



第 4 章獎金材料

— 簡介 —

您是否希望在故意對課程進行簡短描述時有更多示例，討論和評論？如果是這樣，那麼您來對地方了！該文件包含第 4 章中某些活動的獎勵材料。

對於難題，給出了許多已解決難題的示例，以及有關如何創建難題的附加註釋。早期家庭數學計劃基於這樣的思想，即早期數學是家庭應該一起做的事情，而讓孩子與您一起做謎題是該過程的重要組成部分。一旦掌握了每個難題，您應該會發現，即使不是全部，大多數難題也很容易創建。

這些難題中的許多難題具有不同的難度級別，並且在接下來的頁面中，有許多關於如何創建這些級別的建議和示例。始終從最簡單的難題開始。讓您的孩子通過過於簡單的難題來體驗成功，理解和樂趣，比讓過於困難的難題感到沮喪，沮喪和過分挑戰要好得多。一旦您的孩子對數學活動建立了信心和熱情，就該慢慢應對更大的挑戰了。另外，並非所有難題都將對每個人都很有趣，因此請不要推動似乎似乎沒有聯繫的難題和活動。

您將在以下頁面中找到這些內容：

- 第 4 章—封閉式
- 島-補償
- 匯總章-跳
- 第 4 章—DiffTriangles 和 SumTriangles 章-人與人之間的
- 第 4 章—跳島-跳過計數跳
- 第 4 章—修正它
- 第 4 島十
- 章第 4 章—紙牌形狀難題
- 第 4 章—求和平方
- 第 4 章—加金字塔
- 第 4 章—調查

— 法律資料 —

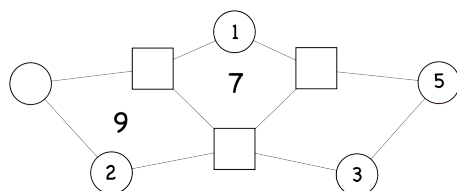
每個家庭都應該有機會一起學習和享受數學。為此，“早期家庭數學”是一系列材料，家庭和教育工作者可以在未經徵得許可的情況下自由地編輯，翻譯，複製和分發，僅用於非商業用途。

©早期家庭數學版權所有-Chris Wright 2021 v. 1.0 創用 CC: Attribution-NonCommercial 4.0 國際許可

第 4 章—封閉式和解

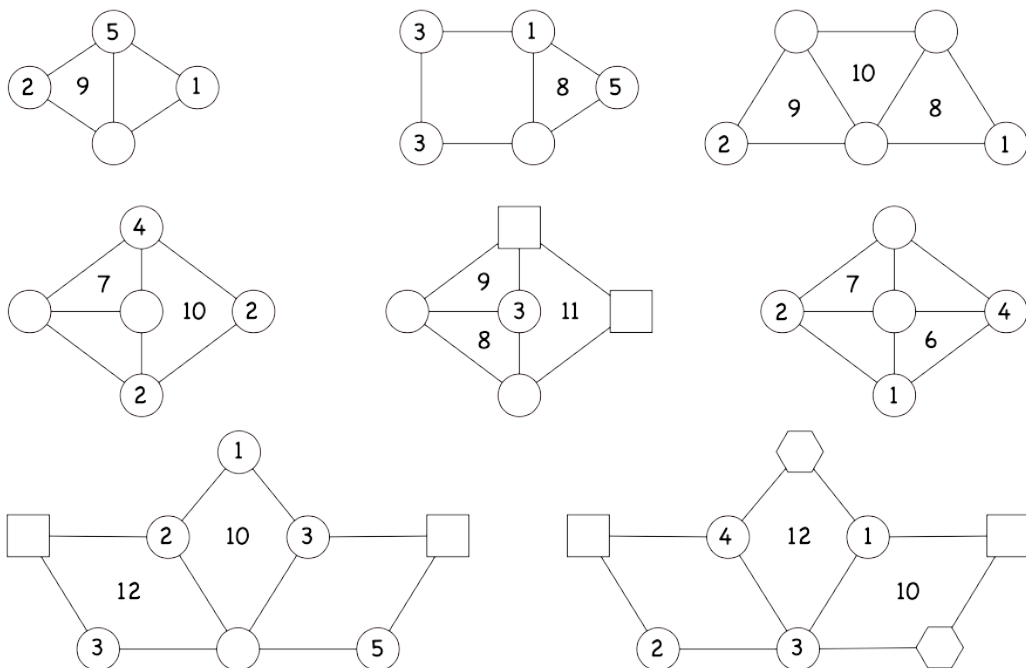
這些拼圖的形狀由直線連接。每個封閉的區域都有一個數字，該數字是與該區域接壤的形狀的總和。與 Shape Sums 拼圖相似，圓形可以具有任何值，並且非圓形的值必須與相同類型的任何其他形狀相同。例如，所有正方形必須具有相同的值，而所有六邊形將具有相同的值。您可以選擇添加以下規則：不同的非圓形形狀必須具有不同的值-例如，正方形和六邊形必須具有不同的值。

