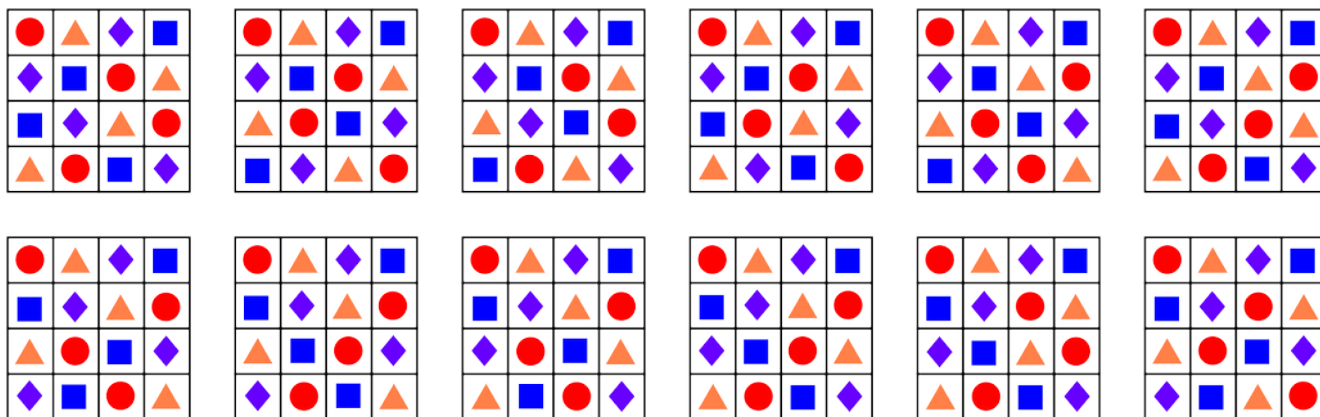
您製作的第一個拼圖應該在每一行中都缺少一種符號。一旦您的孩子理解並弄清楚了這些遊戲，您就可以嘗試更具挑戰性的遊戲，但請循序漸進。

創建這些遊戲最簡單的方法是從完整的數獨開始，然後刪除一些符號。為了幫助您做到這一點，下面提供了許多完整的數獨。接下來，我們提供了一系列方法指導您如何從完整的數獨中創建您自己的新數獨。

— 完整的數獨 —

在給您完整的數獨例子之前，值得注意的一點是：您可以通過交換任意一種圖案類型來創建額外 23 個不同數獨。例如，您可以通過替換圓形和三角形或者替換菱形和正方形來創建一個新的數獨。

下面的示例彼此之間各不相同，並且不能通過圖案替換來得到另外一個。因此您可以通過上述的交換方法從示例中創建更多數獨。



— 利用完整的數獨創建新數獨的方法 —

在完成數獨遊戲後，您可以使用以下任何方法來創建具有獨特解決方案的新數獨。一般來說，刪除的圖案越多，難度就越大。

- 從每一行或每一列中刪除一個圖案。
- 從每個 2×2 角刪除一個圖案。
- 從整個拼圖中刪除所有一種圖案。
- 從 1 個 2×2 角移除所有圖案。
- 刪除一整行和一整列。
- 刪除所有一種圖案，以及其他每種圖案。
- 從兩個 2×2 相對的角上移走所有圖案。
- 從兩個 2×2 個相對的角中刪除所有圖案，並從其他兩個角中的每個令牌中刪除 1 個圖案。

當然，以上并不是全部方法，我們只是將一些常規的方法列出來以供您參考，以幫助您快速創建數獨。您完全可以自己嘗試運用一些其他的方法來創建新的數獨。

第 2 章—帶有拼圖的數字數獨

數字數獨類似於圖形數獨，唯一不同的是數字代替了圖形。如果您的孩子尚未準備好識別數字，您則可以改用不同數量的點來代替數字。為避免塗改，建議您使用帶有編號（或虛線）的紙條來輔助解題。

對於 4 x 4 拼圖，每個行和列的編號從 1 到 4 一次。同樣，每個標記的子區域都有 1 到 4 的數字。

首先從一個完整的拼圖開始，使用可移動的帶編號的紙，然後移走一些紙，為您的孩子創建這些拼圖。

— 4 x 4 拼圖 —

由 2 x 2 子區域組成的 4 x 4 拼圖與之前給出的圖形數獨完全相同。您可以翻回之前的頁面去查看這些題目的解決方案。要將圖形數獨轉換數字數獨版本，只需要用不同數字來替換不同彩色形狀。例如，紅色 1 代表圓圈、2 代表橙色三角形、3 代表紫色菱形、4 代表藍色正方形。