您的孩子的難題是找出未提供的形狀和區域中的數字。



通過繪製圓形和其他形狀的圖表來創建這些難題。接下來，用數字填充所有圖形，並用包圍它們的圖形總和填充邊界區域。最後，刪除一些數字。

與第 3 章中的形狀求和難題一樣，從僅丟失一個或兩個數字的簡單難題開始，然後逐漸發展為缺少更多數字，更多彼此相鄰的封閉區域以及在非圓形區域中更多地使用值的難題。



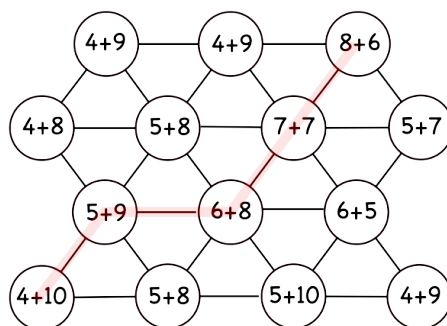
第 4 章-跳島-補償

使用加法補償是使加法問題變得更加容易的一種方法。這個想法是從一個被添加的數字中減去一個數量，然後將其分配給另一個數字-結果保持不變，但是其中一個數字變得更容易使用。

例如，當您加上 $7 + 8$ 時，如果您將 7 減去 2 並賦給 8，則問題變成 $5 + 10$ 。或者，如果您將 8 減去 3 並將其賦給 7，那麼問題會變成 $5 + 10$ 。變成 $10 + 5$ 。只要您可以將數字之一乘以 10 的倍數，就會遇到一個簡單得多的問題。

這些難題為使用補償創造新問題提供了實踐。面臨的挑戰是找到一條路徑，將所有島嶼連接起來，並獲得相同的答案。如果問題的數目相差 1，則連接兩個孤島是合法的。只有一些孤島會在路徑上。

從大約十個具有一定聯繫的島嶼開始，做這些難題。確定從島嶼的一個邊緣到另一邊緣的路徑。沿著這條路徑，提出彼此不同的問題-可能首先涉及到一個問題，該問題涉及相加 10，然後對其進行變化。在靠近小徑的島嶼上，提出一些具有不同答案的小變化問題。

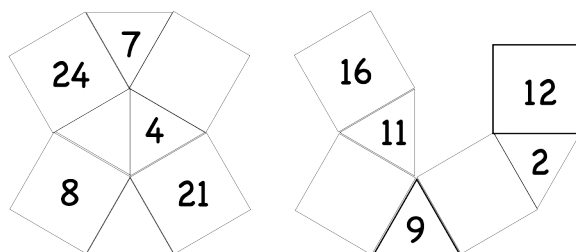


改變這些難題的難度確實很少。引入錯誤的路徑可能會導致混亂而不是挑戰，因此通常這是一個壞主意。

第 4 章-DiffTriangles 和 SumTriangles

— DiffTriangles —

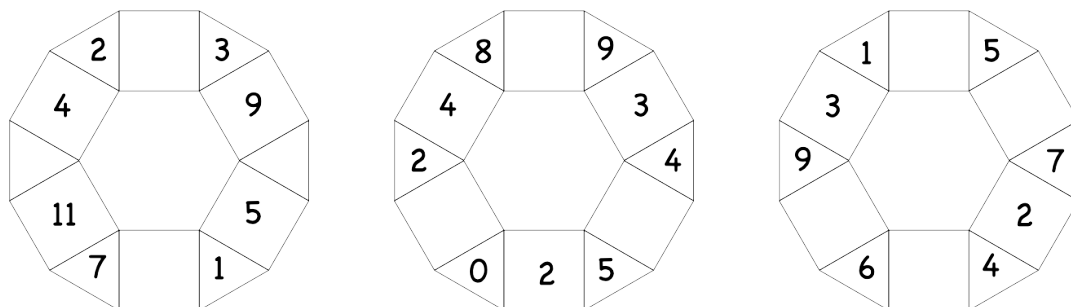
DiffTriangles 拼圖具有共享邊的三角形和正方形。三角形的邊上總是有兩個正方形，其餘的邊要么是三角形，要么是空的。三角形的數字是兩個相鄰正方形的差。面臨的挑戰是提供缺失的數字。



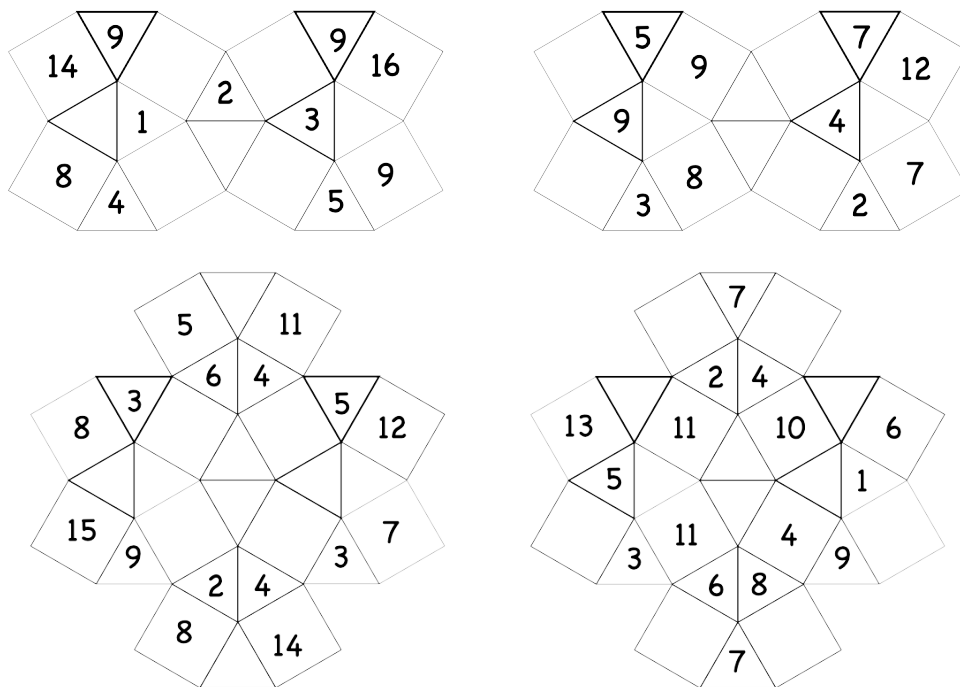
構造拼圖：製作沒有循環的拼圖很容易。繪製正方形和三角形的交替序列，從一端開始輸入數字，然後逐步到達遠端。完成後，刪除一些數字。用循環或更複雜的交互進行難題比較棘手。但是，付出的努力卻會帶來一些具有挑戰性的難題！

當您的孩子對這些感到非常滿意時，他們可能想轉而創建自己的一些新難題。他們應該弄清楚數字是如何組合的，從而應該從中獲得樂趣並學到很多東西。

解決策略：首先要做的是兩個正方形之間的任何三角形。另一個簡單的情況是，填充的三角形旁邊有一個正方形，旁邊有一個較小的填充正方形-在這種情況下，因為我們不使用負數，所以填充空白正方形只有一個選擇。最常見的情況是一個正方形，在一個方向上有兩個可能的值，而在另一個方向上有兩個其他的可能性-通常只有一個數字在這些可能性上重疊。

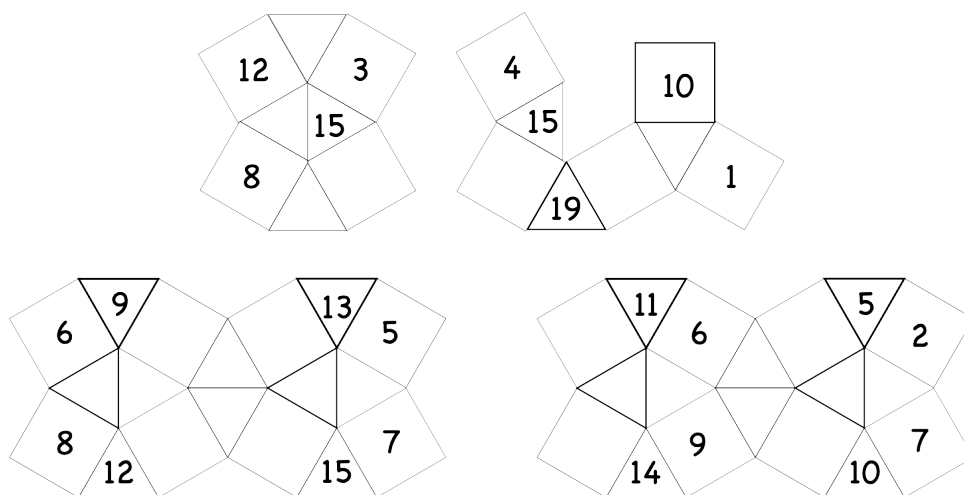


這是一些具有大量互連的示例。



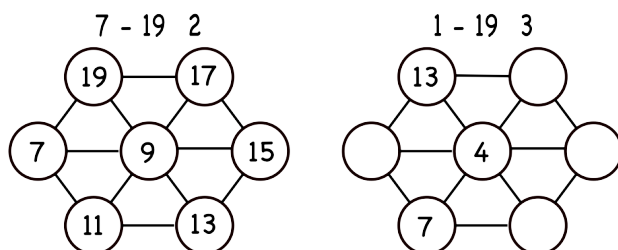
— SumTriangles —

SumTriangles 拼圖就像 DiffTriangles 一樣，只是它們使用加法代替減法。三角形的值是兩個或三個正方形鄰居的總和。使用類似於 DiffTriangles 的方法製作這些拼圖。SumTriangles 難題通常比 DiffTriangles 更容易解決。



第 4 章-跳島-跳過計數

這些難題具有通過橋（線）連接的島（圓）。在此版本的“跳島”中，通過跳過計數來建立連接。有些島嶼上面寫有數字，有些會從空白開始。拼圖上方是開始編號，結束編號和跳過量。挑戰在於填寫缺失的數字並找到路徑。您也可以將數字和空格放在地板上的紙片上，以解決難題。

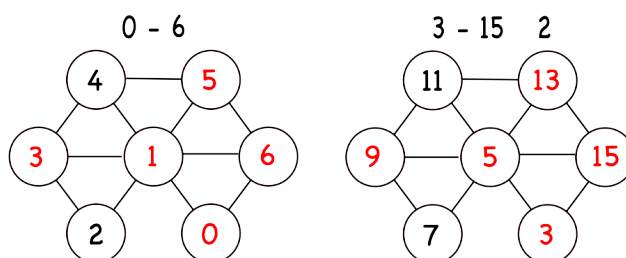


與“跳過計數”活動一樣，創建拼圖以練習從多個數字開始向前或向後，而不僅僅是跳過數量的倍數。

創建這些難題的方法與第 2 章中的創建“跳島-計數難題”相同。首先創建島，填寫跳過計數數字，以正確的順序連接這些島，然後添加一些其他連接以幫助製作一個從中解脫出來。在給您的孩子的版本中，刪除一些數字，留下足夠的數字，以便仍可以弄清楚。