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	1	2
2	1	4	3
3	4	2	1

— 5 x 5 拼圖 —

由於這種類型的題目太多了，我們無法窮舉出所有可能性的組合。舉出這些例子的目的是想讓您了解其中的規律。您的孩子可能會喜歡嘗試用不同的方法來將 5 x 5 的正方形切成 5 片各含有 5 個小正方形的子區域。

由 5 個小方塊組成的區域稱為“五格拼版”，使用它們來製作拼圖會很有趣。也許您可以從一張厚的彩色紙上切出一些五格拼版，然後看看可以做些什麼設計！

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
2	3	1	5	4
5	1	4	2	3
4	5	2	3	1

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4

— 6 x 6 拼圖 —

好了，您現在已經對這個遊戲有初步的了解了。實際上還有很多類似的拼圖！這裡我們展示了幾個 6 x 6 的拼圖，可以為您提供一些想法。像之前一樣，與您的孩子參與其中，並且嘗試一起設計一些自己的遊戲。

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
2	3	4	5	6	1
5	6	1	2	3	4
3	4	5	6	1	2
6	1	2	3	4	5

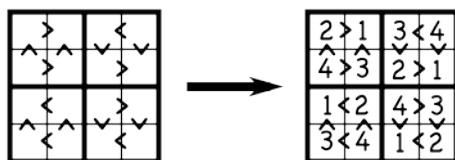
1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
6	3	2	5	4	1
3	4	1	2	6	5
2	6	5	3	1	4
5	1	4	6	3	2

1	2	3	4	5	6
2	5	1	6	3	4
5	6	4	2	1	3
3	4	2	5	6	1
4	3	6	1	2	5
6	1	5	3	4	2

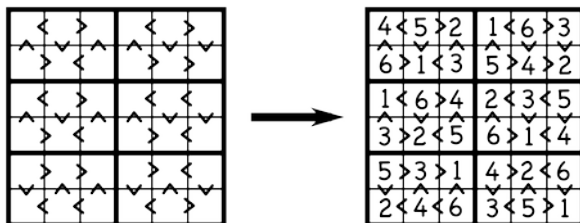
第 2 章—大於號數獨

大於號數獨謎題的基本規則與常規數獨大致相同——每個數字在每一行、每一列以及每個子區域中只能出現一次。此外，如果單元格中的數字必須符合數值之間的小於或大於號所規定的條件。

您可以基於之前所完成的常規數獨來製作這些大於號數獨——本教材中前面提供的所有示例數獨都會對創建這些新的謎題很有幫助。在相同幾何形狀的空白網格上插入大於和小於符號。如果省略所有數字並輸入所有不等式（小於或大於），通常很容易解決遊戲。對於您的孩子來說，一個有用的策略是首先尋找最小和最大數字應該放在什麼地方。



當您的孩子第一次學習如何解決這些遊戲時，請先填入所有不等號和部分數字。逐漸地，開始省略更多的數字和一些不等號。



第 2 章—拆谎游戏

某人先進行一段陳述，而其他玩家則負責證明此人在撒謊，比如通過找到舉反例來拆穿謊言。

— 幾乎總是正確的簡單陳述 —

一種說法是說某些事情總是正確的。以下是此類型說法的一些例子，後面包含了簡要說明為什麼它們是謊言。

- 所有卡車都有四個輪子。——大型卡車通常有 6 個、10 個，甚至更多的車輪。
- 所有矩形都是正方形。——矩形的邊長不必相同。
- 所有的鳥都能飛。——鴕鳥、鸕鶿和鸕鶿是不會飛的鳥。
- 月亮僅在晚上可見。——在白天經常可見月亮。
- 所有形狀均具有直邊。——圓沒有直邊。
- 所有遊樂場都有鞦韆。——有些遊樂場沒有鞦韆。
- 所有房間都有椅子。——臥室和浴室通常沒有椅子。