您可以重新查看第 2 章“跳島-計數”的獎勵材料中描述的拼圖構建策略。另外，如果您仍然有這些難題中的任何一個，則將這些難題之一轉換為其中一個很容易。請從第 2 章中獲取以下拼圖。該拼圖涉及從 0 到 6 的計數。紅色數字是通常在將拼圖交給您的孩子時會忽略的數字。要將其轉換為以 3 開始且將計數跳過 2 的難題，只需將所有數字乘以 2，然後將其加 3，如下表所示。之後，將原來的數字替換為新的數字（當然，不包括紅色的數字）。

	0	1	2	3	4	5	6
馬爾他由 2	0	2	4	6	8	10	12
加 3	3	5	7	9	11	13	15



第 4 章—修正它

以 4×4 的數字網格開頭，並帶有目標和。面臨的挑戰是找到要刪除的條目，以使每一行和每一列中剩餘數字的總和成為目標。替代版本對每一行和每一列使用單獨的目標總和。

將總和為目標總和的數字對成對或三元對，就可以解決這些難題。然後在其餘空間中填寫誘餌編號。您可以通過使用部分有效的替代對或三元組數字來使這些問題變得更加棘手。如果您的孩子喜歡這些玩具，但覺得它們太容易了，則可以始終將它們乘以 4×5 、 5×5 甚至更大。

在此處添加了紅色星號，以顯示將刪除哪些條目以使拼圖起作用。

8

6	3	5	2
2	1	4	5
3	4	1	3
6	4	2	5

9

7	4	5	2
2	1	4	6
3	4	4	1
6	4	5	3

10

3	3	6	4
7	1	2	6
4	6	1	4
6	4	8	2

11

8	3	5	4
1	1	4	7
3	8	1	3
7	5	7	4

6	3	7	8	16
2	1	4	5	9
3	4	7	3	10
5	6	3	5	11
11	9	18	8	

0	6	5	2	8
7	8	5	4	12
2	7	1	4	9
3	1	9	8	17
9	13	14	12	

這是對行和列使用單獨目標總和的兩個難題。

第 4 章—用一個和跳島

一個十進制給出一個矩形的數字網格，其中填充了一些數字。挑戰是要填充剩餘的數字，以使共享一個邊的任何兩個數字僅在一個地方不同，並且該位置的數字差為 1（包括介於 0 和 9 之間的數字）。在整個網格中，不能多次使用數字。引用 100 圖可能對初學者有幫助。

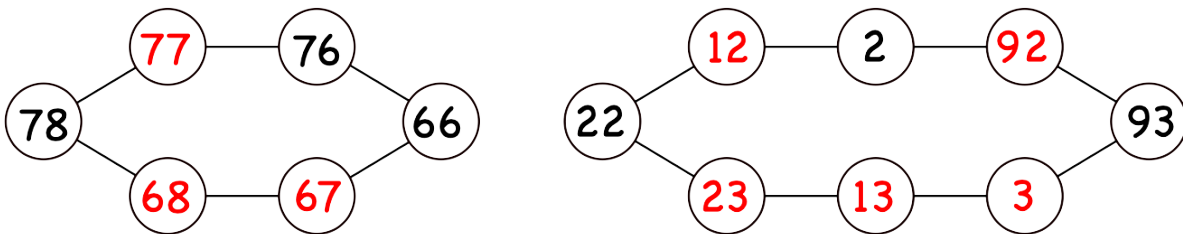
用一個空的網格並用數字填充它，而不用重複數字，使這個難題成為可能。接下來，刪除一些數字，確保對您的孩子來說不太難。在這些示例中，紅色數字是缺失的數字。

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

僅使用一位數字和兩位數字，就不會引入太多的棘手問題。但是，它們是考慮場所價值的絕妙實踐。一種可能使您的孩子感到驚訝的皺紋是過渡，例如 95 到 5 到 15 或 11 到 10 到 0 到 9-他們可能沒有意識到十位數的個位數是 0，並且可能會驚訝於 0 和 9 正在連接。

網格是解決這些問題的自然方法。但是，也可以使用圓形，以與其他“跳島”難題相同的方式來表示難題，並且這種表示方式允許在創建難題時有更多的自由度。



第 4 章—紙牌形狀拼圖

— 魔術三角形 —

製作一個由六個圓組成的三角形，一側有三個圓。在圓圈中，使用 1 到 6 中的每個數字一次，以使三角形的每一側具有相同的總和。這涉及兩個挑戰-找出哪些金額將起作用，然後找出如何獲得這些金額。最好讓您的孩子玩這個遊戲，找出可能的總和，但如果挫敗感消失了，則可能的總和是 9、10、11 和 12。

如果您的孩子喜歡弄清楚這一點，則可以這樣做較大的三角形也是如此。對於一個有 9 個圓且一個邊上有 4 個圓的三角形，可能的總和為 17、19、20、21 和 23。

與這個年齡段的許多難題一樣，讓您的孩子玩這個玩具的主要原因是為了鼓勵人們開心地探索數字之間的相互作用以及練習數字事實。他們還沒有數學或推理能力來進行系統的探索。但是，可以更深入地探索這些難題，如果您或大一點的孩子有興趣，可以從中探索一些思路。

令 SUM 代表三角形的一側的和。如果將三角形的三個邊相加，則總數將為 $3 \times \text{SUM}$ 。但是，這三個邊的總和也將是所有數字的總和，再加上三角形每個角的一個額外副本。令 C-SUM 為三個角的值之和。我們最終得到的關係為 $3 \times \text{SUM} = (\text{所有數字的總和}) + \text{C-SUM}$ 。

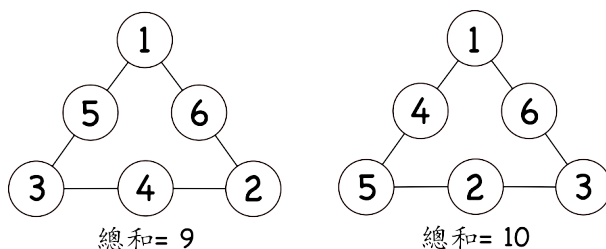
6 圈拼圖。將其應用於具有六個圓的三角形。所有數字的總和是從 1 到 6 的數字的總和，即 21。因此，等式變為 $3 \times \text{SUM} = 21 + \text{C-SUM}$ 最小的 C-SUM 可以是 $1 + 2 + 3 = 6$ 並且最大可以是 $4 + 5 + 6 = 15$ 。因此， $3 \times \text{SUM}$ 在 $21 + 6 = 27$ 和 $21 + 15 = 36$ 之間。這將強制 SUM 為 9、10、11、12。C-SUM = $3 \times \text{SUM} - 21$ ，這對於找到角點非常方便。

要注意的另一件事是可能值的對稱性。導致這種對稱性的原因是，對於每個解決方案，都會通過從 7 中減去所有數字（或從 9 個圓拼圖中減去 10）來創建另一個解決方案。稍加計算就會發現這種對稱性採用一個總和為 SUM 的難題，並創建一個總和為 $(21 - \text{SUM})$ （對於九個圓形難題為 $40 - \text{SUM}$ ）的新難題。

在探究實際數字之前，需要注意的最後一件事是，對於三個角的任何解決方案，我們都可以假定它們按順時針方向遞增，而最小的數字在頂部。如果它們不處於這種配置的開始，則可以旋轉或翻轉圖，直到它們處於這種狀態。

所有這些觀察結果節省了大量工作。我們只需要看一下 SUM 等於 9 和 10，就只需要增加轉角就可以了。如果 SUM 為 9，則 $\text{C-SUM} = 3 \times 9 - 21 = 6$ ，因此三重奏為 1、2 和 3。如果 SUM 為 10，則 $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$ 。留下兩種可能性-角值分別為 1、2 和 6 或 1、3 和 5。快速試用排除了 1、2 和 6 的可能性。

經過大量的工作，我們得到了六個圓拼圖的 SUM 分別為 9 和 10 的解決方案。請記住，您可以通過從 7. 減去所有條目來獲得 SUM 為 11 和 12 的解決方案



9 圈拼圖中。對 9 圈拼圖使用相同的方法。從 1 到 9 的數字總和為 45。因此， $3 \times \text{SUM} = 45 + \text{C-SUM}$ 。最小的 C-SUM 可以是 $1 + 2 + 3 = 6$ ，最大的 C-SUM 可以是 $7 + 8 + 9 = 24$ 。因此 $3 \times \text{SUM}$ 在 $45 + 6 = 51$ 和 $45 + 24 = 69$ 之間強制 SUM 在 17 到 23 之間。取一個解決方案並從 10 中減去所有條目將得出以下 SUM 配對：17-23、18-22、19-21 和 20-20。因此，僅需要 17 的解決方案，18、19 和 20。C-SUM 的對應值為 6、9、12 和

15。SUM = 17 和 C-SUM = 6。為此，角必須為 1、2、3，並且作品。

SUM = 18，C-SUM = 9。為此，角必須為 1、2、6 或 1、3、5。

SUM = 19 和 C-SUM = 12。拐角處有很多可能性，但是唯一有效的組合是

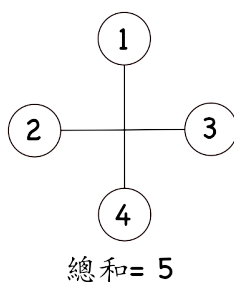
1、4、7 和 2、3、7。SUM = 20 和 C-SUM = 15。拐角處的組合太多了，其中許多都能用。起作用的兩個是 1、5、9 和 2、5、8。

— 魔術設計 —

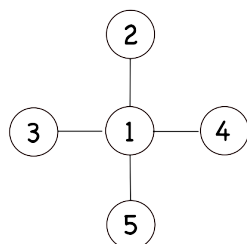
小號 imilar 魔術三角形，連接成幾何圖案和號碼相關聯的這些組具有圓圈。將數字放在圓圈中，以便所連接的圓圈的每條直線具有相同的總和。

對這些難題的分析類似於對“魔術三角”所做的分析。令 SUM 為所有行共享的公共和。對於具有一個的拼圖，令 c 為中間圓的值。總體策略是將所有行加起來並調查顯示的關係。還要注意，就像“魔術三角”一樣，可以通過將所有條目減去比最大數量大的條目來創建新的解決方案。

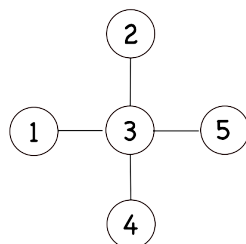
1. 從 1 到 4 的數字為加號，沒有共同的圓圈。數字 1 到 4 總計為 10，這在兩個方向上平均分配。因此 SUM = 5，答案很簡單。



2.從 1 到 5 的數字帶有加號，中間有一個共同的圓。數字 1 到 5 加起來等於 15。將兩個方向相加得出 $2 \times \text{SUM} = 15 + c$ 。因為 $15 + c$ 必須是偶數， c 可以是 1, 3 和 5 獲取 c 中的溶液 = 5 ($\text{SUM} = 10$) 從 $c = 1$ 溶液通過從 6.減去所有的數字