— 幾乎總是正確的“如果……那麼……”陳述 —

另一種聲明形式為「如果__，則__」。以下是一些示例，其中簡要討論了它們為什麼是謊言。

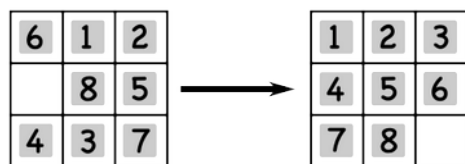
- 如果今天是星期一，那今天就要上學。——有些星期一是假期，有些星期一在暑假。
- 如果我三個小時不吃飯，那我就餓了。——大多數人可以睡三個小時以上，並且不會餓著肚子。
- 如果一個人比某人高，那麼高的人比矮的人老。——孩子長大後通常會比父母高。
- 如果陽光明媚，那就是溫暖的一天。——冬季可能天晴又寒冷。
- 如果某人遲到了，那一定是發生了一些壞事。——有時人們會由於粗心或無法控制的原因（交通，惡劣的天氣，汽車故障）而遲到。

第 2 章-15 格拼圖

— 拼圖說明 —

這個游戏的經典版本以由 5 條水平和垂直線形成的 4×4 的正方形空網格開始。使用一組 15 張紙，其大小為網格正方形，並從 1 到 15 對紙進行編號。這個游戏的開始是有人將紙放在網格上。游戏的目的是在僅使網格的右下角為空的情況下使紙張有序。為此，如果一張紙與空的正方形相鄰，則可以將其移動-在這種情況下，可以將其滑入該空間。取決於人如何設置拼圖，拼圖可能可以解決，也可能無法解決。

4×4 的網格對於初學者來說太難了，因此從較小的網格開始。網格可以小到 2×2 ，也可以大到孩子想要的大小。編號的紙張數總是比網格的尺寸少一。例如，在 2×3 的網格上，使用從 1 到 5 的卡片。



要設計這些拼圖，您有兩個選擇。第一種是將正方形隨機放置，在這種情況下，這個拼圖有 50% 的几率是可解決的。另一種方法是，您可以先將紙張放置在最終完成的位置，然後隨機按照游戏规则移動紙張。這樣就可以保證拼圖是可解決的。

— 進行遊戲 —

讓孩子玩這個遊戲的一個主要原因是讓他們樂在其中，直到他們不小心解決了問題，並且還可以從中練習按順序排列數字。儘管目標很簡單，但您可能會開始好奇這個的更深層的用意。

解決問題的常見方法是從簡單的問題或示例中學習。所以，讓我們開始吧。

最小的示例是 2×2 。對於這種大小，很明顯，行最終要麼是 1 2; 3 0，或者是 1 3; 2 0

第二小的是 2×3 。對於這個尺寸，可以先把 1 和 4 移到最左側一列中。完成此操作後，您的拼圖將看起來像 1 _ _; 4 _ _。完成最後的四個正方形，就像處理 2×2 的情況一樣。

2×4 拼圖的處理方法與此類似。首先把 1 和 5 移到最左側一列中。接下來，將 2 和 6 放在左側第二列，而先不要管 1 和 4。最後解決 2×2 。

目前為止我們已經清楚了如何解決 2 行拼圖，那麼超過 2 行的應該怎麼辦？比如說對於 3 行的拼圖，您可以通過從正確排列第一行著手。之後，維持第一行現狀，接下來的就和解決兩行拼圖一樣了。

同樣，如果有 4 行，則先進行第一行，然後進行第二行（不影響第一行），然後再像以前一樣完成最後兩行。

— 這個拼圖可以解決嗎？ —

很好，您現在已經掌握了一種簡單的方法來解決拼圖。那麼下一個問題來了：我怎樣才能看一下拼圖就知道它是否可以解決呢？

為了使答案的描述盡可能簡單，如有必要，請快速執行一些操作，以將空白正方形放在底行中。接下來，在長列表中列出行的列表——第一行列在第一位，第二行列在第二行，依此類推，最後一行列在最後。當您列出最後一行時，請忽略空的正方形。

拿這個長長的清單，計算其中的反轉次數。當列表中較早的數字大於列表中較晚的數字時，這稱為取反。如果求反數是偶數，那麼這個遊戲就可以解決。如果是奇數，則不是。

以本討論開始時的 3×3 拼圖為例。首先將 4 移至第二行。然後，列表為：6 1 2 4 8 5 3 7。此列表中有 10 對數字是順序顛倒的：6 1, 6 2, 6 4, 6 5, 6 3, 4 3, 8 5, 8 3, 8 7, 和 5 3。因為顛倒數字的對數是偶數，所以這個遊戲是可以解決的。

為什麼該規則有效？我不會在這裏進行詳細的推論。關鍵思想是每次移動時都要留意顛倒數字的對數。事實證明，如果您把空格放到最後一行中，那麼在進行任何一步移動之後，顛倒數字的對數始終以偶數變化。因此，如果顛倒數字的對數是奇數，那麼這個拼圖永遠不可能按順序排列。