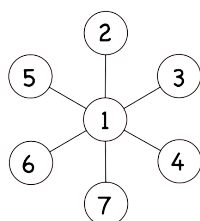


$c = 1$ 總和 = 8

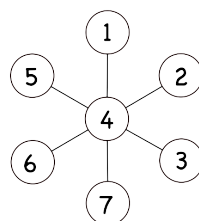


$c = 3$ 總和 = 9

從 13.號碼到 7 在 3 個圓圈的線中，中間有一個共同的圓圈。將三個方向相加得出 $3 \times \text{SUM} = 28 + 2 \times c$ 。



$c = 1$ 總和 = 10



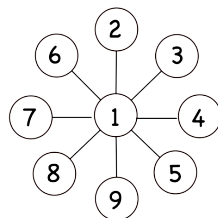
$c = 4$ 總和 = 12

因為 3 均勻地除以 $28 + 2 \times c$ ，所以這迫使 c 為 1、4 或 7。給出了 $c = 1$ 和 4 的解。

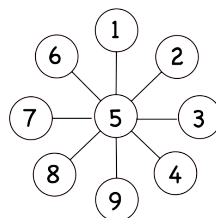
4.從 1 到 9 的數字以 3 個圓圈為一行，中間有一個共同的圓圈。將四個方向相加得出 $4 \times \text{SUM} = 45 + 3 \times c$ 。因為 4 平均除以 $45 + 3 \times c$ ，所以力 $c = 1$ 、5 或 9。

5.從 1 到 5 的數字以 L 形放置，在拐角處有一個共同的圓。這實際上與問題 2 相同，因此解決方案基本相同。

6.從 1 到 8 的數字帶有加號，沒有共同的圓圈。兩個方向將 36 個數字（所有數字的總和）平均分割，因此 $\text{SUM} = 18$ 。有很多方法可以通過將數字集合分為兩組加起來為 18 的方法來解決。一個解決方案是 1、2、7 8 和 3、4、5、6，另一個是 1、3、6、8 和 2、4、5、7。

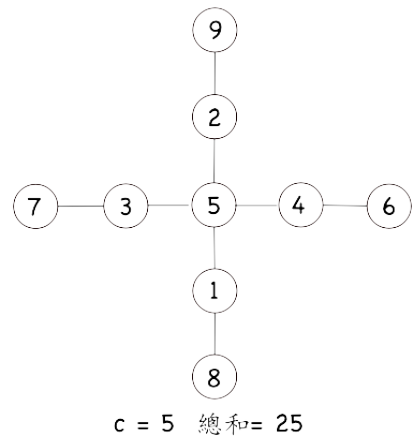
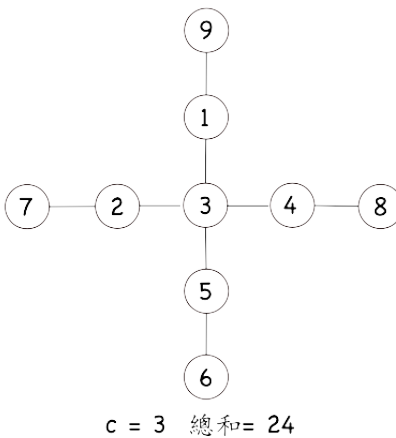
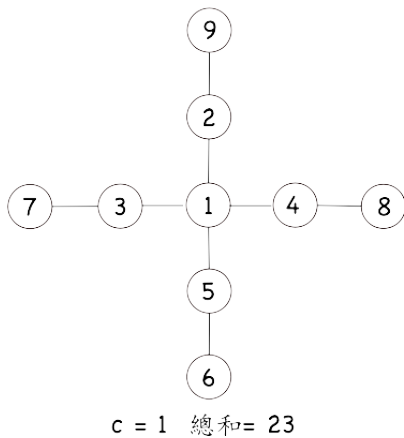


$c = 1$ 總和 = 12

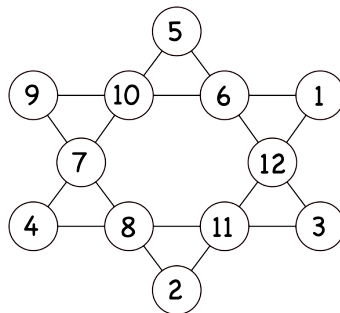


$c = 5$ 總和 = 15

7. 從 1 到 9 的數字是一個加號，中間有一個共同的圓。將兩個方向相加得出 $2 \times \text{SUM} = 45 + c$ ，因此 $c = 1、3、5、7$ 和 9 。給出了 $c = 1、3$ 和 5 的解。

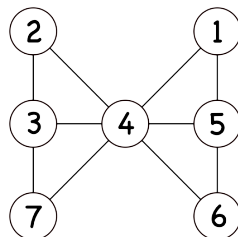


8. 從 1 到 12 的數字為星形。這有 4 個圓圈的 6 個線的方向。這一個比其他要難得多。如果將所有方向加在一起，則每個數字都會涉及兩次。從 1 到 12 的數字總計為 78。因此，我們有 $6 \times \text{SUM} = 2 \times 78$ ，這意味著 $\text{SUM} = 26$ （如提示中所示）。解決方案如下。與往常一樣，可以通過從 13 中減去所有條目來獲得



另一種解決方案。

9. 從 1 到 7 的數字為 H 形-左側豎直 3 個，中間 1 個，右側豎直 3 個。3 條相連的圓圈有 5 條可能的線。如果將 5 個方向相加，則所有圓將被使用兩次，但中心將被使用三次。將五個方向相加得出 $5 \times \text{SUM} = 2 \times 28 + c$ 。因為 5 平均除以 $56 + c$ ，所以強制 $c = 4$ ，在這種情況下， $\text{SUM} = 12$ （如提示中所示）。請注意，2 和 3 都不能與 1 處於同一側，這導致以下解決方案。



第 4 章-求和平方

從 3 x 3 網格開始，該網格具有為每一行和每一列指定的目標和。從 1 到 9 的一些數字已放置在網格中。對於尚未放置的數字，挑戰在於放置它們以使行和列的總和成為目標值。

要使這些難題之一，請首先將數字從 1 到 9 的紙放在 3 x 3 的網格上。對於每一行和每一列，將總和寫在右邊或下面。然後，從網格中刪除一些數字。最後，將取出的紙遞給孩子，問“這些在哪裡？”因為它們很容易創建，所以對於您的孩子來說，這是一個很好的難題，可以幫助您解決。

使總和保持較小的一種變體是改用 0 到 8 之間的數字。一個更難的變化是對 3 x 4 網格中的 1 到 12，或者甚至 4 x 4 網格中的 1 到 16 進行相同的操作。

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

使原版填滿拼圖很容易。如上所述，只需輸入所有數字並寫下總和即可。拼圖製造者面臨的挑戰是僅刪除適量的信息，以使拼圖具有挑戰性，但又不太難。

解決和創建策略： 首先填充正方形，這些正方形是行或列中唯一缺少的數字。這三個難題中最左邊的難題很容易解決，因為在填好 5 和 7 之後，就很容易解決 3 和 2，最後，這 8 個難題就很容易解決。每個單身人士都會創建新的單身人士，容易計算。

易於計算的謎題對您的孩子來說是個好習慣，因此不必擔心使所有謎題都變得棘手。

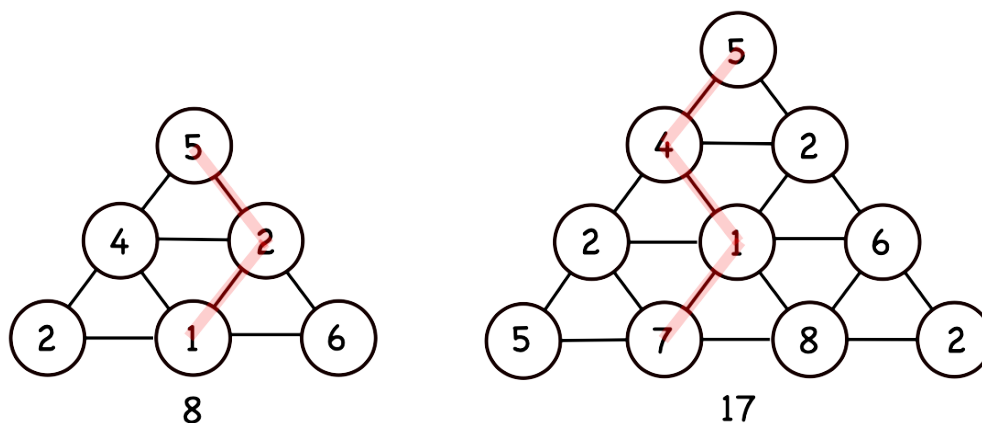
中間的難題要難一些。沒有單身人士。對於這些問題，一個好的策略是尋找缺失總和特別大或小的行或列-這些將有相對較少的選擇。最下面的行和最右邊的列是開始此難題的好地方。底行中缺少的數字總計為 16，因此它們必須為 7 和 9。9 不能與 6 一起進入列（總和對於該列而言太大），因此將 7 和 9 放在了一起。其餘部分與上一個難題相同。

在最右邊的拼圖中，遺漏了兩個側面數字。一旦您的孩子意識到邊號加起來為 45，這是 1 到 9 之間的數字之和，則很容易填寫一個缺失的邊號。

第 4 章—加法金字塔

將 10 個數字組成的金字塔放置在 4 行中，並給出目標編號。面臨的挑戰是使用每一行中的一個數字找到一條穿過金字塔的路徑，以使這些數字的總和成為目標數字。路徑上的數字必須彼此接觸。

通過填寫要構成路徑的數字，使這些難題之一，並記錄這些數字的總和。然後在金字塔中填寫其餘的誘餌編號。每增加一列，通過金字塔的可能路徑的數量就會增加一倍，因此製作更大的金字塔是向發現 10 位數難題的孩子提出挑戰的一種方法。對於一個很難找到 10 號難題的孩子，請從 6 號難題開始，直到它們變得容易且快速地解決為止。



對於較大的拼圖，對於拼圖製造者來說，要確保只有一條正確的路徑穿過金字塔可能是一個挑戰。不必對此太在意。即使只有一條路很不錯，您的孩子也會喜歡向您展示解決問題的方法不止一種。

第 4 章—調查

— 花的花瓣 —

調查

在一個神奇的花園裡，有兩種花。一個有 4 花瓣，另一個有 7 花瓣。要求一個孩子摘一些花，以便使花瓣總數為 13。可以嗎？15 片花瓣怎麼樣？可以撒多少張花瓣？對於可能的數字，是否可以通過多種方式完成？例如，32 個花瓣是 4 個 7，一個 4，也是 8 個 4。

通過嘗試許多對數字，可以使用許多示例。對於某些數字對，有一個點，其中所有花瓣的數目都是可能的，而對於其他數字對，則沒有這樣的點。對於 4 和 7，從 18 開始的每個數字都是可能的。對於 3 和 6，沒有所有數字都出現在該點之後。

什麼是模式，什麼創建了該模式？這些通常是提出的問題，這是發生許多有趣的事情的地方。

最容易看到當某個數字將兩個數字均分時會發生什麼。以 3 和 6 為例。將這些數字想像為 1×3 和 2×3 。將這些數字加在一起時，總會得到一些 3 的數字。沒有辦法將 3 和 6 加起來得到 10，因為 10 並不是 3 的倍數。

當 1 是唯一將兩個數字均分的數字時，總會有一個可以得到每個數字的點。對於 4 和 7，該數字為 18。要找到該數字，請從該對中的每個數字中減去 1，然後將這些新數字相乘。在這種情況下，得出 $3 \times 6 = 18$ 。這種情況的另一個有趣方面是，低於 18 的數字恰好可以到達一半。為什麼這個方法需要一些數學運算，而這對於年幼的孩子來說卻太複雜了。但是，進行這些計算很有趣，並且您的孩子對這些模式的體驗可能會在以後很長一段時間內突然出現。

— 攀爬步驟—多種方式 —

調查

假設您的孩子有時喜歡一次執行兩個步驟，而其他時候一次執行一個步驟。如果您的孩子想走一些台階，一個自然的問題是：可以用幾種方法完成？

例如，對於 0 步，只有一種方法-您就站在那兒。對於第一步，只有一種方法-您只需執行一個步驟。對於兩步，您可以執行一個雙步或兩個單步。

您的孩子應該仔細數出很多這種情況，並列出結果表。當有很多信息時，表通常可以幫助組織信息並讓模式脫穎而出。該表是這樣的（行，超越 6 可能需要太多耐性，但在這裡是數字）：

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

看這些數字後，您的孩子可能會注意到每對連續的數字加起來就是下一個數字。為什麼會這樣？這些數字稱為斐波那契數字。創建正式斐波那契數字的規則是，每個數字都是前兩個數字的和。步驟中也會發生這種情況。嗯...

讓我們仔細看一個例子-說 5 個步驟。8 種可能性是： $1+1+1+1+1$ 、 $1+1+2+1$ 、 $1+2+1+1$ 、 $2+1+1+1$ 、 $2+2+1$ 、 $1+1+1+2$ 、 $1+2+2$ 和 $2+1+2$ 。前 5 個可能性將 1 用於最後一步，後 3 個可能性將 2 用於最後一步。這就說明了這一點-您可以通過向上 4 個步驟再增加 1 步，或者通過向上 3 個步驟再增加 2 個步驟來向上 5 個步驟。上升 5 步的方式的數量等於上升 4 步的方式的總和加上上升 3 步的方式的總和。

通常通過耐心地瀏覽示例，組織數據，仔細查看數據以及挖掘事物發生方式的解釋來理解模式。這是在您的孩子中養成的好習慣。

— 資產負債表 —

調查

天平秤是一種簡單的裝置，用於分辨兩件物品何時具有完全相同的重量。秤通常附帶一組用於測量其他物體重量的砝碼。如果您限制允許使用的重量，則可以進行許多有趣的研究。

一種重量：假設您有很多重量，但是它們都是一樣的-例如 5 個單位。然後，您唯一可以精確稱量的對象就是 5 的倍數（就像跳過 5 一樣計數）。

兩種砝碼-一側：假設您有很多砝碼，它們是 4 個單位或 7 個單位，並且只能在天平的一側使用它們。您可以稱重的東西與您在花瓣調查中發現的數字相同。對於 4 和 7，從 18 個單位開始，您可以精確地稱量所有東西。如果權重是 4 單位和 6 單位，則只能以 4 開頭的偶數

權重。兩種權重-兩側：在一側使用兩種重量進行調查後，如果您問他們，孩子可能會感到驚訝稱量一個 3 單位的項目，甚至是一個 1 單位的項目，分別為 4 和 7。訣竅是在一側放置一些配重，在另一側放置其他配重。例如，通過將一件商品的重量設置為 4 單位來驗證其重量為 3 單位，並確保其與 7 單位重量保持平衡。同樣，將 7 磅的重量放在 1 磅的重量上，以確保它與 2 磅的 4 磅重量保持平衡。

此調查中隱藏著一個重要的數學定理，稱為 Bezout 定理。您的孩子此時不需要了解該定理，但是一個小孩可以玩高級數學並不是一件很酷的事情！

權重加倍：如果在加倍級數 1、2、4、8 和 16 中每個權重各有一個權重，會發生什麼？您可以用幾種方法稱量重 13 的東西？您可以測量的最大重量是多少？

經過一番調查，您會發現所有物品的重量最多只能比最大重量的兩倍少（在本例中為 31）。此外，您可以用一種方法稱量每件物品的重量，例如 $13 = 1 + 4 + 8$ ，沒有其他方法可以做到。太酷了！這種情況與二進制數字系統有關。

斐波那契權重：如果權重在斐波那契數中，該怎麼辦？是否有不止一種方式稱量某些重量？找到一個限制，使每個重量只有一種方法。

假設每個權重 1、1、2、3、5、8 和 13 都有一個。這樣， $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$ 。造成重複的原因是，斐波那契規則創造了不止一種方式來寫斐波那契數字，例如 $2 = 1 + 1$ 和 $8 = 5 + 3$ 。解決此問題的方法是：堅持您不能使用序列中彼此相鄰的兩個斐波那契數。當添加該限制時，獲得 10 的唯一方法是 $2 + 8$ 。